

Державний вищий навчальний заклад  
«Донбаський державний педагогічний університет»

Фізико – математичний факультет  
Кафедра математики та інформатики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Перший проректор



*Набока*  
\_\_\_\_\_

О.Г. Набока

«29» червня 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА  
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ**

**підготовки здобувачів  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**

**спеціальності** 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)

**за освітньою програмою** Середня освіта (Інформатика)

**мова навчання** Українська

Дніпро – Слов'янськ – 2023 р.

Розробник:

Чуйко О.В. кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики та методики навчання інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет».

Рецензенти:


- **Турка Тетяна Вікторівна** кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики та методики навчання інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»;

- **Сілін Євген Сергійович** кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри математики та інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет».

Робоча програма розглянута і схвалена на засіданні кафедри математики та інформатики

Протокол № 10 від «22» червня 2023р.

Завідувач кафедри математики та інформатики .



Чуйко С.М.

Погоджено групою забезпечення спеціальності 014 Середня освіта  
(Інформатика)

Керівник групи забезпечення

кандидат фізико-математичних наук



доцент Стьопкін А.В.

Затверджено та рекомендовано до впровадження вченою радою

Державного вищого навчального закладу

«Донбаський державний педагогічний університет»

«29» червня 2023р.,

протокол № 9

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни	
	денна форма навчання	
Кількість кредитів <b>11</b>	Обов'язкова	
Загальна кількість годин – <b>330</b> год.	Рік підготовки:	
	<b>1-й</b>	
	Семестр	
	<b>1-й</b>	<b>2-й</b>
	Лекції	
	<b>48</b> год.	<b>48</b> год.
Тижневих годин для денної форми навчання: котактних – <b>4,5</b> год. самостійної роботи здобувача – <b>5</b> год.	Практичні	
	<b>32</b> год.	<b>32</b> год.
	Самостійна робота	
	<b>85</b> год.	<b>85</b> год.
	Вид контролю:	
	<i>екзамен</i>	<i>залік</i>

**Метою** вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз» є набуття здобувачами таких компетентностей: сформувати цілісну систему знань щодо сучасної теорії функцій дійсної змінної, зокрема, диференціального та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних, теорії рядів; навчити досліджувати функції однієї та багатьох змінних на неперервність, диференційованість, монотонність, інтегрованість інше; знаходити похідні та невизначені інтеграли; застосовувати означені, кратні, криволінійні інтеграли до обчислення площ фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл, площ поверхонь та інше.



## 2. Матриця компетентностей, програмних результатів навчання, методів навчання, методів контролю з навчальної дисципліни «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

Компетентності, які формуються з посиланням на шифр відповідно до освітньої програми	ПРН з посиланням на шифр відповідно до ОП	Методи навчання	Методи контролю
<p>ІК Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі у галузі середньої освіти, що передбачає застосування теоретичних знань і практичних умінь із наук предметної спеціальності, педагогіки, психології, теорії та методики навчання і характеризується комплексністю та невизначеністю умов організації освітнього процесу на рівні базової середньої освіти.</p> <p>ЗК 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК 2. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>СК 1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмету.</p> <p>ПК 2. Володіння методами інформаційного моделювання; здатність реалізовувати інформаційну модель засобами ІКТ; проводити комп'ютерний експеримент, інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати його результати.</p>	<p>РН7. Уміє оперувати базовими категоріями та поняттями спеціальності.</p> <p>РН8. Генерує обґрунтовані думки в галузі професійних знань як для фахівців, так і для широкого загалу державною та іноземною мовами.</p> <p>РН10. Демонструє володіння сучасними технологіями пошуку наукової інформації для самоосвіти та застосування її у професійній діяльності.</p> <p>ПРН2. Знає та розуміє фізичні, логічні та математичні основи інформаційних технологій; пояснює та застосовує способи двійкового кодування текстової, числової, графічної, звукової та відеоінформації.</p> <p>ПРН8. Створює інформаційні моделі, реалізує їх засобами інформаційно-комунікаційних технологій, здійснює дослідження, інтерпретує, аналізує та узагальнює його результати.</p>	<p>Поєднання традиційних та інтерактивних методів навчання з використанням інноваційних технологій:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- словесні методи: лекція, диспут, дискусія;</li> <li>- наочні методи: спостереження, демонстрація;</li> <li>практичні методи: обробка довідкової інформації, тезування, рецензування, аналіз;</li> <li>- цифрові (дистанційні, мультимедійні, веб-орієнтовані тощо);</li> <li>- самостійна робота (робота із друківаними та електронними інформаційними ресурсами, розв'язання завдань тощо)</li> </ul>	<p>Спостереження за навчальною діяльністю здобувачів, усне та письмове опитування, практична перевірка, рейтинговий контроль, оцінювання самостійної роботи, доповіді презентації, контрольні роботи, екзамен, залік.</p>



### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Денна форма			
	усього	зокрема		
		л	пр	с.р.
<b>1. Вступ до математичного аналізу</b>				
Тема 1. Поняття функції.	16	4	2	10
Тема 2. Числові послідовності. Границя числової послідовності.	22	6	4	12
Тема 3. Границя і неперервність функції.	26	8	4	14
<b>2. Диференціальне числення функції однієї змінної</b>				
Тема 4. Похідна функції та її застосування.	22	8	4	10
Тема 5. Дослідження та побудова графіків функції.	26	8	6	12
<b>3. Інтегральне числення функції однієї змінної</b>				
Тема 6. Первісна та невизначений інтеграл.	27	8	6	13
Тема 7. Визначений інтеграл.	26	6	6	14
Тема 8. Невласні інтеграли.	18	4	4	10
Тема 9. Застосування визначеного інтеграла.	24	4	6	14
<b>Разом за I семестр</b>	<b>165</b>	<b>48</b>	<b>32</b>	<b>85</b>
<b>4. Ряди.</b>				
Тема 10. Числові ряди.	24	8	4	12
Тема 11. Функціональні ряди.	26	6	4	16
<b>5. Диференціальне числення функції кількох змінних</b>				
Тема 12. Поняття функції кількох змінних.	12	4	2	6
Тема 13. Частинні похідні і диференціал. Неявні функції та їх диференціювання.	14	4	4	6
Тема 14. Екстремуми функції багатьох змінних	12	4	2	6
<b>6. Кратні та криволінійні інтеграли.</b>				
Тема 15. Кратні інтеграли.	14	4	4	6
Тема 16. Властивості подвійних інтегралів. Обчислення подвійних інтегралів.	18	4	2	12
Тема 17. Означення потрійного інтеграла. Обчислення потрійних інтегралів.	9	4	2	3
Тема 18. Застосування кратних інтегралів.	12	4	4	4
Тема 19. Криволінійні інтеграли.	24	6	4	14
<b>Разом за II семестр</b>	<b>165</b>	<b>48</b>	<b>32</b>	<b>85</b>
<b>Усього годин</b>	<b>330</b>	<b>96</b>	<b>64</b>	<b>170</b>

## 4. Програма навчальної дисципліни

### 4.1. Теми лекцій

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Вступ до математичного аналізу</b>		
1	Логічні знаки. Множина. Дії над множинами. Означення відповідності між множинами. Означення функції.	2
2	Означення послідовності. Означення дійсного числа. Аксиома Архимеда. Основні властивості дійсних чисел. Числова пряма. Лема про вкладені відрізки. Перша, друга нерівності Коші.	4
3	Означення нескінченної границі. Приклади обчислення границь послідовності за означенням. Основні властивості збіжних послідовностей. Теореми про границі. Монотонні послідовності. Існування границі обмеженої монотонної послідовності.	2
4	Число $e$ . Означення, доведення існування. Приклади обчислення границь за допомогою границі, що приводить до числа $e$ .	2
5	Гранична точка множини. Різні визначення границі функції, їх еквівалентність. Односторонні границі функції. Існування границі в точці. Властивості границі функції в точці.	2
6	Перша і друга чудові границі. Розкриття невизначеностей. Теорема про границі.	4
7	Неперервні функції. Означення і приклади. Означення неперервності за Коші і за Гейне. Елементарні властивості неперервних функцій. Неперервність оберненої функції.	2
<b>Диференціальне числення функції однієї змінної</b>		
8	Означення похідної. Задачі, що приводять до похідної. Фізична та геометрична інтерпретації похідної. Правила обчислення похідних. Ланцюгове правило диференціювання складної функції. Похідна оберненої функції.	4
9	Однобічні похідні. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші. Приклади застосування цих теорем. Правила Лопіталя.	2
10	Диференціал функції, геометричний зміст. Застосування диференціала. Інваріантність форми диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків.	4
11	Дослідження опуклості. Необхідні і достатні умови збереження опуклості. Критичні точки. Умови локального екстремуму. Точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	6
<b>Інтегральне числення функції однієї змінної</b>		
12	Первісна. Невизначений інтеграл. Елементарні властивості. Таблиця інтегралів. Інтегрування за допомогою підстановки та	4



	частинами.	
13	Теореми про розклад дробнораціональної функції на елементарні дробі. Метод невизначених коефіцієнтів. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування елементарних дробів.	2
14	Інтегрування раціональної функції від $\sin$ і $\cos$ . Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування деяких функцій з ірраціональностями.	2
15	Означення і властивості сум Дарбу. Означення визначеного інтеграла. Критерій інтегровності.	2
16	Класи інтегровних функцій. Інтегровність монотонної функції. Інтегровність неперервної функції. Теорема Дарбу. Теорема Ньютона-Лейбниця. Заміна змінних в інтегралі. Інтегрування частинами	2
17	Інтеграл із змінною верхньою межею інтегрування. Невласні інтеграли.	2
18	Площа криволінійної трапеції. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні тіла обертання.	4
	<b>Разом за I семестр</b>	<b>48</b>
	<b>Ряди</b>	
19	Поняття числового ряду, частинної суми ряду. Сума ряду, збіжні та розбіжні числові ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду. Необхідна умова збіжності. Залишок числового ряду, зв'язок зі збіжністю. Властивості збіжних числових рядів.	2
20	Додатні ряди. Необхідна і достатня умова збіжності. Ознаки порівняння. Ознака Даламбера і ознака Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.	2
21	Абсолютно й умовно збіжні ряди. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбниця. Тотожність Абеля. Ознака збіжності Діріхле. Ознака Абеля. Теорема Діріхле про збіжність ряду з переставленнями.	2
22	Функціональні послідовності, збіжність і рівномірна збіжність функціональних послідовностей. Критерій Коші рівномірної збіжності функціональної послідовності. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей: неперервність граничної функції, інтегрування та диференціювання граничної функції.	2
23	Функціональні ряди, збіжність і рівномірна збіжність функціональних рядів, критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду. Ознаки Вейерштрасса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності функціонального ряду. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.	4
24	Ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	2
	<b>Функції кількох змінних</b>	
25	Означення функції двох і більшого числа змінних. Графік функції. Лінії рівня. Границя функції. Неперервність функції.	2

26	Частинні похідні першого і другого порядку. Диференційовність і диференціал функції двох змінних. Дотична площина й нормаль до поверхні. Означення і властивості похідних за напрямом. Градієнт.	4
27	Частинні похідні вищих порядків. Неявні функції та їх диференціювання. Ряд Тейлора функції багатьох змінних.	2
28	Екстремум функції кількох змінних. Достатня умова екстремуму функції кількох змінних.	4
<b>Кратні інтеграли</b>		
29	Міра Жордана. Вимірні множини. Квадровні і кубовні множини. Кубовність циліндричного тіла.	4
30	Властивості сум Дарбу функції двох змінних. Означення подвійного інтеграла. Інтегровність неперервної функції. Інтеграл як границя інтегральних сум. Теорема Дарбу.	4
31	Властивості подвійних інтегралів. Обчислення подвійних інтегралів.	4
32	Застосування кратних інтегралів. Об'єм циліндричного тіла. Маса циліндричного тіла. Заміна змінних в кратному інтегралі.	4
<b>Криволінійні інтеграли</b>		
33	Задачі, що приводять до криволінійних інтегралів. Криволінійні інтеграли першого роду.	2
34	Криволінійні інтеграли другого роду. Обчислення криволінійних інтегралів. Формула Гріна. Незалежність інтеграла від шляху інтегрування.	2
35	Застосування криволінійного інтеграла.	2
	<b>Разом за II семестр</b>	<b>48</b>
	<b>Всього за I та II семестри</b>	<b>96</b>

#### 4.2. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Означення границі послідовності. Приклади обчислення границь послідовності за означенням.	2
	Приклади обчислення границь послідовності за означенням. Означення нескінченної границі.	
2	Теорема про границі. Обчислення границь за допомогою теореми про границю. Розкриття невизначеностей.	
3	Монотонні послідовності. Основні означення. Існування границі обмеженої монотонної послідовності.	2
4	Границя функції у точці. Границя функції на нескінченності. Приклади обчислення границі за означенням. Означення за Коші і за Гейне. Приклади доведень відсутності границі. Властивості границі функції в точці. Перша та друга чудові границі.	2
5	Неперервні функції. Означення неперервності за Коші і за Гейне. Приклади застосування означень неперервності. Неперервність оберненої функції. Властивості функцій неперервних на відрізку. 1-а і 2-а теореми Вейєрштрасса.	2
6	Точки розриву. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.	2
7	Означення похідної. Задачі, що приводять до похідної. Фізична та геометрична інтерпретації похідної. Правила обчислення похідних.	2
8	Диференціювання складної функції. Похідна оберненої функції. Однобічні похідні. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші. Приклади застосування теореми Лагранжа.	2
9	Означення диференціала. Диференціали і похідні вищих порядків. Елементарні властивості. Правило Лопіталя.	2
10	Дослідження опуклості. Умови збереження опуклості на інтервалі. Критичні точки. Умови локального екстремуму. Точки перегину. Асимптоти.	2
11	Контрольна робота №1.	2
12	Первісна. Невизначений інтеграл. Елементарні властивості. Таблиця інтегралів. Інтегрування за допомогою підстановки та частинами. Інтегрування раціональних функцій.	2
13	Інтегрування раціональної функції від $\sin$ і $\cos$ . Інтегрування деяких функцій з ірраціональностями.	2
14	Обчислення інтегралів за допомогою теореми Ньютона-Лейбниця.	2

15	Заміна змінних в інтегралі. Інтегрування частинами.	2
16	Невласні інтеграли першого и другого типів. Правила обчислення невластних інтегралів.	2
17	Площа криволінійної трапеції. Об'єм тіла обертання.	2
	Довжина дуги кривої. Площа поверхні тіла обертання	
18	Контрольна робота №2.	2
	<b>Разом за I семестр</b>	<b>32</b>
19	Необхідна умова збіжності ряду. Геометричний ряд. Гармонічний ряд. Узагальнений гармонічний ряд.	2
	Найпростіші властивості збіжного ряду. Критерій Коші для рядів. Додатні ряди. Необхідна і достатня умова збіжності. Ознаки порівняння.	
20	Ознака Даламбера і ознака Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Абсолютно й умовно збіжні ряди. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбница. Тотожність Абеля. Ознака збіжності Діріхле. Ознака Абеля.	2
21	Переставлення елементів ряду, підсумовування пачками. Теорема Діріхле про збіжність ряду з переставленнями.	2
22	Рівносильні означення рівномірної збіжності функціональної послідовності. Критерій Коші рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжність функціональних послідовностей. Неперервність і інтегрованість границі.	2
23	Рівносильні означення рівномірної збіжності функціонального ряду. Критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду. Ознака Вейерштрасса. Ознака Діріхле. Ознака Абеля.	2
24	Теорема про неперервність суми ряду. Інтегрування та диференціювання функціонального ряду.	2
	Застосування теореми Коші-Адамара. Ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. Простори $R^m$ і $C[a;b]$ .	
25	Збіжність у метричному просторі. Функції на метричних просторах. Відображення стику. Теорема Банаха. Теорема про неявну функцію.	2
26	Контрольна робота №3. (домашня)	
27	Означення і властивості похідних за напрямом. Обчислення похідних за напрямом за означенням	2
	Часткові похідні. Градієнт. Правила обчислення часткових похідних. Похідна суперпозиції функцій та неявної функції.	
28	Диференційовність функції багатьох змінних. Достатня умова.	2
	Часткові похідні вищих порядків. Ряд Тейлора функції багатьох змінних.	
29	Екстремум функції багатьох змінних. Достатня умова екстремуму функції багатьох змінних.	4

	Властивості сум Дарбу функції двох змінних. Означення подвійного інтеграла.	
30	Інтегровність неперервної функції. Інтеграл як границя інтегральних сум. Теорема Дарбу.	2
31	Властивості подвійних інтегралів. Обчислення подвійних інтегралів за прямокутною та довільною фігурою інтегрування.	2
32	Застосування кратних інтегралів. Об'єм циліндричного тіла. Маса циліндричного тіла. Заміна змінних в кратному інтегралі.	2
33	Задачі, що приводять до криволінійних інтегралів. Криволінійні інтеграли першого роду.	2
	Криволінійні інтеграли другого роду. Обчислення криволінійних інтегралів.	
34	Формула Гріна. Незалежність інтеграла від шляху інтегрування. Застосування криволінійного інтеграла. Поновлення функції з її повного диференціала.	2
35	Контрольна робота №4.	2
	<b>Разом за II семестр</b>	<b>32</b>
	<b>Всього за I та II семестри</b>	<b>64</b>

#### 4.3. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Множина. Дії над множинами. Означення відповідності між множинами. Означення функції.	3
	Означення послідовності. Означення дійсного числа. Правило порівняння дійсних чисел. Аксиома Архимеда. Основні властивості дійсних чисел.	
2.	Числова пряма. Точні межі множини. Теорема про існування точних меж обмеженої множини. Лема про вкладені відрізки.	2
3.	Важливі нерівності. Нерівність Бернуллі. Перша друга нерівності Коші.	2
4.	Основні означення. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Приклади обчислення границь послідовності за означенням.	3
5.	Властивості збіжних послідовностей. Теорема про трипослідовності. Теорема про границі.	3
6.	Монотонні послідовності. Основні означення. Існування границі. Число $\epsilon$ .	3
7.	Підпослідовності. Означення. Властивості підпослідовностей і часткових границь. Теорема про монотонну підпослідовність. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхня й нижня границі послідовності.	3

8.	Фундаментальні послідовності і їх властивості. Критерій Коші.	3
9.	Гранична точка множини. Границя функції у точці. Означення границі функції у точці за Коші і за Гейне. Приклади.	2
10.	Властивості границі функції в точці. Однобічні границі. Існування границі в точці.	2
11.	Неперервні функції. Означення і приклади. Елементарні властивості неперервних функцій.	2
12.	Неперервність оберненої функції.	2
13.	Властивості функцій неперервних на відрізку. 1-а і 2-а теореми Вейерштрасса. Теорема Коші про проміжне значення. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора. Точки розриву.	4
14.	Означення похідної. Задачі, що приводять до похідної. Фізична та геометрична інтерпретації похідної.	2
15.	Правила обчислення похідних. Ланцюгове правило диференціювання складної функції. Похідна оберненої функції.	3
16.	Однобічні похідні. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші. Приклади застосування цих теорем.	3
17.	Означення диференціала і диференційовності. Диференціали і похідні вищих порядків. Елементарні властивості.	4
18.	Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа. Правило Лопіталя.	3
19.	Дослідження опуклості. Умови збереження опуклості. Нерівність Ієнсена.	3
20.	Критичні точки. Умови локального екстремуму. Точки перегину. Асимптоти.	3
21.	Первісна. Невизначений інтеграл. Елементарні властивості. Таблиця інтегралів. Інтегрування за допомогою підстановки та частинами. Інтегрування раціональних функцій.	2
22.	Метод невизначених коефіцієнтів. Інтегрування елементарних дробів.	4
23.	Інтегрування раціональної функції від $\sin$ і $\cos$ . Інтегрування деяких функцій з ірраціональностями.	4
24.	Означення і властивості сум Дарбу. Означення визначеного інтеграла. Критерій інтегровності.	2
25.	Інтегровність монотонної функції. Інтегровність неперервної функції. Інтегровність функції, що має скінчену множину точок розрива.	2
26.	Інтеграл як границя інтегральних сум. Теорема Дарбу	2
27.	Лінійні властивості. Адитивність. Теорема про середнє. Теорема Ньютона-Лейбниця. Заміна змінних в інтегралі. Інтегрування частинами	3
28.	Інтеграл із змінною верхньою межею інтегрування. Невласні інтеграли.	3

29.	Граничний перехід під знаком інтеграла.	3
30.	Площа криволінійної трапеції. Довжина дуги кривої. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні тіла обертання.	5
	<b>Всього за I семестр</b>	<b>85</b>
31.	Необхідна умова збіжності ряду. Геометричний ряд. Гармонічний ряд. Узагальнений гармонічний ряд. Найпростіші властивості збіжного ряду. Критерій Коші для рядів.	3
32.	Додатні ряди. Необхідна і достатня умова збіжності. Ознаки порівняння. Ознака Даламбера і ознака Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.	3
33.	Абсолютно й умовно збіжні ряди. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбница. Тотожність Абеля. Ознака збіжності Діріхле. Ознака Абеля.	4
34.	Переставлення елементів ряду, підсумовування пачками. Теорема Діріхле про збіжність ряду з переставленнями.	2
35.	Рівносильні означення рівномірної збіжності функціональної послідовності. Критерій Коші рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжності функціональних послідовностей. Неперервність і інтегровність границі.	4
36.	Рівносильні означення рівномірної збіжності функціонального ряду. Критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду. Ознака Вейєрштрасса. Ознака Діріхле. Ознака Абеля.	3
37.	Теорема про неперервність суми ряду. Інтегрування та диференціювання функціонального ряду.	4
38.	Теорема Коші-Адамара. Основні властивості степеневих рядів. Ряд Тейлора. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.	3
39.	Означення відстані та метричного простору. Простори $R^m$ і $C[a;b]$ .	3
40.	Збіжність у метричному просторі. Функції на метричних просторах.	3
41.	Відображення стику. Теорема Банаха. Теорема про існування і єдиність розв'язку диференціального рівняння. Теорема про неявну функцію.	3
42.	Означення і властивості похідних за напрямом. Часткові похідні. Градієнт. Правила обчислення часткових похідних. Похідна суперпозиції функцій та неявної функції.	3
43.	Диференційовність функції багатьох змінних. Достатня умова.	4
44.	Часткові похідні вищих порядків. Ряд Тейлора функції багатьох змінних. Екстремум функції багатьох змінних. Достатня умова екстремуму функції багатьох змінних.	4
45.	Міра Жордана. Вимірні множини.	2
46.	Квадровні і кубовні множини.	2
	Кубовність циліндричного тіла.	2
47.	Властивості сум Дарбу функції двох змінних. Означення подвійного інтеграла.	2

48.	Інтегровність неперервної функції.	2
49.	Інтеграл як границя інтегральних сум. Теорема Дарбу.	2
50.	Властивості подвійних інтегралів.	2
51.	Обчислення подвійних інтегралів.	3
52.	Означення потрійного інтеграла. Обчислення потрійних інтегралів.	3
53.	Застосування кратних інтегралів. Об'єм циліндричного тіла. Маса циліндричного тіла.	2
54.	Заміна змінних в кратному інтегралі.	3
55.	Задачі, що приводять до криволінійних інтегралів. Криволінійні інтеграли першого роду.	3
56.	Криволінійні інтеграли другого роду. Обчислення криволінійних інтегралів.	3
57.	Формула Гріна. Незалежність інтеграла від шляху інтегрування.	4
58.	Застосування криволінійного інтеграла.	4
	<b>Всього за II семестр</b>	<b>85</b>
	<b>Разом за I та II семестри</b>	<b>170</b>



## 5. Критерії оцінювання результатів навчання

Навчальна дисципліна викладається два семестри та оцінюється максимальною оцінкою у 100 балів (у 1 семестрі – , у 2 семестрі– залік).

Оцінювання здійснюється у вигляді поточного контролю знань, оцінювання лабораторних та самостійних робіт. Кожен здобувач може ознайомитись з розподілом балів за всі види роботи впродовж семестру (зокрема, в дистанційному курсі).

Результати поточного контролю рівня знань здобувачів (кількість отриманих балів) обов'язково доводяться викладачем наприкінці кожного заняття до відома всіх здобувачів і виставляються в «Журнал обліку поточної успішності та відвідування занять».

Робота під час лабораторного заняття оцінюється за наступними критеріями:

- опитування – повнота та ґрунтовність відповіді на задане запитання з теми заняття;
- виконання ситуаційних вправ і завдань – за запропонований алгоритм виконання завдання; за знання теоретичних основ проблеми, порушеної в завданні; за володіння формулами та математичними методами, необхідними для виконання завдання; за отриманий правильний результат.

У разі відсутності на лабораторному занятті здобувач вищої освіти повинен самостійно виконати роботу та надати для перевірки.

При проведенні форм контролю знань максимально встановлений бал за кожною з тем може бути знижено у наступних випадках:

- за неповний розв'язок завдання;
- за кожную неправильну відповідь;
- за наявність помилок;
- за несвоєчасне виконання завдання;
- за недостовірність поданої інформації;
- за недостатнє розкриття теми;
- за відсутність обґрунтувань та висновків;
- за порушення академічної доброчесності.

### Розподіл балів за темами

Тема	Практичні, індивідуальні заняття	Контрольна робота	Самостійна робота	Залік
Т 1	4	5	2	100
Т 2	4		2	
Т 3	4		2	
Т 4	4		3	
Т 5	4		3	
Т 6	5		3	
Т 7	5	5	4	
Т 8	5		4	
Т 9	5		4	

Разом за 1 с.	40	10	30		
Тема	Практичні, індивідуальні заняття	Контрольна робота	Самостійна робота	Екзамен	
Т 10	4	5	3	100	
Т 11	4		3		
Т 12	4		3		
Т 13	4		3		
Т 14	4	5	3		
Т 15	4		3		
Т 16	4		3		
Т 17	4		3		
Т 18	4		3		
Т 19	4		3		
<b>Разом за 2 с.</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>30</b>		

Для визначення критеріїв оцінювання для отримання заліку потрібно зважати на такі загальні положення:

на оцінку **«зараховано» (60-100 балів)** заслуговує здобувач вищої освіти, який за час відвідування лекційних, практичних та/або лабораторних занять й за виконану самостійну роботу отримав зазначену кількість балів протягом семестру;

оцінка **«не зараховано» (0-59 балів)** виставляється здобувачеві вищої освіти, який за час відвідування лекційних, практичних та/або лабораторних занять й за виконану самостійну роботу не набрав 60 балів упродовж семестру, він має прогалини в знаннях основного навчально-програмного матеріалу.

Для визначення критеріїв оцінювання відповідей на екзамені потрібно зважати на такі загальні положення:

оцінки **«відмінно» (90-100 балів)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував всебічні, систематичні й глибокі знання навчального матеріалу, уміння без похибок виконувати завдання, передбачені програмою, опанував основну й додаткову літературу, рекомендовану навчальною програмою, засвоїв значущі для майбутньої кваліфікації підвалини основних дисциплін, виявив творчі здібності в усвідомленні, засвоєнні й застосуванні навчально-програмного матеріалу;

оцінки **«добре» (75-89 балів)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував ретельне знання навчально-програмного матеріалу, успішно виконав передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу, рекомендовану навчальною програмою, показав систему засвоєних знань з дисципліни та здатність до їх самостійного поповнення й оновлення під час подальшої навчальної роботи й професійної діяльності;

оцінки **«задовільно» (60-74 бали)** заслуговує здобувач вищої освіти, який продемонстрував знання основного навчально-програмного матеріалу в обсязі,

потрібному для подальшого навчання та майбутньої роботи за спеціальністю, впорався з виконанням завдань, передбачених програмою, але припустився помилок у відповіді на екзамені та під час виконання екзаменаційних завдань, хоча має необхідні знання для їх усунення під керівництвом викладача;

оцінка «незадовільно» (26-59 балів) виставляється здобувачу вищої освіти, який має прогалини в знаннях основного навчально-програмного матеріалу, припустився принципових помилок у виконанні передбачених програмою завдань, і не може продовжувати навчання без виконання додаткових завдань з відповідної дисципліни;

оцінка «неприйнятно» (0-25 балів) виставляється здобувачу вищої освіти, який не надав для перевірки потрібну кількість правильно виконаних завдань, пропустив без поважних причин значну кількість занять (більше ніж 50%), і не може продовжувати навчання без проходження повторного курсу навчання.

Шкала оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти		
За накопичувальною 100 - бальною шкалою	За національною шкалою	
	для екзаменів, звітів з практики, курсових робіт	для заліків
90 - 100 балів	відмінно	зараховано
75 - 89 балів	добре	
60 - 74 балів	задовільно	
26 - 59 балів	незадовільно	не зараховано
0 - 25 балів	неприйнятно	

## 6. Засоби діагностики результатів навчання

Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- індивідуальні завдання;
- письмові самостійні роботи;
- контрольні роботи;
- залік;
- екзамен.

### Питання до екзамену.

1. Множини дійсних чисел. Теорема:  $r$  - не раціональне число, якщо  $r^2 = 2$ .  
Числові проміжки.
2. Поняття функції. Основні способи задання функції. Графік функції.
3. Екстремум функції однієї змінної.
4. Елементарні функції.

5. Складна функція і її неперервність.
6. Число  $e$ . Натуральні логарифми і їх зв'язок з десятковими.
7. Означення неперервності функції на відрізку. Властивості функцій неперервних на відрізку.
8. Модуль дійсного числа. Властивості модуля.
9. Функції задані параметричними рівняннями і їх диференціювання.
10. . Поняття функції. Основні способи задання функції. Графік функції.
11. Правило Лопітала.
12. Основні класи елементарних функцій.
13. Неперервність деяких елементарних функцій.
14. Розривні функції. Точки розриву і їх класифікація.
15. Нескінченно великі функції при  $x \rightarrow a, x \in E$  та їх зв'язок з необмеженими.
16. Нескінченно малі функції при  $x \rightarrow a, x \in E$  та їх найпростіші властивості. Класифікація нескінченно малих функцій їх порівнянням.
17. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими функціями при  $x \rightarrow a, x \in E$ .
18. Поняття неперервної функції і арифметичні операції над неперервними функціями.
19. Означення похідної функції. Геометричне тлумачення.
20. Правило диференціювання і таблиця похідних.
21. Похідна алгебраїчної суми, добутку і частки. Теорема про похідну складної функції.
22. Похідна від загальної степеневі функції. Похідні від тригонометричних функцій.
23. Похідні від деяких елементарних функцій. Похідна логарифмічної функції. Похідна від показникової функції.
24. Похідна неявної функції.
25. Логарифмічне диференціювання.
26. Гіперболічні функції. Диференціювання.
27. Функції задані параметричними рівняннями і їх диференціювання.
28. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Її геометричний і механічний зміст.
29. Рівняння дотичної і нормалі кривої.
30. Границя функції в точці. Границя функції в скінченій точці. Геометрична інтерпретація.
31. Границя монотонної обмеженої послідовності.
32. Границя функції в точці скінченій або в нескінченно віддаленій.
33. Найпростіші теореми про границі. Границя суми, різниці, добутку і частки.
34. Перша чудова границя.
35. Друга чудова границя.
36. Розкриття невизначеності.
37. Первісна. Невизначений інтеграл.
38. Властивості невизначеного інтеграла.

39. Таблиця невизначених інтегралів.
40. Заміна змінної у невизначеному інтегралі.
41. Інтегрування частинами.
42. Інтегрування раціональних дробів.
43. Інтегрування деяких ірраціональних функцій.
44. Інтегрування тригонометричних функцій.
45. Визначений інтеграл. Геометричний зміст визначеного інтегралу.
46. Обчислення площі плоскої фігури за допомогою визначеного інтегралу.
47. Властивості визначеного інтегралу.
48. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
49. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
50. Невласні інтеграли.
51. Наближені методи обчислення визначених інтегралів. Формула трапеції.
52. Наближені методи обчислення визначених інтегралів. Формула Симпсона.
53. Площа криволінійної трапеції і сектора
54. Обчислення об'єму тіла обертання.

## **7. Рекомендована література**

### **Основна**

1. Вища математика. Ч.2. Інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних / О.В. Барабаш, Г.М. Власик, Н.Б. Дахно, І.В. Замрій, О.В. Свинчук, В.В. Шкапа. К.: ДУТ, 2019. 232 с.
2. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І.В.Алексєєва, В.О.Гайдей, О.О.Диховичний, Л.Б.Федорова ; за ред. О. І. Клесова; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 7,61 Мбайт). Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. Т. 2. 504 с.
3. Бушев Д. М., Ковальчук І.Р., Піддубний О.М., Філозоф Л.І. Збірник індивідуальних завдань з математичного аналізу. Границі функцій, диференціальне та інтегральне числення. Луцьк: СНУ імені Лесі Українки, 2018. 63 с. (не перевидавалось)
4. Бушев Д. М., Ковальчук І.Р., Піддубний О.М., Філозоф Л.І. Конспект лекцій з математичного аналізу. Послідовності та функції. Луцьк: СНУ імені Лесі Українки, 2018. 74 с. (не перевидавалось)
5. Сергєєва Л.Н., О.Є. Прокопченко. Вища математика і статистика. Частина І. Математичний аналіз: навчальний посібник. Запоріжжя: 2019. 118 с.
6. Комплексний аналіз: навчальний посібник / П.В.Слюсарчук, Т. В. Боярищева, М. С. Герич, О. О. Погоріляк, О. О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилишак. Ужгород: «Шарк», 2020. 174 с.

### **Допоміжна**

1. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної: навч. посібник / Укладачі О.Н. Нестеренко, Т.О. Петрова, А.В. Чайковський. 2019. 59 с.

2. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної. Частина 2. / Укладачі М.О.Назаренко, О.Н.Нестеренко, Т.О.Петрова, А.В.Чайковський. 2020. 22 с.

3. <http://mathanalysis.knu.ua/posibniki/> – посібники з математичного аналізу.

4. Ільченко О.В. Посібник з курсу “Математичний аналіз” для студентів ННІ «Інститут геології». 2021. 65с.

5. Методичні рекомендації з дисципліни «Математичний аналіз», розділ «Диференціальне числення функцій багатьох змінних» / Г. Д. Урум, О. І. Олефір. Одеса: ПНПУ імені К. Д. Ушинського, 2021. 35 с.

## 8. . Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. <https://learn.ztu.edu.ua/mod/folder/view.php?id=20234> – Математичний аналіз +Вища математика 1курс

2. <https://sites.google.com/site/matematichniyanaliz3kurspm/konspekt-lekcij-1>

3. <http://repository.dnu.dp.ua:1100/upload/707d3667fc6bd279e461eb9ab09026f1konspekt-Mat-analiz-PA.pdf>

## 9. Посилання на дистанційний курс

Дистанційний курс дисципліни на освітньому контенті в CMS Moodle  
<http://212.3.125.77:9090/moodle/course/view.php?id=1223>

кандидат фізико-математичних наук,

доцент, доцент кафедри МНМ та МНІ:



Чуйко О.В.

РПНД перевірена.  
Методист НМВ  
Коркішко О.Г.

