

Державний вищий навчальний заклад  
«Донбаський державний педагогічний університет»  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра математики та інформатики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Перший проректор



О.Г. Набока

«29» червня 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА  
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ**

підготовки здобувачів

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

спеціальності 014.04 Середня освіта (за предметними спеціальностями)

за освітньо-професійною програмою

Середня освіта (Інформатика)

мова навчання українська

Дніпро - Слов'янськ – 2023 р.

Розробники:

**Чуйко С.М.** доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет».

Рецензенти:

**Кадубовський О.А.** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики та інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет».

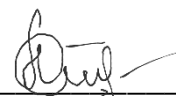
**Чайченко С.О.** доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет».

Робоча програма розглянута і схвалена на засіданні кафедри математики та інформатики.

Протокол № 10 від «22» червня 2023 р.

Завідувач кафедри математики та інформатики  Чуйко С.М.

Погоджено групою забезпечення спеціальності 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)

Керівник групи забезпечення  
кандидат фізико-математичних наук  доц. Стьопкін А.В.

Затверджено та рекомендовано до впровадження вченою радою  
Державного вищого навчального закладу  
«Донбаський державний педагогічний університет»  
«29» червня 2023 р., протокол № 9

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни
	денна форма навчання
Кількість кредитів – <b>5</b>	<b>вибіркова</b>
Загальна кількість годин – <b>150</b>	Рік підготовки:
	<b>3-й</b>
	Семестр
	<b>6-й</b>
Тижневих годин для денної форми навчання: контактних – <b>3,5</b> год. самостійної роботи здобувача – <b>5,3</b> год.	Лекції
	<b>30</b> год
	Практичні роботи
	<b>30</b> год
	Самостійна робота
	<b>90</b> год.
	Вид контролю: <b>Екзамен</b>

**Мета** вивчення навчальної дисципліни «Чисельні методи розв'язання різницевого рівнянь» є ознайомлення здобувачів з основними теоретичними концепціями сучасної теорії різницевого рівнянь, оволодіння навичками аналітичного та чисельного розв'язання різницевого рівнянь. Різницеві рівняння мають тісний зв'язок з проблемами моделювання фізичних та економічних процесів.

**2. Матриця результатів навчання, методів навчання, методів контролю з навчальної дисципліни «ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ»**

Результати навчання	Методи навчання	Методи контролю
<p>Аналізувати структуру інформації та математичні основи інформаційних технологій. Здійснювати адаптацію та модифікацію існуючих наукових підходів до конкретних ситуацій професійної діяльності.</p> <p>Застосовувати існуючі інформаційні моделі до конкретних завдань.</p>	<p>Поєднання традиційних та інтерактивних методів навчання:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– словесний (лекція, дискусія, співбесіда тощо);</li> <li>– практичний метод (практичні заняття);</li> <li>– робота з навчально-методичною літературою (конспектування, тезування, анотування, складання реферату);</li> <li>– самостійна робота (розв'язання завдань);</li> <li>– індивідуальна науково-дослідна робота;</li> <li>– дистанційне навчання (інструменти спілкування у дистанційному навчанні: електронна пошта, чат, соціальні мережі та Viber, YouTube освітні канали, веб-сервісів (середовище Moodle))</li> </ul>	<p>Спостереження за навчальною діяльністю здобувачів, усне та письмове опитування, практична перевірка, рейтинговий контроль, оцінювання самостійної роботи, доповіді презентації, контрольна робота, екзамен.</p>

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин			
	Денна форма			
	усьог о	зокрема		
л		пр	с.р	
Тема 1. Основні поняття теорії різницевого рівнянь.	10	2	2	6
Тема 2. Рівняння з відокремлюваними змінними.	10	2	2	6
Тема 3. Однорідні рівняння.	10	2	2	6
Тема 4. Рівняння, що зводяться до однорідних.	10	2	2	6
Тема 5. Лінійні рівняння першого порядку.	10	2	2	6
Тема 6 Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі, Ріккаті.	10	2	2	6
Тема 7. Рівняння, не розв'язні відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро.	10	2	2	6
Тема 8. Рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.	10	2	2	6
Тема 9 Лінійні однорідні різницево рівняння вищих порядків.	10	2	2	6
Тема 10. Визначник Вронського. Властивості визначника.	10	2	2	6
Тема 11. Фундаментальна система розв'язків однорідних лінійних різницевого рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	10	2	2	6
Тема 12. Неоднорідні різницево рівняння зі сталими коефіцієнтами.	10	2	2	6
Тема 13. Метод невизначених коефіцієнтів для розв'язання неоднорідних лінійних різницевого рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	10	2	2	6
Тема 14. Системи лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами.	10	2	2	6
Тема 15. Лінійні інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра.	10	2	2	6
Разом	150	30	30	90

### 4. Програма навчальної дисципліни

#### 4.1. Теми лекцій

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні поняття теорії різницевого рівнянь	2
2	Рівняння з відокремлюваними змінними.	2
3	Однорідні рівняння.	2

4	Рівняння, що зводяться до однорідних.	2
5	Лінійні рівняння першого порядку.	2
6	Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі, Ріккати.	2
7	Рівняння, не розв'язні відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро.	2
8	Рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.	2
9	Лінійні однорідні різницеві рівняння вищих порядків.	2
10	Визначник Вронського. Властивості визначника.	2
11	Фундаментальна система розв'язків однорідних лінійних різницевих рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2
12	Неоднорідні різницеві рівняння зі сталими коефіцієнтами.	2
13	Метод невизначених коефіцієнтів для розв'язання неоднорідних лінійних різницевих рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2
14	Системи лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами.	2
15	Лінійні інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра.	2
	Разом	30

#### 4.2. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.	2
2	Метод Ейлера.	2
3	Метод Рунге-Кутта.	2
4	Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.	2
5	Постановка крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.	2
6	Методи розв'язання крайових задач для лінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.	2
7	Метод лінійної інтерполяції (метод хорд).	2
8	Метод суперпозиції.	2
9	Метод диференціального прогону.	2
	Контрольна робота.	2
10	Методи розв'язання крайових задач для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.	2
11	Метод Ньютона.	2
12	Метод лінійної квазілінеаризації.	2
13	Розв'язання крайових задач методом кінцевих різниць.	2
14	Метод послідовних наближень.	2
15	Контрольна робота.	2
	Разом	30

### 4.3. Самостійна робота

№ з/г	Назва теми	Кількість годин
1	Історія теорії різницевих рівнянь.	6
2	Наукові дослідження рівнянь з відокремлюваними змінними.	6
3	Практичне застосування однорідних рівнянь.	6
4	Практичне застосування рівнянь, що зводяться до однорідних.	6
5	Історія лінійних рівнянь першого порядку.	6
6	Наукові досягнення Бернуллі, Ріккати.	6
7	Наукові досягнення Лагранжа і Клеро.	6
8	Рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку, та їх практичне застосування.	6
9	Лінійні однорідні різницеві рівняння вищих порядків, та їх практичне застосування.	6
10	Науковий доробок Вронського.	6
11	Фундаментальна система розв'язків однорідних лінійних різницевих рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Практичний зміст.	6
12	Історія досліджень неоднорідних різницевих рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	6
13	Практичне застосування методу невизначених коефіцієнтів для розв'язання неоднорідних лінійних різницевих рівнянь $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	6
14	Системи лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами та їх практичний зміст.	6
15	Наукові роботи Фредгольма та Вольтерра.	6
	Разом	90

### 5. Критерії оцінювання результатів навчання

Результати навчання здобувачів вищої освіти з навчальної дисципліни визначаються у балах, що виставляються згідно з критеріями оцінювання, затвердженими в ДДПУ, а саме за 100-бальною шкалою та національною п'ятибальною шкалою для екзаменів «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно», «неприйнятно»).

Навчальна дисципліна викладається один семестр, оцінюється максимальною оцінкою у 100 балів.

## Шкала оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти

За накопичувальною 100 - бальною шкалою	За національною шкалою	
	для екзаменів, звітів з практики, курсових робіт	для заліків
90 - 100 балів	відмінно	зараховано
89 - 75 балів	добре	
60 - 74 балів	задовільно	
26 - 59 балів	незадовільно	не зараховано
0 - 25 балів	неприйнятно	

### Критерії оцінювання екзамену:

– оцінки **«відмінно» (90-100 балів)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував всебічні, систематичні й глибокі знання навчально-програмного матеріалу, уміння без похибок виконувати завдання, передбачені програмою, опанував основну й додаткову літературу, рекомендовану навчальною програмою, засвоїв значущі для майбутньої кваліфікації підвалини основних дисциплін, виявив творчі здібності в усвідомленні, засвоєнні й застосуванні навчально-програмного матеріалу;

– оцінки **«добре» (75-89 балів)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував ретельне знання навчально-програмного матеріалу, успішно виконав передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану навчальною програмою, показав систему засвоєних знань з дисципліни та здатність до їх самостійного поповнення й оновлення під час подальшої навчальної роботи й професійної діяльності;

– оцінки **«задовільно» (60-74 бали)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував знання основного навчально-програмного матеріалу в обсязі, потрібному для подальшого навчання та майбутньої роботи за спеціальністю, впорався з виконанням завдань, передбачених програмою, але припустився помилок у відповіді на екзамені та під час виконання екзаменаційних завдань, хоча має необхідні знання для їх усунення під керівництвом викладача;

– оцінка **«незадовільно» (26-59 балів)** виставляється здобувачу вищої освіти, який має прогалини в знаннях основного навчально-програмного матеріалу, припустився принципових помилок у виконанні передбачених програмою завдань, і не може продовжувати навчання без виконання додаткових завдань з відповідної дисципліни;

– оцінка **«неприйнятно» (0-25 балів)** виставляється здобувачу вищої освіти, який не надав для перевірки потрібну кількість правильно виконаних завдань, пропустив без поважних причин значну кількість занять (більше ніж 50%), і не може продовжувати навчання без проходження повторного курсу навчання.



Оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти за лекції здійснюється за такими критеріями: присутність здобувача на лекції, складання її конспекту та активна участь у перебігу лекції.

Оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти, отриманих під час практичного заняття здійснюється за такими критеріями:

- під час опитувань – за повну й ґрунтовну відповідь на сформульоване запитання з теми заняття;
- під час тестування – за правильні відповіді на запитання тесту з теми заняття;
- у процесі виконання ситуаційних вправ і завдань – за запропонований правильний алгоритм (послідовність) виконання завдання; за знання теоретичних основ проблеми, порушеної в завданні; за володіння формулами й математичними методами, необхідними для виконання завдання; за отриманий правильний результат.

Оцінювання рефератів, доповідей, есе, презентацій тощо за визначеними темами здійснюється відповідно до таких критеріїв:

- за повноту та використання сучасних концепцій і джерел інформації (крім лекційного конспекту, має бути ще не менше трьох джерел інформації);
- за оформлення роботи згідно з вимогами і наявність посилань на використану літературу та джерела;
- за наявність змістовних висновків;
- за глибокі знання навчального матеріалу, що містяться в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах.

У разі виявлення невідповідності результатів навчання окремим критеріям із тієї чи тієї форми контролю знань кількість балів, яка виставляється здобувачу, може бути знижена:

- за неповну відповідь;
- за кожну неправильну відповідь;
- за невчасне виконання завдання;
- за недостовірність поданої інформації;
- за недостатнє розкриття теми;
- за відсутність посилань на літературні джерела.

Результати поточних контролів рівня знань здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання (у вигляді певної кількості отриманих балів) обов'язково доводяться викладачем наприкінці кожного заняття до їхнього відома, виставляються в Журнал обліку роботи академічної групи та є підставою для одержання допуску до підсумкового контролю.

Умовою допуску до складання екзамену є накопичення здобувачем протягом навчального семестру не менше 60 балів з навчальної дисципліни. Допуск здобувача вищої освіти до складання екзамену з певної дисципліни відбувається незалежно від результатів навчання з інших дисциплін.

Здобувачі вищої освіти, які за поточним оцінюванням у семестрі мають результат навчання з дисципліни 60 балів і вище, можуть, за бажанням, бути:

– звільнені від складання екзамену й отримати в результаті оцінювання 60-80 балів, що відповідають кількості балів поточного оцінювання з навчальної дисципліни;

– звільнені від складання екзамену й отримати в результаті оцінювання 81-100 балів, що відповідають кількості балів поточного оцінювання з навчальної дисципліни, за відсутності пропусків занять з усіх предметів семестру без поважних причин (до 10%), але за обов'язкового надання в деканат виконаних самостійних завдань з відповідної дисципліни.

Здобувач вищої освіти може підвищити оцінку, яку він отримав за результатами роботи в семестрі, під час складання екзамену в період сесії.

Якщо здобувач вищої освіти на екзамені отримав оцінку нижчу, ніж за результатами роботи в семестрі, у відомість обліку успішності виставляється підсумкова оцінка за результатами роботи в семестрі.

### **Розподіл балів, що присвоюється студентам, із розподілом за темами**

<b>Тема</b>	<b>Практичні заняття</b>	<b>Самостійна робота</b>	<b>Контрольна робота</b>	<b>Залік</b>
Тема 1.	2	10	40	<b>100</b>
Тема 2.	2			
Тема 3.	2			
Тема 4.	2			
Тема 5.	2			
Тема 6.	2	10		
Тема 7.	2			
Тема 8.	2			
Тема 9.	2			
Тема 10.	2			
Тема 11.	2			
Тема 12.	2			
Тема 13.	2	10		
Тема 14.	2			
Тема 15.	2			
<b>Разом</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	

### **6. Засоби діагностики результатів навчання**

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- контрольні роботи;
- екзамен.

## Питання до екзамену

1. Основні поняття теорії різницевих рівнянь
2. Рівняння з відокремлюваними змінними
3. Однорідні рівняння.
4. Рівняння, що зводяться до однорідних.
5. Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі, Ріккати
6. Лінійні рівняння першого порядку.
7. Рівняння, не розв'язні відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро.
8. Рівняння вищих порядків.
9. Рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку, та їх практичне застосування.
10. Лінійні однорідні різницеві рівняння вищих порядків.
11. Визначник Вронського. Властивості визначника.
12. Фундаментальна система розв'язків однорідних лінійних різницевих рівнянь  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
13. Системи лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами.
14. Лінійні інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра.
15. Історія теорії різницевих рівнянь.
16. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.
17. Метод Ейлера.
18. Метод Рунге-Кутта.
19. Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.
20. Постановка крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.
21. Методи розв'язання крайових задач для лінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.
22. Метод лінійної інтерполяції (метод хорд).
23. Метод суперпозиції.
24. Метод диференціального прогону.
25. Методи розв'язання крайових задач для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.
26. Метод Ньютона.
27. Метод лінійної квазілінеаризації.
28. Розв'язання крайових задач методом кінцевих різниць.
29. Метод послідовних наближень.
30. Апроксимація, стійкість, збіжність.
31. Різницеві апроксимації задачі Коші.
32. Лінійні різницеві рівняння зі сталими коефіцієнтами.
33. Методи наближеного розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.
34. Метод Гауса для знаходження визначник матриці.
35. Метод Якобі.
36. Метод Зейделя.
37. Ітераційний метод розв'язання лінійних алгебраїчних систем.

38. Швидкозбіжний ітераційний спосіб обігу матриць
39. Власні пари матриць та їх елементарні властивості.
40. Степеневий метод.
41. Зворотні ітерації.
42. Типи збіжностей ітераційних послідовностей.
43. Метод Ньютона.
44. Застосування методу Ньютона до обчислення значень функцій.
45. Метод простих ітерацій.
46. Метод Вегстейна.
47. Нелінійні рівняння з параметром.
48. Метод Бернуллі.
49. Метод Брауна.
50. Наукові досягнення Бернуллі, Ріккати.

## **7. Рекомендована література**

### **Основна**

1. Бойчук О.А., Чуйко С.М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. Слов'янськ: Вид. Б.І. Маторіна, 2021. 412 с.
2. Чуйко С.М. Практикум з теорії лінійних крайових задач. Слов'янськ: Вид. Б.І. Маторіна, 2020. 236 с.
3. Маринець К. В. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь першого порядку. Частина II: Навч. посіб. Ужгород: УжНУ, 2021. 99 с.
4. Маринець К. В. Стійкість систем звичайних диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку. Частина III: Навч. посіб. Ужгород: УжНУ, 2021. 53 с.
5. Літвін Н.В. Диференціальні рівняння. Методи інтегрування. Практичний курс. Маріуполь: ПДТУ, 2020. 127 с.

### **Допоміжна**

1. Богач І.В., Краковецький О.Ю., Крилик Л.В. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь засобами MathCAD: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2020. 106 с.
2. Килимник І.М., Яримбаш Д.С. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, 2022. 102 с.
3. Лиходєєва Г. В., Пастирева К. Ю. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. Ч. I. Звичайні диференціальні рівняння. Київ: Центр навчальної літератури, 2022. 144 с.
4. Лиходєєва Г. В., Пастирева К. Ю. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. Ч. II. Диференціальні рівняння вищих порядків. Київ: Центр навчальної літератури, 2022. 140 с.

5. Теплінський Ю.В. Інваріантні тори різницевих рівнянь у просторах обмежених числових послідовностей: Кам'янець-Подільський, 2022. 194 с.

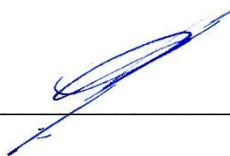
## 8. Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. <https://www.youtube.com/watch?v=p1JKXbW5eTU>  
Курс відеолекцій «Математичний аналіз»
2. <http://mathserfer.com/>  
Приклади розв'язків математичних задач.
3. <http://www.mat.net.ua/index.html>  
Каталог книг з математичних дисциплін.

## 9. Посилання на дистанційний курс

Дистанційний курс дисципліни на освітньому контенті в CMS Moodle  
<http://ddpu.edu.ua:9090/moodle/course/view.php?id=966>

Доктор фізико-математичних наук, професор



С.М. Чуйко

РПНД перевірена.  
Методист НМВ  
Коркішко О.Г.

