Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний
педагогічний університет»
Фізико-математичний факультет

ISSN 2413-2667 (Print)
ISSN 2415-3079 (Online)

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

фізико-математичного факультету ДДПУ

Випуск №12

Слов'янськ, 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНБАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ISSN 2413-2667 (Print)
ISSN 2415-3079 (Online)

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ фізико-математичного факультету ДДПУ

Заснований у 2010 році

Випуск 12

Рекомендовано вченою радою
Донбаського державного педагогічного університету
як наукове видання

Слов'янськ – 2022

The Ministry of Education and Science of Ukraine

State Higher Educational Institution
«DONBAS STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY»

ISSN 2413-2667 (Print)
ISSN 2415-3079 (Online)

SCIENTIFIC WORKS of the Faculty of Physics and Mathematics of Donbas State Pedagogical University

Founded in 2010

Issue 12

Recommended by the Academic Council
of Donbas State Pedagogical University
as a scientific publication

Sloviansk, 2022

УДК 51+53+37.016:[51+53+004].

З – 41

Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ / гол. ред. С.О. Чайченко. Слов'янськ : Вид-во Б.І. Маторін. 2022. Вип. 12. 152 с.

Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін та інформатики в закладах загальної середньої та вищої освіти.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

РЕЦЕНЗЕНТИ

АВРАМЕНКО О.В. – доктор фізико-математичних наук, професор;
завідувач кафедри математики, статистики та інформаційних технологій Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

МАСИЧ В.В. – доктор педагогічних наук, доцент;
завідувач кафедри фізики Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди.

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ДРУКУ

вченою радою державного вищого навчального закладу «Донбаський державний педагогічний університет», протокол № 9 від 27.06.2022 р.

За достовірність посилань, цитат і результатів експериментів відповідальність несуть автори.

Від редакційної колегії

Шановні читачі!

Ви тримаєте в руках дванадцятий випуск «Збірника наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ» ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет». Видання наукових праць викладачів, студентів та молодих науковців фізико-математичного факультету ДДПУ започатковано у 2010 році, коли результати наукових досліджень було опубліковано окремою серією «Фізико-математичні науки» в збірнику наукових праць «Пошуки і знахідки» за матеріалами науково-практичної конференції «Актуальні питання науки і освіти» (Слов'янськ, СДПУ, 20-22 квітня 2010 р.)

Метою збірника є підтримка наукової активності як серед студентів, так і серед молодих викладачів ДДПУ та інших ЗВО.

Основу одинадцятого випуску збірника складають оригінальні повнотекстові статті (в авторській редакції) переважно із числа доповідей, зроблених під час секційних засідань на цьогорічній Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів і молодих учених «Перспективні напрямки сучасної науки та освіти», Слов'янськ, ДДПУ, 18–19 травня 2022 р. Основні результати доповідались на секційних засіданнях та були рекомендовані до друку головами секцій, завідувачами випускових кафедр («фізики», «математики та інформатики», «методики навчання математики та методики навчання інформатики») та керівниками студентських наукових робіт.

Засновники збірника мають намір зробити його максимально відкритим як для авторів, так і для читачів. Він виходить один раз на рік у друкованому та електронному вигляді. Електронна версія журналу та інформація щодо співпраці з авторами є доступною на офіційному сайті збірника за адресою URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/begin.htm

Запрошуємо до співпраці. Наснаги та творчих успіхів!

Члени редакційної колегії.

МАТЕМАТИКА. ФІЗИКА

УДК 519.175

Кадубовський О.А., Сілін Є.С., Гриценко Т.Ю.
[1] *кандидат фіз.-мат. н., доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: kadubovs@ukr.net, ORCID 000-0003-2045-810X
[2] *кандидат фіз.-мат. н., доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: silin-evgen@meta.ua, ORCID 0000-0003-2470-2704
[3] *студент 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: taras.gritsenko@gmail.com, ORCID 0000-0002-3199-2730

ПРО ЧИСЛО ДВОКОЛЬОРОВИХ ХОРДОВИХ О-ДІАГРАМ РОДУ 4 ТА СУМІЖНІ ПИТАННЯ

В статті розглядається клас 2-кольорових хордових О-діаграм (з n хордами) роду 4, які мають l сірих (чорних) та k чорних (відповідно сірих) циклів. Вперше встановлено явні формули для підрахунку числа діаграм із зазначеного класу та з класу О-діаграм роду 4, які мають один сірий (чорний) та (n−8) чорних (відповідно сірих) циклів. Для простих n>10 встановлено явні формули для підрахунку числа неізоморфних (нееквівалентних відносно дії циклічної групи порядку n) діаграм із зазначених класів. Крім того, для початкових натуральних n наведено точні значення числа таких діаграм, а для простих 10<n<44 – точні значення числа неізоморфних діаграм із зазначених класів.

Ключові слова: *2-кольорова хордова О-діаграма з n хордами, рід діаграми, цикл діаграми, циклічна група.*

Вступ

Добре відомо, що хордові діаграми ефективно використовують в багатьох галузях науки, зокрема математиці (топології, теорії вузлів), фізиці, біології, генетиці тощо (напр. [1], [7], [9]).

Нагадаємо, що хордовою діаграмою порядку n або, коротко, $n-$діаграмою називають конфігурацію на площині, що складається з кола, $2n$ точок на ньому (які є вершинами правильного $2n-$кутника) та n хорд, що сполучають вказані точки. Хордові діаграми називають ізоморфними, якщо одну можна одержати з іншої в результаті повороту.

Питаннями переліку певних класів хордових $n-$діаграм (відносно дії циклічної групи порядку $2n$ та діедральної групи порядку $4n$) займалась ціла низка відомих математиків, зазначених, наприклад, в роботі [12].

Слід констатувати, що одержання явних формул для підрахунку числа неізоморфних (а тому і нееквівалентних), $n-$діаграм фіксованого роду g (за винятком роду 0; 1 та максимального роду) виявилося досить складною задачею і до сьогодні нерозв'язаною проблемою.

Крім того, нерозв'язними залишаються й задачі про підрахунок числа неізоморфних двокольорових хордових $O-$діаграм фіксованого роду g (за винятком нульового та максимального роду) з наперед заданими числами циклів 2 кольорів.

Метою статті є встановлення явних формул для підрахунку числа двокольорових хордових $O-$діаграм роду 4 з наперед заданими числами циклів 2 кольорів та підрахунку числа неізоморфних таких діаграм.

1. Основні поняття та попередні відомості

Означення 1. *Коло з $2n$ точками на ньому (що є вершинами правильного $2n-$кутника), дуги якого почергово розфарбовані у два кольори (чорний і сірий) та фіксованою нумерацією вершин за годинниковою стрілкою, будемо називати двокольоровим $2n-$шаблоном.*

2-кольоровою хордовою $n-$діаграмою будемо називати $n-$діаграму, побудовану на основі двокольорового $2n-$шаблону.

Означення 2. *2-кольорову $n-$діаграму, яка не містить (містить) хорди, що сполучає вершини з номерами однакової парності, називають $O-$діаграмою ($N-$діаграмою).*

Означення 3. *«Чорним» («сірим») циклом $2-$кольорової діаграми називатимемо послідовність хорд та чорних (сірих) дуг, які утворюють гомеоморфний образ (орієнтованого) кола.*

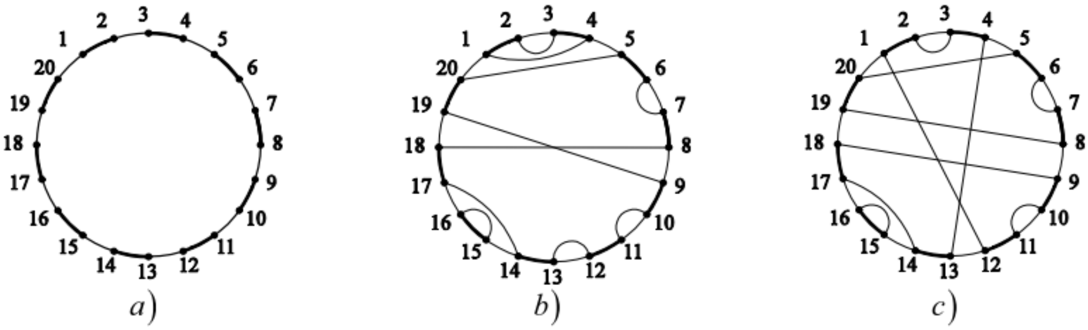


Рис. 1.: до визначень 1–3.

$a)$ – двокольоровий 20-шаблон;

$b)$ – $N-$діаграма (з 10 хордами), яка має 7 сірих та 3 чорних циклів;

$c)$ – $O-$діаграма (з 10 хордами), яка має 6 сірих та 3 чорних циклів.

Означення 4. *Родом $2-$кольорової $O-$діаграми будемо називати ціле число g, яке визначається рівністю*

$$2g = n + 1 - l - k. \quad (1.1)$$

Означення 5. *Множину $O-$діаграм з n хордами (побудованих на $2-$кольоровому $2n-$шаблоні), які мають точно l сірих (чорних) та k чорних (відповідно сірих) циклів будемо позначати $\Im_{k;l}^{n,g}$.*

Як випливає з роботи [11], число $B_g(l;k)$ діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,g}$ співпадає з величиною $N \cdot B(m;n;N)$ (при $l = m$; $k = n$; $n = N$) в термінах роботи [7] та з величиною $\mathrm{Bi}(\ell, m, n)$ (при $l = \ell$; $k = m$; $n = n$) в термінах роботи [2].

Більш детально з основними поняттями та попередніми відомостями з теорії переліку двокольорових хордових діаграм, можна ознайомитися, наприклад, в роботах [8 – 14].

У 1997 р. в роботі [7, С. 4] вперше встановлено рекурентні формули, за допомогою яких є принципово можливим підрахунок числа діаграм з класу $\mathfrak{I}_{k;l}^{n,4}$ $(2g = n+1-l-k)$. Крім того, для початкових $g = 0;1;2;3$ в [7, С. 8-9] встановлено наступні явні формули, які пізніше також були одержані та уточнені й в роботі [2, С. 833]

$$B_0(l;k) = \frac{1}{n} C_n^{l-1} C_n^{k-1}. \tag{1.2}$$

де $n = l + k - 1$ ($g = 0$);

$$B_1(l;k) = \frac{1}{3!} \cdot C_{n+1}^{2} C_{n-1}^{l-1} C_{n-1}^{k-1}, \tag{1.3}$$

де $n = l + k + 1$ ($g = 1$);

$$B_2(l;k) = \frac{U_2(l;k)}{6 \cdot 5!} \cdot C_{n+1}^{2} C_{n-1}^{l-1} C_{n-1}^{k-1}, \tag{1.4}$$

де $n = l + k + 3$ ($g = 2$), а

$$U_2(l;k) = 5lk(l+k) + 13(l^2+k^2) + 47lk + 86(l+k) + 129;$$

$$B_3(l;k) = \frac{U_3(l,k)}{36 \cdot 7!} \cdot C_{n+1}^{2} C_{n-1}^{l-1} C_{n-1}^{k-1}, \tag{1.5}$$

де $n = l + k + 5$ ($g = 3$), а

$$\begin{aligned} U_3(l;k) &= \\ = 70l^3k^3 &+ 35l^2k^2(l^2+k^2) + 1260l^2k^2(l+k) + 273lk(l^3+k^3) + \\ &+ 6512lk(l^2+k^2) + 502(l^4+k^4) + 13410l^2k^2 + 54123lk(l+k) + 9978(l^3+k^3) + \\ &+ 185554lk + 71842(l^2+k^2) + 219918(l+k) + 238480. \end{aligned}$$

В роботі [3, С. 15/888] для величин $B_g(l;k)$ встановлено справедливість наступного рекурентного співвідношення

$$\begin{aligned} &2g \cdot B_g(l;k) = \\ &= \sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+l}^{2g-2p+1} \cdot B_p(2g-2p+l;k) + \sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+k}^{2g-2p+1} \cdot B_p(l;2g-2p+k). \end{aligned} \tag{1.6}$$

Зауваження 1. *Як вже зазначалося раніше, при довільному цілому* $g \geq 0$ *аргументи для величини* $B_g(l;k)$ *пов'язано співвідношенням* $n = 2g - 1 + l + k$. *Більше того, при довільному* $0 \leq p \leq g-1$ *аргументи для величин* $B_p(2g-2p+l;k)$ *і* $B_p(l;2g-2p+k)$ *пов'язано наступними співвідношеннями:*

$$n_{p,1} = 2p - 1 + (2g - 2p + l) + k = n; \quad n_{p,2} = 2p - 1 + l + (2g - 2p + k) = n.$$

Тобто, для всіх величин $B_q(x;y)$ *в* (1.6) *аргумент*

$$n_q = 2q - 1 + x + y = 2g - 1 + l + k = n.$$

2. Основна частина

З урахуванням результатів робіт [7], [2] та співвідношень (1.2) – (1.5), для натуральних g, l і k величину $B_g(l;k)$ можна подати у вигляді

$$B_g(l;k) = \frac{C_{n+1}^2}{6^{g-1}\cdot(2g+1)!\cdot\lambda(g)}\cdot C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_g(l,k), \tag{2.1}$$

де $U_g(l,k)$ – многочлен степеня $(3g-3)$, $n = 2g+l+k-1$, а $\lambda(g)$ – такий числовий множник, за допомогою якою досягається цілісність коефіцієнтів многочлену $U_g(l,k)$.

Не важко перевірити, що для випадків $g = 0;1;2;3$ числовий множник $\lambda(g)\equiv 1$, а многочлени $U_g(l,k)$ набувають відповідно вид

$$U_0(l,k) = \frac{1}{3lk(l+k)}; \tag{2.2}$$

$$U_1(l,k) = 1; \tag{2.3}$$

$$U_2(l,k) = \\ = 5lk(l+k) + 13(l^2+k^2) + 47lk + 86(l+k) + 129; \tag{2.4}$$

$$U_3(l,k) = \\ = 70l^3k^3 + 35l^2k^2(l^2+k^2) + 1260l^2k^2(l+k) + 273lk(l^3+k^3) + \\ +6512lk(l^2+k^2) + 502(l^4+k^4) + 13410l^2k^2 + 54123lk(l+k) + 9978(l^3+k^3) + \\ +185554lk + 71842(l^2+k^2) + 219918(l+k) + 238480. \tag{2.5}$$

Очевидно, що для знаходження явної формули для $B_4(l;k)$ досить встановити явну формулу для $U_4(l,k)$. Задля цього, використовуючи (1.6) і (2.1) та, вважаючи $\lambda(g)=1 \ \forall g\geq 1$, встановимо (з урахуванням зауваження 1) рекурентне співвідношення для $U_g(l,k)$. А саме

$$2g\cdot\frac{C_{n+1}^2}{6^{g-1}\cdot(2g+1)!}C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_g(l,k) = \\ +\sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+l}^{l-1}\cdot\frac{C_{n+1}^2}{6^{p-1}\cdot(2p+1)!}C_{n-1}^{2g-2p+l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_p(2g-2p+l,k) + \\ +\sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+k}^{k-1}\cdot\frac{C_{n+1}^2}{6^{p-1}\cdot(2p+1)!}C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{2g-2p+k-1}\cdot U_g(l,2g-2p+k);$$

$$2g\cdot\frac{1}{6^{g-1}\cdot(2g+1)!}C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_g(l,k) =$$

$$=\sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+l}^{l-1}\cdot\frac{1}{6^{p-1}\cdot(2p+1)!}C_{n-1}^{2g-2p+l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_p(2g-2p+l,k)+$$
$$+\sum_{p=0}^{g-1} C_{2g-2p+k}^{k-1}\cdot\frac{1}{6^{p-1}\cdot(2p+1)!}C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{2g-2p+k-1}\cdot U_p(l,2g-2p+k);$$

$$C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_g(l,k)=$$
$$=\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!}C_{2g-2p+l}^{l-1}C_{n-1}^{2g-2p+l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_p(2g-2p+l,k)+$$
$$+\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!}C_{2g-2p+k}^{k-1}C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{2g-2p+k-1}\cdot U_p(l,2g-2p+k);$$

$$U_g(l,k)=$$
$$=\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!}\frac{(2g-2p+l)(n-l)!}{(2g-2p+1)!(n-2g+2p-l)!}\cdot U_p(2g-2p+l,k)+$$
$$+\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!}\frac{(2g-2p+k)(n-k)!}{(2g-2p+1)!(n-2g+2p-k)!}\cdot U_p(l,2g-2p+k).$$

Оскільки $2g=n+1-l-k$, то

$$(n-2g+2p-l)=2p+k-1,$$
$$(n-2g+2p-k)=2p+l-1,$$

а останнє співвідношення можна подати у вигляді

$$U_g(l,k)=$$
$$=\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!(2g-2p+1)!}\frac{(k+2g-1)!(2g-2p+l)}{(k+2p-1)!}\cdot U_p(2g-2p+l,k)+$$
$$+\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}\cdot(2g+1)!}{2g(2p+1)!(2g-2p+1)!}\frac{(l+2g-1)!(2g-2p+k)}{(l+2p-1)!}\cdot U_p(l,2g-2p+k),$$

або ж в остаточному вигляді

$$U_g(l,k)=$$
$$=\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}}{4g(g+1)}C_{2g+2}^{2p+1}\frac{(k+2g-1)!}{(k+2p-1)!}(l+2g-2p)\cdot U_p(l+2g-2p,k)+$$
$$+\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{g-p}}{4g(g+1)}C_{2g+2}^{2p+1}\frac{(l+2g-1)!}{(l+2p-1)!}(k+2g-2p)\cdot U_p(l,k+2g-2p).$$
$$(2.6)$$

2.1. Явна формула для числа діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,4}$

Лема 1. *У випадку* $g=4$ *многочлен* $U_4(l;k)$ *можна подати у вигляді*

$$U_4(l;k)=$$

$$=4725l^4k^4(l+k)+1575l^3k^3(l^3+k^3)+$$

$$+24570l^2k^2(l^4+k^4)+226800l^4k^4+137970l^3k^3(l^2+k^2)$$

$$+122301lk(l^5+k^5)+1362879l^2k^2(l^3+k^3)+3810681l^3k^3(l+k)+$$

$$+191754(l^6+k^6)+28774872l^2k^2(l^2+k^2)+47882394l^3k^3+5492826lk(l^4+k^4)$$

$$+7630200(l^5+k^5)+300923028l^2k^2(l+k)+98862894lk(l^3+k^3)+$$

$$+123810228(l^4+k^4)+1654128756l^2k^2+911844216lk(l^2+k^2)+$$

$$+1044382896(l^3+k^3)+4531038957lk(l+k)+$$

$$+4805058618(l^2+k^2)+11436755742lk+$$

$$+11353272984(l+k)+10657853640. \qquad (2.1.1)$$

Доведення. З урахуванням (2.1) та без втрати загальності, величину $B_4(l;k)$ будемо шукати за допомогою співвідношення

$$B_4(l;k)=\frac{1}{6^3\cdot 9!\cdot 5}\cdot C_{n+1}^2C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_4(l,k),\text{ де } n=l+k+7.$$

Тоді, з урахуванням (2.6), невідомий многочлен $U_4(l,k)$ будемо шукати у вигляді

$$U_4(l,k)=$$

$$=\sum_{p=0}^{3}\frac{6^{4-p}\cdot 9!\cdot 5}{8\cdot(2p+1)!(9-2p)!}\frac{(8-2p+l)(k+7)!}{(k+2p-1)!}U_p(8-2p+l,k)+$$

$$+\sum_{p=0}^{g-1}\frac{6^{4-p}\cdot 9!\cdot 5}{8\cdot(2p+1)!(9-2p)!}\frac{(8-2p+k)(l+7)!}{(l+2p-1)!}\cdot U_p(l,8-2p+k)=$$

$$=\sum_{p=0}^{3}I_p+\sum_{p=0}^{3}J_p=\sum_{p=0}^{3}(I_p+J_p)=\sum_{p=0}^{3}W_p. \qquad (2.1.2)$$

1) При $p=0$ маємо, що

$$I_0=\frac{6^4\cdot 9!\cdot 5}{8\cdot 1!9!}\cdot\frac{(8+l)(k+7)!}{(k-1)!}\cdot U_0(8+l,k)=$$

$$=810\cdot\frac{(8+l)(k+7)!}{(k-1)!}\cdot\frac{1}{3(8+l)k(8+l+k)}=270\cdot\frac{(k+7)!}{k!}\cdot\frac{1}{(8+l+k)}.$$

$I_0 = \frac{270}{n+1}(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7)$.

Аналогічно, доданок J_0 має вид

$J_0 = \frac{270}{n+1}(l+1)(l+2)(l+3)(l+4)(l+5)(l+6)(l+7)$.

Виконавши елементарні перетворення (з урахуванням рівності $n+1=8+l+k$) доданок W_0 можна подати у вигляді

$$W_0 = I_0 + J_0 =$$

$$= 270\left(l^6+k^6\right) - 270lk\left(l^4+k^4\right) - 270l^3k^3 + 270l^2k^2\left(l^2+k^2\right) +$$
$$+5400\left(l^5+k^5\right) - 3240lk\left(l^3+k^3\right) + 1080l^2k^2(l+k) + 43740\left(l^4+k^4\right) + 9180l^2k^2 -$$
$$-17820lk\left(l^2+k^2\right) + 179280\left(l^3+k^3\right) - 36720lk(l+k) + 393390\left(l^2+k^2\right) -$$
$$-99630lk + 398520(l+k) + 340200. \qquad (2.1.3)$$

2) При $p=1$ маємо, що

$$I_1 = \frac{6^3 \cdot 9! \cdot 5}{8 \cdot 3!7!} \cdot \frac{(6+l)(k+7)!}{(k+1)!} \cdot U_1(6+l,k) = 1620 \cdot \frac{(6+l)(k+7)!}{(k+1)!} \cdot U_1(6+l,k).$$

Оскільки $U_1(x,y) \equiv 1$, то

$I_1 = 1624(6+l)(k+2)(k+3)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7)$,

$J_1 = 1624(6+k)(l+2)(l+3)(l+4)(l+5)(l+6)(l+7)$.

Виконавши елементарні перетворення (з урахуванням рівності $n+1=8+l+k$) доданок W_1 можна подати у вигляді

$$W_1 = I_1 + J_1 =$$

$$= 1620lk\left(l^5+k^5\right) + 9720\left(l^6+k^6\right) + 43740lk\left(l^4+k^4\right) + 262440\left(l^5+k^5\right) +$$
$$+477900lk\left(l^3+k^3\right) + 2867400\left(l^4+k^4\right) + 2697300lk\left(l^2+k^2\right) +$$
$$+16183800\left(l^3+k^3\right) + 8268480lk(l+k) + 49610880\left(l^2+k^2\right) + 26010720lk +$$
$$+86196960(l+k) + 97977600 \qquad (2.1.4)$$

3) При $p=2$ маємо, що

$$I_2 = \frac{36 \cdot 9! \cdot 5}{8 \cdot 5!5!} \cdot \frac{(4+l)(k+7)!}{(k+3)!} \cdot U_2(4+l,k) =$$

$= 567 \cdot (4+l)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7) \cdot U_2(4+l,k)$.

Аналогічно, доданок J_2 має вид

$J_2 = 567 \cdot (4+k)(l+4)(l+5)(l+6)(l+7) \cdot U_2(l,4+k)$, де

$$U_2(x,y) = 5xy(x+y) + 13\left(x^2+y^2\right) + 47xy + 86(x+y) + 129.$$

Виконавши елементарні перетворення (з урахуванням рівності $n+1=8+l+k$) доданок W_2 можна подати у вигляді

$$W_2 = I_2 + J_2 =$$
$$= 2835l^3k^3\left(l^2+k^2\right) + 2835l^2k^2\left(l^4+k^4\right) + 123039l^2k^2\left(l^3+k^3\right) + 69741l^3k^3\left(l+k\right) +$$
$$+30051lk\left(l^5+k^5\right) + 1339254l^3k^3 + 1979397l^2k^2\left(l^2+k^2\right) + 74844\left(l^6+k^6\right) +$$
$$+1059156lk\left(l^4+k^4\right) + 2449440\left(l^5+k^5\right) + 14952924lk\left(l^3+k^3\right) +$$
$$+18815328l^2k^2\left(l+k\right) + 32604768\left(l^4+k^4\right) + 131299056l^2k^2 +$$
$$+115479756lk\left(l^2+k^2\right) + 231635376\left(l^3+k^3\right) + 563944437lk\left(l+k\right) +$$
$$+966827988\left(l^2+k^2\right) + 1711249092lk + 2346128064\left(l+k\right) + 2594773440. \quad (2.1.5)$$

4) При $p=3$ маємо, що

$I_3 = 45\cdot\left(2+l\right)\left(k+7\right)\left(k+6\right)\cdot U_3\left(2+l,k\right)$.

Аналогічно, доданок J_3 має вид

$J_3 = 45\cdot\left(2+k\right)\left(l+7\right)\left(l+6\right)\cdot U_3\left(l,2+k\right)$, де

$$U_3\left(x,y\right) =$$
$$= 70x^3y^3 + 35x^2y^2\left(x^2+y^2\right) + 1260x^2y^2\left(x+y\right) + 273xy\left(x^3+y^3\right) +$$
$$+6512xy\left(x^2+y^2\right) + 502\left(x^4+y^4\right) + 13410x^2y^2 + 54123xy\left(x+y\right) + 9978\left(x^3+y^3\right) +$$
$$+185554xy + 71842\left(x^2+y^2\right) + 219918\left(x+y\right) + 238480.$$

Виконавши елементарні перетворення (з урахуванням рівності $n+1=8+l+k$) доданок W_3 можна подати у вигляді

$$W_3 = I_3 + J_3 =$$
$$= 4725l^4k^4\left(l+k\right) + 1575l^3k^3\left(l^3+k^3\right) +$$
$$+226800l^4k^4 + 135135l^3k^3\left(l^2+k^2\right) + 21735l^2k^2\left(l^4+k^4\right) +$$
$$+3740940l^3k^3\left(l+k\right) + 1239840l^2k^2\left(l^3+k^3\right) + 90630lk\left(l^5+k^5\right) +$$
$$+46543410l^3k^3 + 26795205l^2k^2\left(l^2+k^2\right) + 4390200lk\left(l^4+k^4\right) + 106920\left(l^6+k^6\right) +$$
$$+282106620l^2k^2\left(l+k\right) + 83435310lk\left(l^3+k^3\right) + 4912920\left(l^5+k^5\right) +$$
$$+1522820520l^2k^2 + 793684980lk\left(l^2+k^2\right) + 88294320\left(l^4+k^4\right) +$$
$$+3958862760lk\left(l+k\right) + 796384440\left(l^3+k^3\right) + 3788226360\left(l^2+k^2\right) +$$
$$+9699595560lk + 8920549440\left(l+k\right) + 7964762400. \quad (2.1.6)$$

З урахуванням (2.1.2) – (2.1.6), маємо справедливість (2.1.1).

Зауваження 2 *В правильності знайденого многочлену* $U_4\left(l,k\right)$ *можна переконатися ще й шляхом безпосередньої перевірки наступного рекурентного співвідношення, встановленого в роботі* [7, С. 4] *для довільного роду* $g \ge 1$ *(з відповідними граничними умовами)*

$$(n+1)B_g(k;l;n)=$$
$$=(n-2)(n-1)^2\cdot B_{g-1}(k;l;n-2)+$$
$$+(2n-1)\cdot\big(B_g(k-1;l;n-1)+B_g(k;l-1;n-1)\big)-$$
$$-(n-2)\cdot\big(B_g(k-2;l;n-2)-2B_g(k-1;l-1;n-2)+B_g(k;l-2;n-2)\big).$$

Наслідок 1. *Для довільних натуральних l і k число $\left\|\mathfrak{I}_{k;l}^{n,4}\right\|$ діаграм з класу $\mathfrak{I}_{k;l}^{n,4}$, де $n=l+k+7\geq 9$, можна обчислити за формулою*

$$\left\|\mathfrak{I}_{k;l}^{n,4}\right\|=B_4(l;k)=\frac{1}{5\cdot 6^3\cdot 9!}C_{n+1}^2C_{n-1}^{l-1}C_{n-1}^{k-1}\cdot U_4(l,k),\qquad(2.1.7)$$

де значення многочлену $U_4(l,k)$ визначається за допомогою співвідношення (2.1.1).

Таблиця 1.

Значення величини $B_4(l;k)$ для початкових натуральних l і k, таких що $9\leq l+k+7\leq 16$, де $n=l+k+7$

n / l	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
1	8064	193248	2286636	18128396	109425316	539651112	2273360089	8433097673
2		193248	5458464	75220860	687238552	4736419688	26453440013	125293516348
3			2286636	75220860	1194737544	12465308856	97310966753	611168481924
4				18128396	687238552	12465308856	147323751575	1293392910810
5					109425316	4736419688	97310966753	1293392910810
6						539651112	26453440013	611168481924
7							2273360089	125293516348
8								8433097673

2.2. Явна формула для числа діаграм з класу $\mathfrak{I}_{n-8;1}^{n,4}$

У випадку $g=4$ та $l=1$ величина $k=n-8$. Тому при $l=1$ та $k=n-8$ многочлен $U_4(l,k)$ набуває вид

$$U_4(1,n-8)=$$
$$=22680\left(15n^6-75n^5-135n^4+527n^3+768n^2-668n-1008\right).\qquad(2.1.8)$$

З урахуванням співвідношень (2.1.7) та (2.1.8), має місце наступне твердження

Твердження 1. *Для довільного натурального $n\geq 9$ число $\left\|\mathfrak{I}_{n-8;1}^{n,4}\right\|$ діаграм з класу $\mathfrak{I}_{n-8;1}^{n,4}$ можна обчислити за формулою*

$$\left\|\mathfrak{I}_{n-8;1}^{n,4}\right\|=B_4(1;n-8)=$$
$$=\frac{1}{384}\cdot C_{n+1}^{10}\cdot\left(15n^6-75n^5-135n^4+527n^3+768n^2-668n-1008\right).\qquad(2.1.9)$$

DOI: https://doi.org/...

Зауваження 3 *Оскільки* $n \geq 9$*, то максимальна довжина чорного циклу діаграми з класу* $\Im_{n-8;1}^{n,4}$ *може становити лише* 9.

Дійсно, якщо через t позначити довжину найдовшого з чорних циклів, то на решту $(n-9)$ чорних циклів (можливо одного) у сукупності припадатиме $(n-t)$ чорних дуг двокольорового $2n-$шаблону, а тому повинна мати місце нерівність $n-t \geq n-9$. Звідки й випливає, що $t \leq 9$.

Нехай далі t_q – кількість чорних циклів довжини q, де $q \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Тоді, очевидно, що справджуються рівності

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{9} t_i = n-8 \\ t_1 + 2t_2 + 3t_3 + 4t_4 + 5t_5 + 6t_6 + 7t_7 + 8t_8 + 9t_9 = n \end{cases}$$

звідки

$$\begin{cases} t_1 = n-8-\sum\limits_{i=2}^{9} t_i \\ 8t_9 + 7t_8 + 6t_7 + 5t_6 + 4t_5 + 3t_4 + 2t_3 + t_2 = 8 \end{cases} \tag{2.1.10}$$

Оскільки $t_q \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, то можливі цілі невід'ємні розв'язки $(t_1;t_2;...;t_9)$ системи (2.1.9) вичерпуються наступними

$(n-9;\ 0;0;0;0;0;0;0;1)$	$(n-10;0;0;0;2;0;0;0;0)$	$(n-13;3;1;1;0;0;0;0;0)$
$(n-10;1;0;0;0;0;0;1;0)$	$(n-11;1;0;1;1;0;0;0;0)$	$(n-12;1;2;1;0;0;0;0;0)$
$(n-10;0;1;0;0;0;1;0;0)$	$(n-11;0;2;0;1;0;0;0;0)$	$(n-14;5;0;1;0;0;0;0;0)$
$(n-11;2;0;0;0;0;1;0;0)$	$(n-12;2;1;0;1;0;0;0;0)$	$(n-12;0;4;0;0;0;0;0;0)$
$(n-10;0;0;1;0;1;0;0;0)$	$(n-13;4;0;0;1;0;0;0;0)$	$(n-13;2;3;0;0;0;0;0;0)$
$(n-11;1;1;0;0;1;0;0;0)$	$(n-11;0;1;2;0;0;0;0;0)$	$(n-14;4;2;0;0;0;0;0;0)$
$(n-12;3;0;0;0;1;0;0;0)$	$(n-12;2;0;2;0;0;0;0;0)$	$(n-15;6;1;0;0;0;0;0;0)$
		$(n-16;8;0;0;0;0;0;0;0)$

Зауваження 4. *Діаграма з класу* $\Im_{n-8;1}^{n,4}$ $(n \geq 9)$ *може мати лише один з наступних наборів чорних циклів:*

1) один $9-$цикл (довжини 9) та $(n-9)$ $1-$циклів (довжини 1);
2) один $8-$цикл, один $2-$цикл та $(n-10)$ $1-$циклів;
3) один $7-$цикл, один $3-$цикл та $(n-10)$ $1-$циклів;
4) один $7-$цикл, два $2-$циклів та $(n-11)$ $1-$циклів;
5) один $6-$цикл, один $4-$цикл та $(n-10)$ $1-$циклів;
6) один $6-$цикл, один $3-$цикл, один $2-$цикл та $(n-11)$ $1-$циклів;

7) один $6-$цикл, три $2-$циклів та $(n-12)$ $1-$циклів;
8) два $5-$циклів та $(n-10)$ $1-$циклів;
9) один $5-$цикл, один $4-$цикл, один $2-$цикл та $(n-11)$ $1-$циклів;
10) один $5-$цикл, два $3-$циклів та $(n-11)$ $1-$циклів;
11) один $5-$цикл, один $3-$цикл, два $2-$циклів та $(n-12)$ $1-$циклів;
12) один $5-$цикл, чотири $2-$циклів та $(n-13)$ $1-$циклів;
13) два $4-$циклів, один $3-$цикл та $(n-11)$ $1-$циклів;
14) два $4-$циклів, два $2-$циклів та $(n-12)$ $1-$циклів;
15) один $4-$цикл, один $3-$цикл, три $2-$циклів та $(n-13)$ $1-$циклів;
16) один $4-$цикл, два $3-$циклів, один $2-$цикл та $(n-12)$ $1-$циклів;
17) один $4-$цикл, п'ять $2-$циклів та $(n-14)$ $1-$циклів;
18) чотири $3-$циклів та $(n-12)$ $1-$циклів;
19) три $3-$циклів, два $2-$циклів та $(n-13)$ $1-$циклів;
20) два $3-$циклів, чотири $2-$циклів та $(n-14)$ $1-$циклів;
21) один $3-$цикл, шість $2-$циклів та $(n-15)$ $1-$циклів;
22) вісім $2-$циклів та $(n-16)$ $1-$циклів.

Зауваження 5. *В подальшому з метою уникнення непотрібних нагромаджень (при візуалізації відповідних типів діаграм) чорні 1-цикли будемо зображати у вигляді звичайної чорної дуги $2n-$шаблону (та розуміти як дугу, кінці якої сполучено хордою) – рис.2* $a), b), c)$.

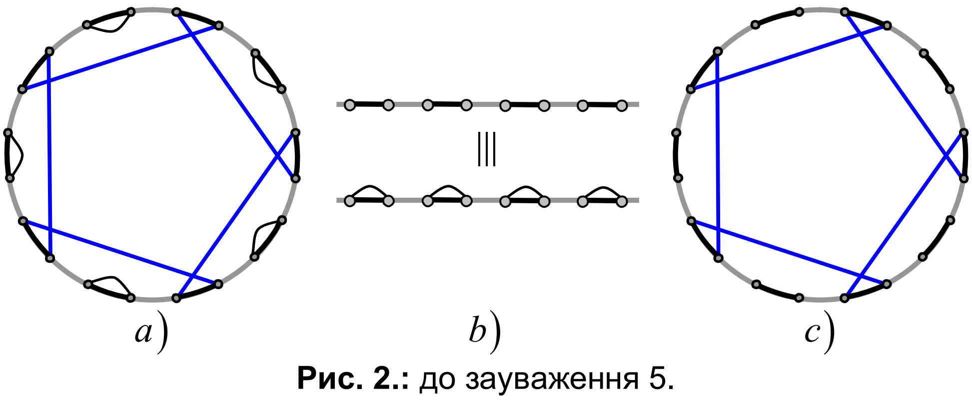


Рис. 2.: до зауваження 5.

На рисунку 3 нижче представлено реалізацію кожного із зазначених 22 підкласів (наборів чорних циклів) на прикладі діаграм з класу $\mathfrak{I}_{10;1}^{18,4}$.

Слід також відзначити, що наведені приклади діаграм з підкласів T_1, T_2, … T_{22} не вичерпують всіх можливих їх типів.

DOI: https://doi.org/...

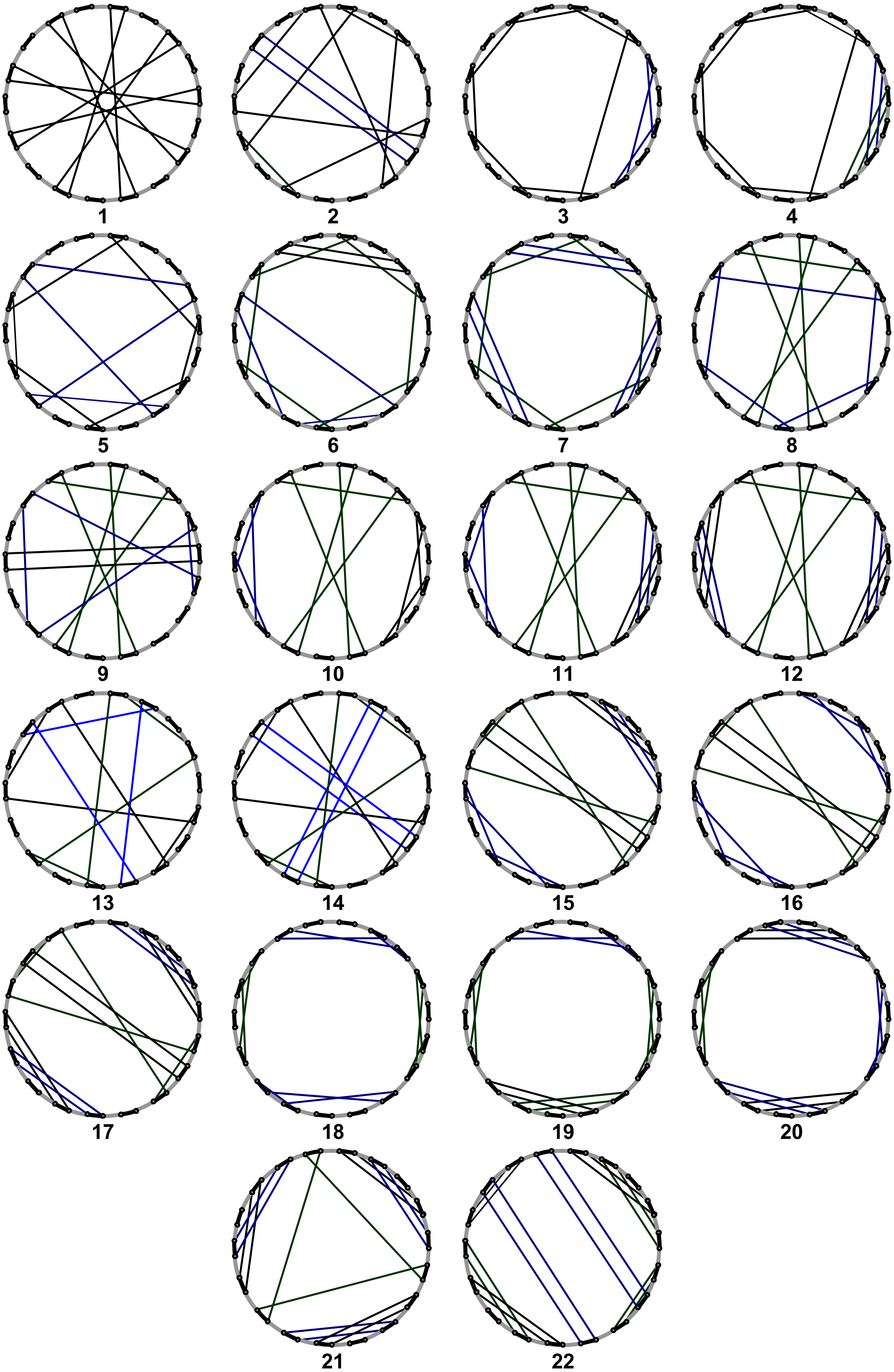


Рис. 3.: представники підкласів T_i діаграм з класу $\Im^{18,4}_{10;1}$

Таким чином, серед діаграм з класу $\Im_{n-8;1}^{n,4}$ можна виділити 22 зазначених вище характеристичних підкласів – T_1, T_2, … T_{22} відповідно. Причому: при $n=9$ діаграми вичерпуються лише підкласом T_1; при $n=10$ – підкласами T_1 та T_2, T_3, T_5, T_8; при $n=11$ – підкласами T_1, T_2, T_3, T_5, T_8 та T_4, T_6, T_9, T_{10}, T_{13}; при $n=12$ – підкласами T_1, T_2, T_3, T_5, T_8, T_4, T_6, T_9, T_{10}, T_{13} та T_7, T_{11}, T_{14}, T_{16}, T_{18}; при $n=13$ – підкласами T_1, T_2, T_3, T_5, T_8, T_4, T_6, T_9, T_{10}, T_{13}, T_7, T_{11}, T_{14}, T_{16}, T_{18} та T_{12}, T_{15}, T_{19}; при $n=14$ – підкласами T_1 – T_{16}, T_{18}, T_{19} та T_{17}, T_{20}; при $n=15$ – підкласами T_1 – T_{20} та T_{21}; при $n \ge 16$ – усіма підкласами T_1 – T_{22}.

2.3. Про число неізоморфних діаграм з класів $\Im_{k;l}^{n,4}$, $\Im_{n-8;1}^{n,4}$

За лемою Бернсайда (див. напр. [1], [8], [10]) число $d^*(n)$ неізоморфних (нееквівалентних відносно дії циклічної групи порядку n) діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,4}$ можна знайти за допомогою співвідношення

$$d^*(n) = \frac{1}{n}\left(d(n) + \sum_{i|n, i \ne n} \varphi\left(\frac{n}{i}\right) \rho(n;i) \right), \qquad (2.3.1)$$

де $d(n) = \left\| \Im_{k;l}^{n,4} \right\|$; $\varphi(q)$ – функція Ейлера (кількість натуральних менших за q чисел, взаємно простих із ним), а $\rho(n;i)$ – число тих діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,4}$, які самосуміщуються при повороті (за годинниковою стрілкою) на кут

$$\omega(n;i) = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i = 2\pi \cdot \frac{i}{n}.$$

Очевидно, що для дільників $i \ne n$ числа n кут $\omega(n;i) \le \pi$. Більше того, поклавши $j = \frac{n}{i}$, співвідношення (2.3.1) можна подати у вигляді

$$d^*(n) = \frac{1}{n}\left(d(n) + \sum_{j|n, j \ne 1} \varphi(j) \rho\left(n; \frac{n}{j}\right) \right), \qquad (2.3.2)$$

де $\rho\left(n;\frac{n}{j}\right)$ – число діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,4}$, які самосуміщуються при повороті (за годинниковою стрілкою) на кут $\omega\left(n;\frac{n}{j}\right) = \frac{2\pi}{j}$, де j – дільник n, $j \ne 1$.

В якості безпосереднього наслідку маємо справедливість наступної

Лема 2. *Для довільного простого* $n \ge 11$ *та усіх натуральних* l *і* k, *що задовольняють умову* $l+k+7=n$, *число* $d^*(n)$ *неізоморфних діаграм з класу* $\Im_{k;l}^{n,4}$ *можна обчислити за формулою*

$$d^*(n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{391910400} \cdot C_{n+1}^{2} C_{n-1}^{l-1} C_{n-1}^{k-1} \cdot U_4(l,k), \qquad (2.3.3)$$

де значення $U_4(l,k)$ *(для зазначених* l *і* k*) можна обчислити за допомогою співвідношення* (2.1.1).

Крім того, має місце й наступне твердження

Лема 3. *Для довільного простого* $n \geq 11$ *число* $d^*(n)$ *неізоморфних діаграм з класу* $\Im_{n-8;1}^{n,4}$ *можна обчислити за формулою*

$$d^*(n) = \frac{1}{384 \cdot n} \cdot C_{n+1}^{10} \times$$
$$\times \left(15n^6 - 75n^5 - 135n^4 + 527n^3 + 768n^2 - 668n - 1008\right). \qquad (2.3.4)$$

Таблиця 2.

Значення числа неізоморфних діаграм з класу $\Im_{k;l}^{n,4}$ для початкових простих n, де $n = l + k + 7$

$l \backslash n$	11	13	17	19
1	207876	8417332	1656326529	12820124031
2	496224	52864504	30541124328	342064315593
3	207876	91902888	190245911856	3210658468875
4		52864504	533914613232	14284889970780
5		8417332	746346821220	33821745529572
6			533914613232	44854181920548
7			190245911856	33821745529572
8			30541124328	14284889970780
9			1656326529	3210658468875
10				342064315593
11				12820124031

Таблиця 3.

Початкові значення величин $d(n)$ та $d^*(n)$ для класу $\Im_{n-8;1}^{n,4}$

n	$d(n)$	$d^*(n)$
9	8064	
10	193248	
11	2286636	207876
12	18128396	
13	109425316	8417332
14	539651112	
15	2273360089	
16	8433097673	
17	28157550993	1656326529
18	86027797713	
19	243582356589	12820124031
20	645643728093	
23	8717558111031	379024265697
29	571325459439735	19700877911715
31	1857601347685590	59922624118890
37	40699184729646366	1099977965666118
41	238413823132382898	5814971295911778
43	538746527851970438	12528989019813266

Висновки та прикінцеві зауваження

Таким чином, в представленій роботі для натуральних простих $n \geq 9$ розв'язано задачі про підрахунок числа неізоморфних (нееквівалентних відносно циклічної групи порядку n) діаграм з класів $\Im_{k;l}^{n,4}$ та $\Im_{n-8;1}^{n,4}$. Крім того, для натуральних $n = n'+1 \geq 9$ початкові значення величини $\left\|\Im_{n-8;1}^{n,4}\right\|$ співпадають зі значеннями величини $S_H\left(n';n'-7\right)$ – «Hultman Numbers» [4] (послідовність A164652 в [6]). А, з урахуванням результатів роботи [9], встановлено явну формулу для величини $\left\|\Im_{n-8;1}^{n,4}\right\| = S_H\left(n-1;n-8\right)$, яку можна обчислити так, як це зроблено в [4] (Theorem 14), або ж в [5] (Theorem 4.1).

Подальшу роботу природно спрямувати на узагальнення одержаних результатів для класу $\Im_{k;l}^{n,4}$ на випадок довільних натуральних l і k.

З урахуванням зауваження 4, цілком досяжним здається розв'язання задач про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних (відносно дії діедральної групи порядку $2n$) діаграм з класу $\Im_{n-8;1}^{n,4}$.

Література

1. Cori R., Marcus M. Counting non-isomorphic chord diagrams. Theoretical Computer Science. **1998**. Vol. 204. P. 55–73.
2. Goupil A., Schaeffer G. Factoring n-cycles and counting maps of given genus. European Journal of Combinatorics. **1998**. Vol. 19, No. 7. P. 819–834.
3. Chapuy G. A new combinatorial identity for unicellular maps, via a direct bijective approach. Advances in Applied Mathematics. **2011**. Vol. 47, No. 4. P. 874–893.
4. Doignon J.P., Labarre A. On Hultman Numbers. Journal of Integer Sequences 10 (6), article 07.6.2, 13 pages.
5. Grusea S., Labarre A. The distribution of cycles in breakpoint graphs of signed permutations. Discrete Applied Mathematics. **2013**. Vol. 161. P. 1448–1466.
6. The OEIS Foundation Inc., «The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences», published electronically at http://oeis.org
7. Адрианов Н.М. Аналог формулы Харера-Цагира для одноклеточных двукрашенных карт. Функциональный анализ и его приложения. **1997**. Том 31, № 3. С. 1–9.
8. Кадубовський О.А., Саприкіна Ю.С., Мазур С.Ю. Двокольорові О-діаграми з одним чорним циклом. Пошуки і знахідки. Серія: фізико-математичні науки. **2010**. Том I, Вип. 10. С. 51–60.
9. Кадубовський О.А. Перерахування топологічно нееквівалентних гладких мінімальних функцій на замкнених поверхнях. Топологія відображень маловимірних многовидів : Збірник праць Інституту математики НАН України. **2015**. Том 12, № 6. С. 105–145.

10. Кадубовський О.А., Баляса Н.П. Перерахування двокольорових хордових О-діаграм роду 1, які мають один чорний (або сірий) цикл, відносно дії циклічної та діедральної груп. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. **2016**. Випуск 6. С. 31–46.
11. Кадубовський О.А., Калініченко Я.В. Перерахування двокольорових хордових О-діаграм роду 1, які мають два чорних (або сірих) циклів, відносно дії групи діедра. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. **2018**. Випуск 8. С. 30–45.
12. Кадубовський О.А. Перерахування двокольорових хордових О-діаграм роду 1, які мають три сірих (або чорних) цикли, відносно дії групи діедра. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. **2019**. Випуск 9. С. 25–41.
13. Кадубовський О.А., Стьопкін А.В., Кириченко А.М. Про число нееквівалентних двокольорових хордових О-діаграм роду 2, які мають один сірий (або чорний) цикл. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. **2021**. Випуск 11. С. 18–33.
14. Кадубовський О.А. Перерахування неізоморфних двокольорових хордових О-діаграм роду три з одним сірим (або чорним) циклом. Матеріали XXIII Міжнародного науково-практичного семінару імені А.Я. Петренюка, присвяченого 70-річчю Льотної академії Національного авіаційного університету (Запоріжжя – Кропивницький, 13-15 травня 2021 року) / за ред. Г.П. Донця – Кропивницький: ПП «Ексклюзив-Систем», **2021**. – С. 89 – 93. – 208 с.

Oleksandr A. Kadubovs’kyi, Yevhen S. Silin, Taras Yu. Hrytsenko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

On the number of two-color chord O-diagrams of genus four and related issues

In this paper we consider 2-color chord O-diagrams (with n chords) of genus four, with have l grey (black) and k black (respectively gray) faces.

We have established explicit formulas for calculating the number of diagrams from the specified class, and from the class O-diagrams of genus 4, which have one gray (black) and (n-8) black (respectively gray) faces.

For natural of prime n>10 we have established explicit formulas for calculating the number of non-isomorphic (under the action of the rotation group / cyclic group of the order n) diagrams from the specified classes.

In addition, for the initial prime n the exact values of the number of such diagrams are given, and for the prime 10<n<44 – the exact values of the numbers of non-isomorphic diagrams from these classes.

Keywords: $2-$*color chord* $O-$*diagrams, genus of the diagram, faces of the diagram, cyclic group.*

УДК 511.172+512.712

Пащенко З.Д., Одінцова Є.П.
[1] *кандидат фіз.-мат. н., доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: pashchenko_zd@i.ua, ORCID 0000-0003-4544-9242
[2] *студентка 3 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: lizavan2002@gmail.com, ORCID 0000-0003-2500-5994

ДІЛЕННЯ З ОСТАЧЕЮ В КІЛЬЦІ ГАУСОВИХ ЧИСЕЛ

В статті розглядаються питання, пов'язані з цілими гаусовими числами. Зроблено аналіз визначення цілої та дробової частин комплексного числа з метою досягнення однозначності результату. Представлено два алгоритми ділення з остачею в кільці гаусових чисел, які дають однозначний результат з остачею, мінімальною за нормою: на основі визначення цілої та дробової частин комплексного числа, та на основі використання структури кратних чисел.

Ключові слова: *гаусові числа, кратні числа, ціла та дробова частина, ділення з остачею.*

Вступ

Всім відомо про ділення з остачею в кільці цілих чисел та кільці многочленів над полем. Однією з важливих характеристик цього ділення є однозначність неповної частки та остачі. За означенням евклідового кільця, в кожному такому кільці виконується умова, яку можна назвати діленням з остачею, але не вимагається однозначність цього ділення і її може не бути.

Близьким до кільця цілих чисел є кільце цілих гаусових чисел. Аналіз останніх досліджень і публікацій свідчить, що сучасні науковці приділяють значну увагу проблемі дослідження різних аспектів, пов'язаних з кільцем гаусових чисел. Робота [1] присвячена представленню цілих гаусових чисел в системі числення Пітті. В роботі [3] розглядається спосіб визначення всіх простих гаусових чисел, обмежених за модулем.

Відомо, що кільце гаусових чисел задовольняє умовам евклідового кільця [4], але ділення з остачею в ньому не однозначне. В кожному евклідовому кільці має місце алгоритм Евкліда, який безпосередньо залежить від алгоритму ділення з остачею. Про один з видів ділення з остачею велася мова в [2].

Метою цієї статті є аналіз структури кратних чисел на комплексній площині в кільці гаусових чисел та дослідження алгоритму ділення з остачею в цьому кільці в різних його проявах.

Основна частина

Кільце $\mathbf{Z}[i]=\{a+bi \mid a,b\in Z,\ i^2=-1\}$ цілих гаусових чисел є евклідовим з нормою $\delta(a+bi)=a^2+b^2=|\,a+bi\,|^2$. а саме:

1) $\forall z_1,z_2\in\mathbf{Z}[i],\ z_1,z_2\neq 0,\quad \delta(z_1\cdot z_2)\geq\delta(z_1)$

2) що $\forall z_1,z_2\in\mathbf{Z}[i],\quad z_2\neq 0\quad \exists\, q,r\in\mathbf{Z}[i]$

а) $z_1=z_2\cdot q+r$,

б) $\delta(r)<\delta(z_2)$ або $r=0$. [4]

Якщо $r\neq 0$, то q називають неповною часткою, а r – остачею від ділення z_1 на z_2. Число $z_2\cdot q$ є кратним до z_2.

Розглянемо розташування чисел, кратних z, на комплексній площині. Такими числами будуть

$$0,\quad z,\quad zi,\quad z\cdot(1+i),\quad z\cdot 2,\quad z\cdot(2+i),\quad \ldots .$$

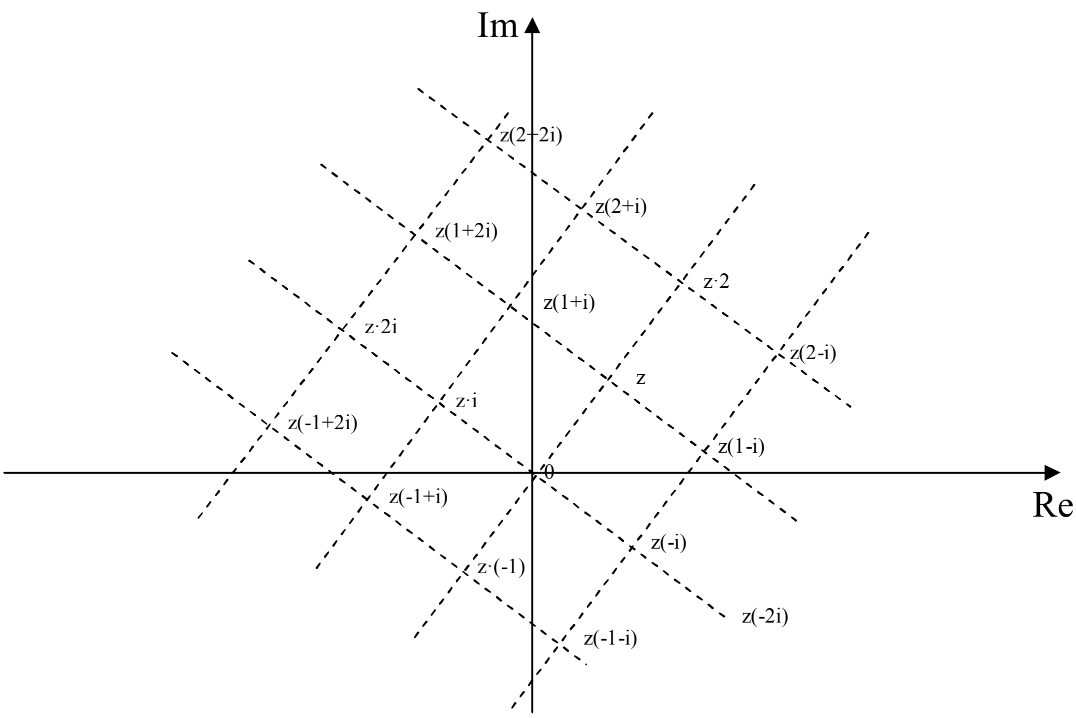


Рис.1

Число zi на комплексній площині має такий же модуль, як число z, а аргумент більший на $\pi/2$. Число $z(i+1)=zi+z$. Так як сумі комплексних чисел відповідає сума відповідних векторів, то число $z(i+1)$ знаходиться у четвертій вершині квадрата з вершинами $0,\ z,\ zi$. Числа $z\cdot 2i=2zi$ та $z\cdot 2$ мають подвоєний модуль по відношенню до $|\,z\,|$ та той же аргумент, що і zi та z відповідно. Число $z(2+i)=z(1+i)+z=z2+zi$, тому воно знаходиться у четвертій вершині квадрата з вершинами $z,\ z\cdot 2,\ z(1+i)$. Аналіз розташування чисел, кратних z, приводить нас до висновку, що вони розташовані у вершинах решітки, що визначається квадратом $0,\quad z,\quad zi,\quad z(1+i)$, сторона якого дорівнює $|\,z\,|$ (рис.1).

Повернемося до питання про можливі неповні частки та остачі від ділення z_1 на z_2. Умова $\delta(r)<\delta(z_2)$ рівносильна умові $|\,r\,|<|\,z_2\,|$, а так як $r=z_1-z_2q$, то це означає, що відстань від z_1 до z_2q, кратного z_2, менша $|\,z_2\,|$. З огляду на дискретність множини чисел, кратних z_2, знайдеться квадрат, якому буде належати число z_1 (рис.2). У випадку, якщо z_1 ділиться на z_2, то z_1 буде знаходитись у вершині такого квадрату.

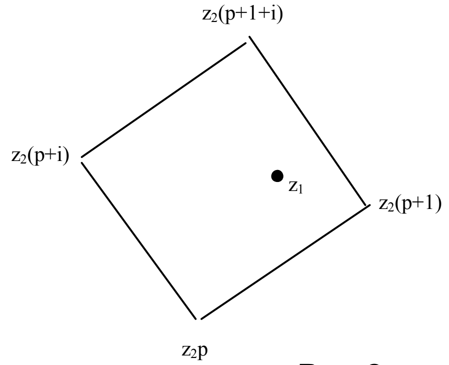


Рис.2.

Розглянемо випадки, коли z_1 не ділиться на z_2. Якщо вершини такого квадрату з рис. 2 позначити $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ (рис.3), то відстань від z_1 до α_i дорівнює $|\,z_1-\alpha_i\,|$. Ця відстань менша $|z_2|$ для деяких вершин в залежності від розташування z_1.

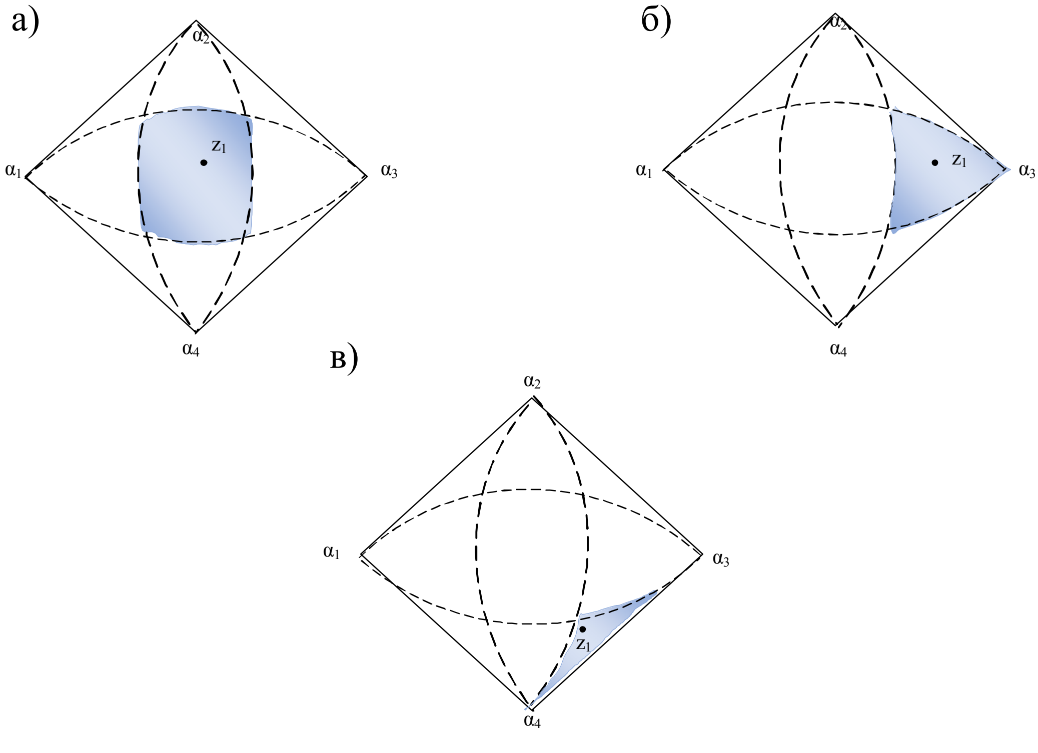


Рис.3

На цих рисунках зображені дуги є частинами кола з центрами в одній з вершин радіусу $|z_2|$. Якщо z_1 знаходиться в зафарбованій області рис.3а), то $|z_1-\alpha_i|<|z_2|$, $i=1,2,3,4$, звідки кожне число $p, p+1, p+1+i, p+i$, якщо повернутися до позначень рис.2, може бути шуканою неповною часткою. Якщо z_1 знаходиться в заштрихованій області рис.3б), то $|z_1-\alpha_i|<|z_2|$ лише для трьох вершин (у цьому випадку $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$), тому неповними частками можуть бути три числа. Якщо z_1 знаходиться в заштрихованій області рис.3в), то $|z_1-\alpha_i|<|z_2|$ лише для двох вершин (у цьому випадку α_3,α_4), тому неповними частками можуть бути два числа. Інших типів розташувань z_1 по відношенню до вершин немає. Отже, отримуємо наступний результат: *існує не менше двох чисел, що задовольняють умовам неповної частки та остачі від ділення в кільці гаусових чисел.*

Наприклад, $23+30i=(16+13i)\cdot 1+7+17i$, причому $7+17i$ задовольняє умові остачі від ділення $23+30i$ на $16+13i$, бо $7^2+17^2=338<\delta(16+13i)=425$. Отже $q_1=1,\quad r_1=7+17i$.

Але

$23+30i=(16+13i)\cdot(1+i)+(20+i)$,

$23+30i=(16+13i)\cdot(2+i)+(4-12i)$ та

$23+30i=(16+13i)\cdot 2+(-9+4i)$,

причому $r_2=20+i$, $r_3=4-12i$ та $r_4=-9+4i$ також задовольняють умові остачі: $\delta(r_2)=401<425$, $\delta(r_3)=160<\delta(r_1)<425$ та $\delta(r_4)=97<\delta(r_1)<425$. Тому $q_2=1+i,\quad q_3=2+i,\quad q_4=2$ – відповідні неповні частки від ділення. Залишається питання про спосіб знаходження таких часток та остач. Один із способів спирається на поняття цілої та дробової частини комплексного числа.

Для комплексних чисел має місце поняття цілої та дробової частини. Числа $[z]$ і $\{z\}$ є відповідно ***цілою*** і ***дробовою*** частиною числа z, якщо $z=[z]+\{z\}$ і $\delta(\{z\})\le\frac{1}{2}$. За цим означенням ціла та дробова частини не знаходяться однозначно. Наприклад, $z=5{,}6+2{,}3i$. Якщо $[z]=5+2i$, то $\delta(\{z\})=0{,}6^2+0{,}3^2=0{,}45<0{,}5$; якщо $[z]=6+2i$, то $\delta(\{z\})=(-0{,}4)^2+0{,}3^2=$ $=0{,}25<0{,}5$.

Визначимо правило, як знайти такі цілу та дробову частини довільного комплексного числа, щоб дробова частина мала найменшу норму. Нехай $z=s+ti$, $[s]$, $[t]$, $\{s\}$, $\{t\}$ – традиційні позначення цілих та дробових частин s і t відповідно. Тоді $\{s\}=s-[s],\ \{t\}=t-[t],\ 0\le\{s\},\{t\}<1$. Зауважимо, що число z загального вигляду буде мати таке розташування серед гаусових чисел, як на рис 4.

Кожна з вершин зображеного квадрату є цілим гаусовим числом і могла би бути $[z]$, якби $\delta(z-[z]) \le \frac{1}{2}$. Число $z-[z]$ буде мати найменшу норму, якщо відстань від вершини квадрату до z найменша.

Нехай $z = s + ti$.

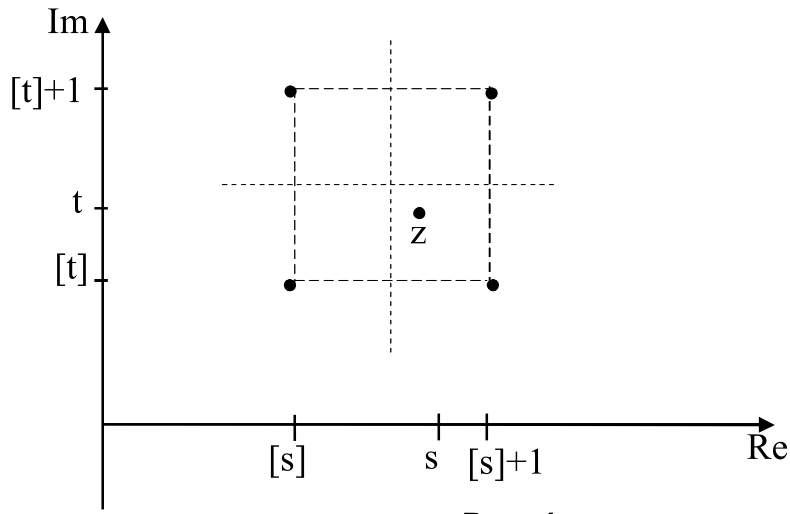


Рис. 4

Серединні перпендикуляри до сторін цього квадрату розділяють весь квадрат на чотири області, які містять по одній вершині квадрату. Причому число z належить лише одній з цих областей і найближче розташоване саме до вершини квадрату з цієї області. Ця ілюстрація допомагає в обґрунтуванні шуканого правила знаходження цілої та дробової частин комплексного числа.

Зауважимо, що для $\{s\}$ є лише два випадки:

1) $0 \le \{s\} \le \frac{1}{2}$ або 2) $\frac{1}{2} < \{s\} < 1$,

в залежності від того, яке з чисел $[s]$ чи $[s]+1$ знаходиться ближче до s. Таким чином маємо, що

1) $\{s\}^2 \le \frac{1}{4}$ і $(\{s\}-1)^2 > \frac{1}{4}$ або 2) $(\{s\}-1)^2 < \frac{1}{4}$ і $\{s\}^2 > \frac{1}{4}$.

Це зауваження також стосується і $\{t\}$.

Враховуючи, що кожне комплексне число має наступні чотири представлення через класичні цілу та дробову частини своїх уявної та дійсної частин:

$$
\begin{aligned}
z = s + ti &= ([s]+[t]i) + (\{s\}+\{t\}i) = \\
&= ([s]+1+[t]i) + (\{s\}-1+\{t\}i) = \\
&= ([s]+[t]i+1) + (\{s\}+(\{t\}-1)i) = \\
&= ([s]+1+[t]i+1) + (\{s\}-1+(\{t\}-1)i),
\end{aligned}
$$

можемо сформулювати таке ***правило обчислення цілої та дробової частин комплексного числа***:

якщо $\{s\} \le \frac{1}{2}, \quad \{t\} \le \frac{1}{2}$, то

$$[z] = [s] + [t]i, \qquad \{z\} = \{s\} + \{t\}i \ ;$$

якщо $1 - \{s\} < \frac{1}{2}, \quad \{t\} \le \frac{1}{2}$, то

$$[z] = [s] + 1 + [t]i, \qquad \{z\} = \{s\} - 1 + \{t\}i \ ;$$

якщо $\{s\} \le \frac{1}{2}, \quad 1 - \{t\}, \frac{1}{2},$ то

$$[z] = [s] + ([t] + 1)i, \qquad \{z\} = \{s\} + (\{t\} - 1)i \ ;$$

якщо $1 - \{s\} < \frac{1}{2}, \quad 1 - \{t\} \le \frac{1}{2}$, то

$$[z] = [s] + 1 + ([t] + 1)i, \quad \{z\} = \{s\} - 1 + (\{t\} - 1)i \ .$$

В цьому правилі вибір цілої частини z співпадає з вибором найближчої до z вершини на рис.4. Так як ця вершина визначається однозначно, то однозначно визначається і дробова частина z, причому $\delta(\{z\}) \le \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

Опишемо алгоритм ділення з остачею в кільці $\mathbf{Z}[i]$, обраний в [2]. Він спирається на описане правило знаходження цілої та дробової частин. Якщо $z_1, z_2 \in \mathbf{Z}[i]$, то неповна частка і остача від ділення z_1 на z_2 може знаходитися за наступним алгоритмом.

1. Знаходимо звичайну частку $z = \frac{z_1}{z_2} = s + ti$ комплексних чисел z_1 і z_2.
2. Виділяємо цілу частину $[z] = q_1 + q_2 i$ та обчислюємо дробову частину $\{z\} = \frac{z_1}{z_2} - (q_1 + q_2 i)$ звичайної частки $z = s + ti$. Зауважимо, що ціла та дробова частини визначаються однозначно, а дробова частина задовольняє умову $\delta(\{z\}) \le \frac{1}{2}$. Ціла частина $[z] = q_1 + q_2 i \in \mathbf{Z}[i]$ буде шуканою неповною часткою від ділення z_1 на z_2.
3. Остача від ділення знаходиться $r = z_1 - z_2 \cdot (q_1 + q_2 i)$. Так як $\{z\} \cdot z_2 = z_1 - z_2 \cdot (q_1 + q_2 i) = r$, то остача задовольняє необхідній умові: $\delta(r) = \delta(\{z\}) \cdot \delta(z_2) \le \frac{1}{2}\delta(z_2) < \delta(z_2)$, причому також визначається однозначно.

Попередній приклад за цим алгоритмом дасть такий результат:

1. $\frac{23 + 30i}{(16 + 13i)} = \frac{(23 + 30i) \cdot (16 - 13i)}{(16 + 13i)(16 - 13i)} = \frac{758 - 181i}{425}$,

2. Виділяємо цілу частину $q = \left[\frac{758-181i}{425}\right] = 2$, бо $\frac{758-181i}{425} - 2 = \frac{-92}{425} + \frac{-181}{425}i$, $\left|\frac{-92}{425}\right| < \frac{1}{2}$, $\left|\frac{-181}{425}\right| < \frac{1}{2}$. Отже, неповна частка $q = 2$.
3. $r = 23 + 30i - (16 + 13i) \cdot 2 = -9 + 4i$.

У цьому прикладі за даним алгоритмом норма остачі найменша із можливих. За способом вибору остачі від ділення. Назвемо цей алгоритм ***мінімальним алгоритмом ділення з остачею*** в кільці $\mathbf{Z}[i]$,

Якщо для знаходження цілої та дробової частин в геометричному вигляді користуватись рис.4, то цілою частиною z буде число, що відповідає найближчій вершині зображеного квадрату, а дробовій частині буде відповідати вектор, що має початок в цій вершині і кінець в точці z. Варто зауважити, що при знаходженні цілої частини для чисел, що розташовані на серединних перпендикулярах до сторін цього квадрату, відповідної описаному правилу, обирається та вершина, що знаходиться лівіше та нижче.

Отже, ми обґрунтували процедуру алгоритму ділення з остачею в кільці гаусових чисел, описану в [2].

Процес знаходження неповної частки від ділення z_1 на z_2 можна організувати по іншому, використовуючи структуру кратних чисел. Цей процес в своїй основі спирається на порівнянні відстаней між z_1 і числами, кратними z_2.

1. Порівнюємо відстані від z_1 до 0, від z_1 до z_2, від z_1 до $2z_2$, від z_1 до $3z_2$ і т.д., тобто розглядаємо $|z_1 - t \cdot z_2|$, $t \in \mathbf{Z}$, які є похилими з вершиною в точці z_1 до прямої, що проходить через 0 і z_2. Дві похилі, сусідні з перпендикуляром до цієї прямої через точку z_1, будуть найменшими серед решти, так як їх проекції не перевищують $|z_2|$, а решта проекцій більше $|z_2|$. Отже, з наближенням до перпендикуляру, похилі зменшуються, а після двох сусідніх збільшуються. Причому проекція однієї з цих сусідніх похилих не більша $\frac{1}{2}|z_2|$, а другої – не менша. отже, серед них можна обрати найменшу. Тому можна стверджувати, що $\exists\, q_1 \in \mathbf{Z}$ таке, що $|z_1 - (q_1 - 1)z_2| > |z_1 - q_1 \cdot z_2|$, а $|z_1 - q_1 \cdot z_2| \le |z_1 - (q_1 + 1)z_2|$ (тут похила $|z_1 - q_1 \cdot z_2|$ найменша).

Почати пошук q_1 можна з $t = 1$. Якщо $|z_1| > |z_1 - z_2|$, то розглядаємо порівняння для $t = 1, 2, 3, \ldots$

Якщо $|z_1| \le |z_1 - z_2|$, то розглядаємо порівняння для $t = 0, -1, -2, -3, \ldots$

DOI: https://doi.org/...

2. Далі аналогічно порівнюємо відстані від z_1 до $z_2q_1 + z_2 \cdot ti$ та знаходимо q_2, яке задовольняє умовам $\left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot (q_2 - 1)i\right)\right| > \left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot q_2 i\right)\right|$, а

$$\left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot q_2 i\right)\right| \le \left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot (q_2 + 1)i\right)\right|.$$

Якщо $\left|z_1 - q_1 \cdot z_2\right| > \left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot i\right)\right|$, то розглядаємо порівняння для $t = 1,\ 2,\ 3, \ldots$ Якщо $\left|z_1 - q_1 \cdot z_2\right| \le \left|z_1 - \left(z_2q_1 + z_2 \cdot i\right)\right|$, то розглядаємо порівняння для $t = 0, -1,\ -2,\ -3, \ldots$. Врешті решт знайдеться число $z_2q_1 + z_2 \cdot q_2 i = z_2(q_1 + q_2 i)$, кратне z_2, найближче до z_1, при цьому $q_1 + q_2 i$ – неповна частка від ділення z_1 на z_2.

Ілюстрацію цього алгоритму можна розглянути за допомогою рис.5.

Для z_1 та z_2, які відповідають зображенню на рис.5, маємо, що $|z_1|$ більший $|z_1 - z_2|$, тому розглядаємо $t = 1,\ 2,\ 3, \ldots$. Маємо $|z_1 - z_2| > |z_1 - 2z_2| >$ $> |z_1 - 3 \cdot z_2| > |z_1 - 4 \cdot z_2|$, $|z_1 - 4 \cdot z_2| < |z_1 - 5 \cdot z_2|$. Отже, $q_1 = 4$.

Порівняння описаних модулів у випадку очевидного розташування можна виконувати візуально як відстані від z_1 до z_2, $A_1 = 2z_2$, $A_2 = 3z_2$, $A_3 = 4z_2$, $A_4 = 5z_2$.

2. Знаходимо q_2. Так як $\left|z_1 - 4 \cdot z_2\right| > \left|z_1 - \left(4 \cdot z_2 + z_2 i\right)\right|$, то розглядаємо $t = 1,\ 2,\ 3, \ldots$. Маємо $\left|z_1 - \left(4 \cdot z_2 + z_2 i\right)\right| < \left|z_1 - \left(4 \cdot z_2 + z_2 \cdot 2i\right)\right|$, отже $q_2 = 1$.

На рисунку це відповідає тому, що відстань від z_1. до $A_3 = 4z_2$. більша за відстань від z_1. до $A_5 = 4 \cdot z_2 + z_2 i$, а ця відстань, в свою чергу, менша за відстань від z_1 до $A_6 = 4 \cdot z_2 + z_2 \cdot 2i$.

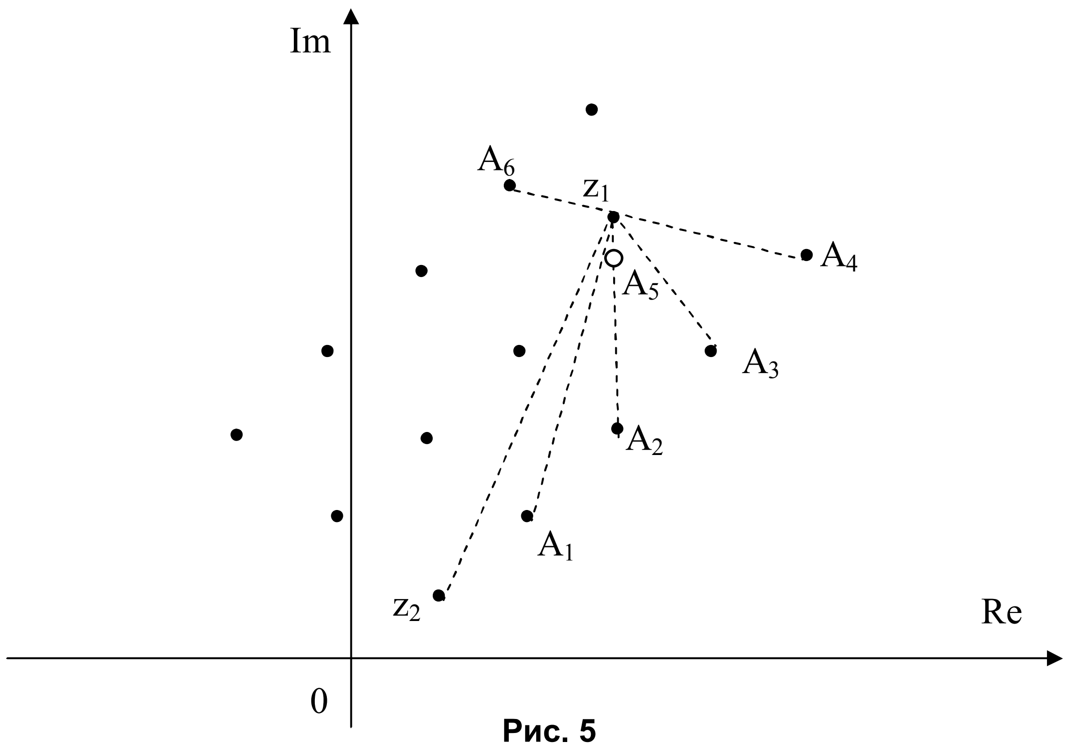


Рис. 5

Отже, $q = 4 + i$ – неповна частка від ділення z_1 на z_2. Остача від ділення обчислюється як $r = z_1 - z_2 \cdot q$. Модулем цієї остачі на рисунку 5 є відстань від z_1. до $A_5 = z_2(4 + i)$.

Висновки

Дана стаття продовжує досліджувати питання, пов’язані з цілими гаусовими числами. Розглянута структура множини чисел, кратних заданому гаусовому числу z. Визначено, що ця множина утворює вершини решітки, що визначається квадратом $0, \quad z, \quad zi, \quad z(1+i)$.

Розглядалися питання існування та неоднозначності неповної частки та остачі від ділення гаусових чисел та доведено твердження, що існує не менше двох чисел, що задовольняють їх умовам.

Визначено правило однозначного знаходження цілої та дробової частин комплексного числа. Обґрунтовано алгоритм знаходження остачі від ділення в кільці $\mathbf{Z}[i]$, мінімальної за нормою, що використовується в [2]. Створено процес знаходження неповної частки та остачі, мінімальної за нормою, від ділення гаусових чисел, що базується на використанні структури кратних чисел.

Результати цієї статті можуть бути використані при дослідженні алгоритму Евкліда в кільці $\mathbf{Z}[i]$, побудові та дослідженні ланцюгових дробів раціональних гаусових дробів, а також описані алгоритми можуть знайти свою програмну реалізацію.

Література

1. Богданов П.С. О представлении целых гауссовых чисел в системе счисления Питти / П.С. Богданов П.С. – Компьютерная оптика. – 2010. – том 34, №4. – С.561-565.
2. Пащенко З.Д., Вагнер Г.О. Скінченні ланцюгові гаусові дроби. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. − Слов’янськ: ДВНЗ “ДДПУ”, 2016. − № 6 − С. 26 – 30.
3. Пащенко З.Д. Решето Ератосфена для гаусових чисел. / З. Д. Пащенко, О. В. Плахотя // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету СДПУ (за матеріалами Всеукраїнської науково-практичної конференції "Актуальні питання науки і освіти"). − Слов’янськ: СДПУ, 2012. − №2. − С. 82-86.
4. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – Ч1. – 400 с.

DOI: https://doi.org/...

Z.D. Paschenko, E.P. Odintsova
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine

Division with the remainder in the ring of Gaussian numbers

The article deals with issues related to Gaussian integers. An analysis was made of the definition of the integer and fractional parts of a complex number in order to achieve a unique result. Two algorithms for division with a remainder in the ring of Gaussian numbers are presented that give a single-valued result with a remainder that is minimal in norm: based on the determination of the integer and fractional parts of a complex number, and based on the use of the structure of multiples.

Keywords: *Gaussian numbers, multiple numbers, whole and fractional part, division with the remainder.*

УДК 373.5.016:535.1

Ткаченко В.М., Нєвєрова Ю.А.
[1] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: tkachenkovn2@gmail.com, ORCID 0000-0003-1042-2656
[2] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: neverovaulia008@gmail.com, ORCID 0000-0002-3762-0052

ЛАЗЕРИ ЯК ЕТАП СТАНОВЛЕННЯ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ ВИПРОМІНЮВАННЯ

У статті розглянуто взаємозв’язок теоретичної й експериментальної (прикладної) фізики при вивченні лазерів як етапу становлення квантової теорії випромінювання.

Ключові слова: *квантова теорія випромінювання, інверсна населеність, індуковане випромінювання, лазер, активне середовище, система накачки.*

Вступ

Постановка проблеми. Розвиток фізики, як однієї з природничих наук, відбувається в діалектичній єдності її експериментальної й теоретичної складових. Історія становлення квантової теорії випромінювання дає змогу наочно це продемонструвати при вивченні відповідної теми в освітніх закладах.

Метою статті є показати як квантова теорія випромінювання посприяла створенню лазера, а різні прикладні задачі спонукали до їх запровадження в залежності від робочого тіла.

Основна частина:

Наприкінці XIX на початку XX століть у світі з’явились експериментальні результати, пояснити які існуюча на той час класична теорія була неспроможна. Це стосувалося, зокрема, рівноважного теплового випромінювання. На недосконалість класичних уявлень фізики, що встановилися на той час вказують і результати досліду Майкельсона-Морлі по спробі експериментально виявити існування світлового ефіру. Все це спонукало до перегляду основних уявлень класичної теорії.

1. Нове розуміння прийшло в фізику (теорію випромінювання) завдяки гіпотезі Планка про існування фотонів – квантів випромінювання, як найменшої неподільної порції енергії:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \tag{1}$$

де константа $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с названа сталою Планка.

Згідно з даною гіпотезою світло випромінюється не неперервно, а дискретно. Керуючись цим Планк отримав формулу для спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, яка носить його ім'я:

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/k\lambda T}-1} \tag{2}$$

де c – швидкість світла у вакуумі; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура; e – основа натуральних логарифмів.

При цьому розподіл енергії в спектрі рівноважного теплового випромінювання отриманий теоретично за формулою Планка повністю співпадає з експериментальним.

Отже квантова теорія випромінювання Планка пояснює всі закони рівноважного теплового випромінювання.

2. Пояснити закономірності зовнішнього фотоефекту, отримані експериментально, існуюча на той час класична теорія також була неспроможна.

Для їх пояснення Альберт Ейнштейн скористався квантовою гіпотезою Планка і припустив, що і поглинання світла відбувається окремими дискретними порціями енергії – фотонами.

Ейнштейн застосував закон збереження енергії до системи «падаючий фотон – електрон речовини».

Електрони поверхневого шару металу поглинають енергію цих фотонів, при цьому один електрон поглинає цілком енергію одного або декількох фотонів.

При умові, що енергія фотона рівна або більше за значенням роботи виходу, то електрон буде вилітати з металу. Тоді частина енергії фотона буде витрачатися на виконання роботи виходу $A_в$, а її решта буде переходити в кінетичну енергію фотоелектрона:

$$h\nu = A_в + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} \tag{3}$$

Даний вираз називається рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту. Це рівняння записане для однофотонного фотоефекту, коли йдеться про виривання електрона, не пов'язаного з атомом (молекулою). Власне воно є узагальненим законом збереження енергії. На основі квантових уявлень про світло можна пояснити закони фотоефекту. Зрозуміло, що число електронів N_e, вирваних з речовини, пропорційне числу фотонів, падаючих на речовину, тобто $N_e \sim T$. Таким чином, ми пояснили перший закон фотоефекту.

З рівняння Ейнштейна виходить, що

$$\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = h\nu - A_в \text{ та } A_в = h\nu_0 . \tag{4}$$

З цього рівняння ми бачимо, що максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти падаючого світла, а червона межа фотоефекту – від роду речовини катода (другий і третій закони фотоефекту).

Тож квантова теорія фотоефекту Ейнштейна пояснює всі закономірності зовнішнього фотоефекту.

Але гіпотези переходять в наукову теорію коли вони здатні не лише пояснити результати існуючих експериментальних результатів, а й спроможні передбачати наступні.

3. Стосовно поширення світла Ейнштейн припустив, що воно також відбувається дискретно. Дослід Боте і став експериментальним підтвердженням цьому.

При випромінюванні фотона атомом відбувається зменшення енергії останнього на величину енергії фотона. А при поглинанні фотона атомом – збільшення енергії останнього на таку ж величину. Таким чином можна стверджувати, що квантова теорія світла пояснює дискретність енергетичних рівнів електрона в атомі.

4. Ще одним припущенням Ейнштейна стало існування вимушеного (індукованого) випромінювання. Це таке випромінювання, яке виникає у збудженому атомі при його переході в менш збуджений або нормальний стан під дією зовнішніх факторів. Наприклад, під впливом фотона (див. рис. 1).

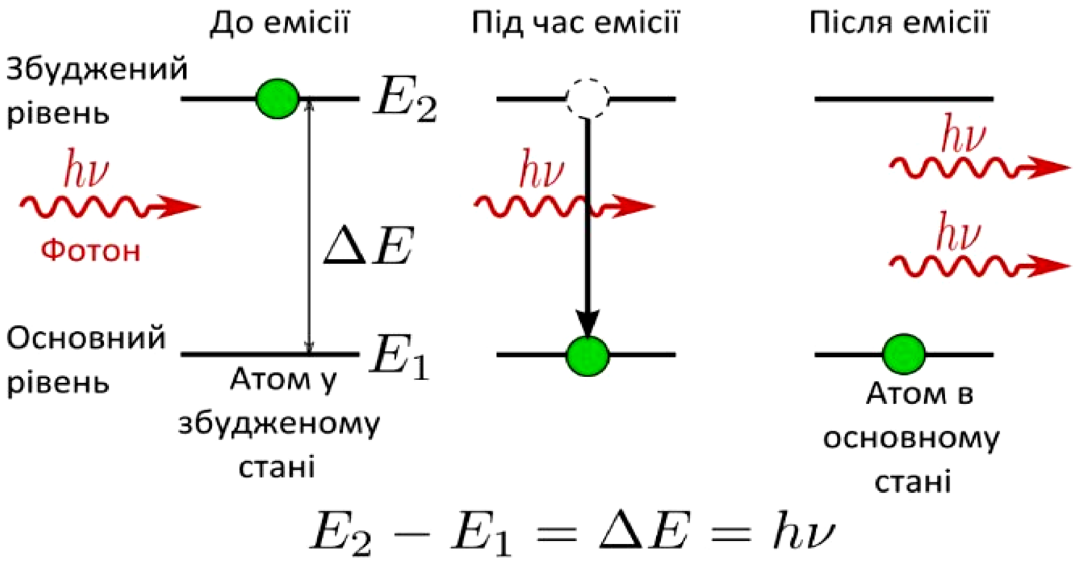


Рис. 1. Енергетична діаграма індукованого випромінювання, що виникає в атомі під дією фотона, на прикладі дворівневої квантово-механічної системи.

При проходженні фотона повз атому, що знаходиться в збудженому стані, останній переходить на нижчий енергетичний рівень з висвітленням «фотона-близнюка». Тобто падаючий і індукований фотони мають однакові частоти, напрямки поширення і поляризації. Крім того, ці фотони когерентні.

Експериментальне відкриття індукованого випромінювання надало поштовх до створення спочатку лазера, а потім і лазерної індустрії.

Термін «laser» походить від абревіатури англійської назви «Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation», що в перекладі означає посилення світла за допомогою вимушеного (індукованого) випромінювання.

Лазер зазвичай складається з трьох основних компонентів: робоче тіло, джерело енергії (система накачки), система дзеркал або «оптичний резонатор».

Основним елементом лазера, відповідальним за довжину хвилі випромінювання є робоче тіло.

В залежності від робочого тіла лазери поділяють на:

- ✓ газові;
- ✓ рідинні;
- ✓ твердотільні;
- ✓ напівпровідникові.

Для створення інверсної населеності в робочому тілі, до нього необхідно підводити енергію. Для цього використовують систему накачки. Тип використаної системи накачки повністю залежить від робочого тіла, яке застосовують, а також визначає спосіб підведення енергії до системи. Основним джерелом накачки:

- газових лазерів є електричний розряд;
- рідинних – інший лазер або імпульсна лампа;
- твердотільних – імпульсна лампа;
- напівпровідникових – електричний струм або оптична накачка.

Найпростіший оптичний резонатор складається з двох паралельних дзеркал (одне з яких напівпрозоре), розташованих навколо робочого тіла. У твердотільних лазерах роль таких дзеркал можуть відігравати відполіровані грані робочого тіла.

Широкої популярності останнім часом набули лазери на барвниках. Це пов’язано з їх здатністю роботи як в неперервному, так і в імпульсному режимах та можливістю переналаштування випромінювання в широкому інтервалі довжин хвиль. Що, в свою чергу, дозволяє вибірково впливати на біологічні клітини. Це використовують, зокрема, в різних напрямках і областях медицини.

Можливість використання потужних імпульсних лазерів лежить в основі одного з напрямків дослідження однієї з глобальних проблем людства – керованої реакції термоядерного синтезу.

Сучасні технології дозволяють виготовляти лазери з вихідною енергією близько 5 кДж і потужністю $\sim 20 \cdot 10^9$ Вт. А завдяки оптичним квантовим підсилювачам прогнозована потужність лазерного випромінювання в імпульсі може досягати $\sim 10^{13}$ Вт [3].

Висновки

Час вивчення дисципліни фізика в закладах освіти поділяється пропорційно на теоретичну й експериментальну її частини. При цьому експеримент використовують для закріплення теорії й придбання відповідних умінь та навичок.

Вивчення лазерів у контексті становлення квантової теорії випромінювання дозволяє формувати такі ключові компетенції як системне мислення й усвідомленість. Адже не достатньо знати функціональну схему лазера. Необхідно переходити до мислення, як зміни окремих її елементів впливають на характер випромінювання в цілому. Усвідомленість же дозволяє розвивати навик рефлексії, концентруючись на сучасному передбачати майбутнє.

Література

1. Білий М. У., Охріменко Б. А. Атомна фізика. – Київ: Знання, 2009. – 559 с.
2. Індуковане (вимушене) вимірювання. URL: https://bit.ly/2rx6dbd (дата звернення 26.05.2022).
3. Колесник Ю. І., Кіпенський А. В. Елементи та пристрої квантової електроніки: навч. посіб. – Харків: НТУ «ХПІ», 2016. – 318 с. (Серія «Фізична та біомедична електроніка»).
4. Особливості вимірювання і поглинання енергії атомами і молекулами. URL: https://bit.ly/2IaDIXl (дата звернення 26.05.2022).
5. Посудін Ю. І. Фізика з основами біофізики: підручник. – Київ: Світ, 2003. – 400 с.

Volodymyr M. Tkachenko, Yuliia A. Nievierova
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Lasers as a stage in the formation of the quantum theory of radiation

The article considers the relationship between theoretical and experimental (applied) physics in the study of lasers as a stage in the formation of the quantum theory of radiation.

Keywords: *quantum theory of radiation, inverse population, stimulated emission, laser, active medium, pumping system.*

ІНФОРМАТИКА ТА МЕТОДИКА ЇЇ НАВЧАННЯ

УДК 378.018.43:004

Величко В.Є., Федоренко О.Г.
[1] *канд. фіз-мат наук, докт. пед наук, професор кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: velichko@ddpu.edu.ua, ORCID 0000-0001-9752-0907
[2] *кандидат пед наук, доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: fedorenko.elena1209@gmail.com, ORCID 0000-0002-1897-874X

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ ДО ВИКЛАДАННЯ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ «МОДЕЛЮВАННЯ» ЗАСОБАМИ PYTHON

Моделювання є складною і водночас корисною діяльністю. Комп'ютерні науки накопили значний потенціал теоретичних та методичних наробок в цій галузі, а засоби реалізації моделей надають можливість обраховувати великі об'єми даних. Підготовка майбутніх учителів інформатики до викладання змістової лінії «Моделювання» в курсі середньої школи складний процес, що спирається на теоретичні основи моделювання, наявну практику створення моделей та сформоване бачення ролі моделювання у формуванні світогляду учнів. В освітній програмі «Середня освіта (Інформатика)» освітній компонент «Програмування» має фундаментальне значення. Відповідно до цієї ролі одним із завдань курсу є формування навичок створення та застосування моделей. В статті розглядаються приклади практичної направленості розв'язування яких надає можливість розширити уявлення майбутніх учителів інформатики про моделі, способи та методи їх побудови.

Ключові слова: *моделювання, комп'ютерна модель, підготовка вчителів, Python*

Вступ

Постановка проблеми. Фахівці з нейропедагогіки стверджують, що «мозок оброблює частини і ціле одночасно» [1]. Саме це дає можливість розглядати моделювання як суттєвий інструмент створення нових знань та отримання досвіду. Таким методом гарно організований процес навчання через моделювання демонструє деталі і ідеї, що лежать в основі досліджуваних явищ та процесів. Створення та дослідження імітаційної моделі надає можливість спостерігати результати і формувати виводи з дослідження.

Andrew S. Gibbons [2] виділив такі основоположні принципи застосування моделювання в навчанні стосовно тих, хто навчається:

- отримують досвід шляхом взаємодії з моделями;
- вирішують наукові та інженерні проблеми шляхом експериментів з моделлю;
- розглядають і ставлять проблем;
- визначають конкретні навчальні цілі;
- подають всю необхідну інформацію в контексті рішення.

Створення моделей неможливо без застосування математики. З іншої точки зору у багатьох національних освітніх програмах компетентність моделювання відіграє вирішальну роль, вказуючи на те, що важливість математичного моделювання визнається на широкому міжнародному рівні. Однак, поза цим консенсусом щодо актуальності моделювання, все ще залишається спірним питанням про те, як інтегрувати математичне моделювання в процеси викладання та навчання. Gabriele Kaiser вважає, що сприяння моделюванню компетенцій, тобто компетенцій для вирішення реальних проблем за допомогою математики, визнається центральною метою математичної освіти у всьому світі, особливо якщо математична освіта спрямована на сприяння відповідальному громадянству [3]. Сучасний вичерпний огляд результатів досліджень у галузі математичного моделювання, виклад освітніх цілей, що пов’язані з моделюванням, основних компонентів компетентності моделювання, широке обговорення дидактичних проблем у моделювання та представницька кількість найкращих практик моделювання представлена у дослідженні Mogens Niss та Werner Blum [4].

Метою статті є розкриття основних шляхів підготовки майбутніх учителів інформатики до викладання змістової лінії «Моделювання» в навчальному предметі «Інформатика».

Основна частина

Аналіз підходів до викладання математичного та комп’ютерного моделювання, а саме: інтеграція модельних завдань, натуралістичний кейс, використання рольових ігор, можливості STEM-навчання, мотивація та позитивне ставлення до навчання моделюванню тощо представлено в дослідженні Nadiia Balyk та інші [5] Результати досліджень проілюстровано на прикладі реалізації проекту для вивчення динаміки популяції виноградного равлика Helix pomatia. Реалізація проекту розбивається на кілька етапів: формулювання проблеми, презентація проектних завдань, мозковий штурм, розробка, тестування, презентація результатів.

Історичний огляд від перших моделей симуляції, що базуються за законах біології, до сучасного стану дослідження наведено в добірці Igor Santry [12]. Системи що розвиваються і конкурують між собою у віртуальному світі є чудовим прикладом створення штучного інтелекту. Основний вектор розробок в цій галузі в останні роки змістився з імітації еволюційних процесів з нуля на розробку детальних цифрових копій багатоклітинних біологічних істот. Поки, найпростіших – черв'яків-нематод. Однак, дослідники з Human Brain Project [13], що об'єднав 135 наукових центрів в 26 країнах Євросоюзу вже націлилися до 2023 року відтворити мозок людини з усіма 90 мільярдами нейронів аж до окремих іонних каналів. Корисним для нашого дослідження є ґрунтовний огляд симуляцій еволюцій (emergence evolution) опублікований Ilya Sheprut [14]. Даний документ систематизує цікаву інформації по темам: симуляція еволюції, штучна життя, нейронні мережі, клітинні автомати, штучний інтелект.

Моделюванню притаманна властивість використовувати його в будь-яких галузях знань особливо якщо неможливо досліджувати явище через брак часу, обмеженість у доступності або небезпечність у проведенні. Саме ця перевага моделювання сприяла його застосуванню у фізиці. Jannis Weber та Thomas Wilhelm наводять історичний огляд переваги обчислювального моделювання у вивченні фізиці. Автори стверджують, що обчислювальне моделювання є не лише важливим елементом наукових досліджень, воно також має багату історію в галузі фізичної освіти, і його застосування в навчальній діяльності сильно змінилося за останні кілька десятиліть [6]. Проведений авторами огляд досліджень у цій галузі показав, що відомо про вплив обчислювального моделювання на концептуальне розуміння студентів, системне мислення, погляди на природу науки та інтерес до фізики.

Ніна Головіна, Микола Головін та Анатолій Федонюк розглядають приклади симуляції фізичних процесів з візуалізацією отриманих результатів засобами Visual Python [7]. Автори зазначають, що при вдалому поєднанні вивчення фізики, інформатики та математики модельний підхід допомагає глибше розуміти суть фізичних процесів. Цей підхід сприяє взаємопоглибленню в кожній зі згаданих дисциплін, а також сприяє цілісному баченню фізики, математики та інформатики, як однієї тісно зв'язаної структури знань, в якій кожна з компонентів несе своє змістовне навантаження. З педагогічної точки зору, на думку авторів, інтегрований модельний підхід може стимулювати учня відразу до вивчення декількох важливих природничих дисциплін. Одним з важливих аспектів модельного підходу в навчанні є потужний вплив на учня в сенсі формування причинно-наслідкового, абстрактно-логічного, матеріалістичного мислення.

Необхідно згадати чудові симуляції з астрономії, що виконав та опублікував авторський колектив у складі Олена Ліннік, Наталя Моісеєнко, Володимир Євтєєв, Ілля Теплицький та Сергій Семеріков [8]. Автори під час вивчення структури та змісту курсу об'єктно-орієнтованого програмування для майбутніх учителів фізики та астрономії пропонують створювати готові симуляції з астрономії. Завдяки застосуванню бібліотеки VPython дослідники не тільки вивчають об'єктно-орієнтованих підхід у програмуванні, а формують у майбутніх учителів фізики та астрономії навичок моделювання фізичних процесів та застосуванню моделювання у викладанні фізики.

Вирішення задачі моделювання прогнозу погоди стояла ще для першого програмованого комп'ютера ENIAC [9]. На сьогодні це задача не втратила своєї актуальності, про що свідчить дослідження Laura Mansfield [10]. Для практичного використання пропонується бібліотека мовою Python – Climate Modelling and Diagnostics Toolkit (CliMT). Вона забезпечує модульний та інтуїтивний підхід до написання числових моделей кліматичної системи. CliMT надає найсучасніші компоненти та простий у використанні інтерфейс, що дозволяє створювати моделі для досліджень.

Не менш важливим є застосування моделювання у економічній сфері. Chris Moffitt пропонує застосувати відомий метод Монте-Карло «to predict the range of potential values for a sales compensation budget» [11]. Автор пропонує залучати бібліотеки pandas та NumPy мови програмування Python та стверджує, що запропонований метод може бути застосовано для моделювання інших задач різних класів. Згадана бібліотека NumPy використовується в багатьої дослідженнях економічних задач разом з бібліотекою SciPy.

SciPy це відкрита бібліотека високоякісних наукових інструментів для мови програмування Python. Бібліотека містить модулі для оптимізації, інтегрування, спеціальних функцій, обробки сигналів, обробки зображень, генетичних алгоритмів, розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та інших задач, які розв'язуються в науці і при інженерній розробці. Вона розробляється для тієї ж аудиторії, що і MATLAB та Scilab. Для візуалізації при використанні SciPy часто застосовують бібліотеку Matplotlib, яка є аналогом засобів виводу графіки MATLAB.

Підсумовуючи на даному етапі можемо сказати, що моделювання не тільки корисний напрямок комп’ютерних наук, що доволі швидко розвивається, а й затребувана компетентність майбутніх учителів. Володіння навичками моделювання надає можливість досягти у наших учнів абстрактність мислення, пошукову та практичну направленість навчання, розширення уявлення про цілісність світу. Саме тому, підготовка майбутніх учителів, зокрема і майбутніх учителів інформатики, до застосування моделювання є актуальною задачею професійної підготовки.

В освітній діяльності моделювання застосовується і як об’єкт і як предмет і як засіб [15, 16, 17]. Серед різновиду видів моделювання майбутні учителі інформатики будуть стикатись з наступними видами моделювання [18]:

- структурно-функціональне (моделями є схеми, блок-схеми, графіки, креслення, діаграми, таблиці, малюнки доповнені спеціальними правилами їх об’єднання та перетворення);
- математичне (моделювання, включаючи побудову моделі, здійснюється засобами математики);
- імітаційне (математична модель досліджуваного об’єкта являє собою алгоритм функціонування об’єкта, реалізований у вигляді програмного комплексу для обчислювальної системи).

Необхідно зазначити, що пераховані види моделювання не є взаємовиключними і можуть застосовуватись при дослідженні складних об’єктів або одночасно, або в деякій комбінації. Імітаційні моделі використовуються для кількісного передбачення властивостей об’єктів, оскільки засновані на відображенні тих властивостей, що були обрані дослідником інтуїтивно. Найбільш загальний підхід до побудови таких моделей ґрунтується на принципі декомпозиції, що призводить до розгляду підсистем об’єкта і відповідно його реалізація відбувається за модульним принципом. Кожен модуль пакету прикладних програм реалізує певну підсистему об’єкта.

Змістова лінія моделювання в курсі інформатика середньої школи поруч з лінією інформації і інформаційних процесів відноситься до теоретичних основ курсу. Разом з тим не слід вважати, що тема моделювання носить лише теоретичний характер і відокремлена від всіх інших тем. Головна мета вивчення поняття моделі пов'язана з подальшим розглядом основних етапів розв'язування задач за допомогою комп’ютера.

Доцільно відмітити, що формування в учнів правильного розуміння змісту станів розв'язування задач та порядку їх слідування – одна з важливих цілей вивчення курсу інформатики, яка досягається поступово, за мірою вивчення учнями всього навчального матеріалу.

Методика інформаційного моделювання пов'язана з питаннями системології, системного аналізу. Ступінь глибини вивчення цих питань суттєво залежить від рівня підготовленості учнів. Учні, особливо середніх класів (базова школа), ще важко сприймають абстрактні, узагальнені поняття. Тому розкриття таких питань повинно спиратися на прості, доступні учням приклади.

Підготовка майбутніх учителів інформатики до викладання цієї змістової лінії повинна базуватись на чіткому розумінні етапів моделювання, до яких відносять:

- *Постановка завдання, визначення об’єкта моделювання.* На даному етапі відбувається збір інформації, формулювання питання, визначення форми представлення результатів, опис даних. Важливим моментом є визначення мети моделювання. Від вибраної мети залежить, які характеристики досліджуваного об’єкта вважати суттєвими, а якими можна знехтувати. Постановка задачі вимагає чіткого виділення початкових даних і необхідних результатів, при цьому встановлюються обмеження на допустимі значення величин, застосованих у задачі.
- *Аналіз і дослідження системи.* На даному етапі відбувається аналіз системи, змістовний опис об’єкта, розробка інформаційної моделі, розробка структур даних, розробка математичної моделі. На цьому етапі визначаються параметри моделі, суттєві для даної задачі, та математичні співвідношення між ними. Для задач, у яких потрібно розрахувати значення параметрів об’єкта, необхідно скласти математичну модель.
- *Формалізація, тобто перехід до конкретної розрахункової моделі, створення алгоритму.* Необхідно вибрати метод розв’язування задачі,

що визначає послідовність арифметичних і логічних операцій. Вибір методу зумовлений аналізом початкових даних. У прикладних задачах знаходження точного розв'язку зазвичай є неможливим або занадто складним. Для таких задач розроблено методи наближених обчислень.

- *Програмування.* На даному етапі відбувається вибір мови програмування або прикладного середовища для моделювання, уточнення способів організації даних, запис алгоритму обраною мовою програмування або в прикладному середовищі. Кожне програмне середовище має свій інструментарій і дозволяє працювати з певними видами інформаційних моделей. У середовищі програмування можна створити програму для реалізації математичної моделі. Також, використовуючи графічні засоби мови, можна створити графічну або імітаційну модель.
- *Проведення серії обчислювальних експериментів.* На даному етапі відбувається налагодження синтаксису, семантики і логічної структури, тестові розрахунки та аналіз результатів тестування, доробка програми. Після створення моделі потрібно здійснити перевірку правильності моделі за допомогою тестів і виправити виявлені помилки.
- *Аналіз і інтерпретація результатів.* На даному етапі відбувається доробка програми або моделі в разі потреби. Після успішного тестування моделі можна переходити безпосередньо до проведення дослідження. Експеримент повинен супроводжуватися аналізом результатів для прийняття рішення.

Практичне засвоєння теоретичних знань найкраще виконувати на простих і зрозумілих прикладах. Розглянемо деякі з задач, що пропонуються студентам освітньої програми «Середня освіта (Інформатика)» в освітньому компоненті «Програмування» фізико-математичного факультету Донбаського державного педагогічного університету. Перша задача має таке формулювання: «*У приміщенні є лампи потужності w1, w2 та w3 ват, що світять по t1, t2 та t3 годин щодоби. Їх замінили енергозберігальними лампами потужності v1, v2 та v3 ват відповідно. Якщо нові лампи коштували c1, c2 та c3 умовних одиниць, то через скільки діб почнеться економія на оплаті електроенергії при вартості електроенергії ce умовних одиниць?*». Одним із варіантів розв'язування задачі є побудова функціональної залежності вартості від часу. Передбачається, що ці залежності мають різний коефіцієнт зростання, а тому можуть мати спільну точку, що і призведе до отримання результату. Такий варіант моделі можна реалізувати мовою програмування Python (див рис.1).

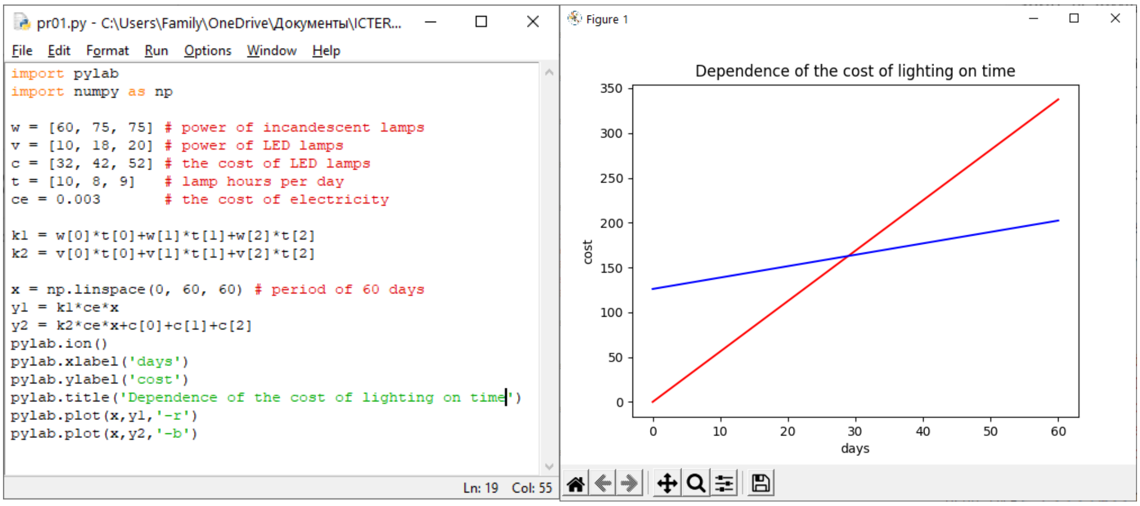


Рис.1 Приклад розв’язування практичної задачі

Змінюючи потужності ламп та час їх роботи, вартості ламп та вартості електроенергії можна отримати дату початку економії. При деяких параметрах виявилось, що перетину не існує в межах 60-ти днів. Тоді постало наступне питання – чи можна визначити на якому інтервалі необхідно проводити побудови? Це питання дозволило показати етап уточнення моделі, так як не для всіх вхідних параметрів можна використовувати розроблений алгоритм. Зрозуміло, що це не єдиний варіант моделі. Після аналітичних перетворень отримати тільки числове значення, що залежить від вхідних даних, але візуалізувати таку модель неможливо. Відповідно для навчальних цілей така модель є недоречною.

Наступна задача має таке формулювання: «*Зіпсований водопровідний кран втрачав v літрів води за добу. Вартість нового крану c1, вартість його заміни c2, гарантійний термін роботи – t діб. Якщо вартість води c3 за літр, то чи буде вигідно виконувати заміну крану для економії коштів у його гарантійний термін?*». Тип задачі схожий на попередній з точки зору моделі, при розв’язуванні задачі студенти створювали модель «за зразком» і труднощі при цьому не виникали (див. рис. 2). Для закріплення навичок пропонується ще декілька задач як лінійної так і нелінійної залежності. Кожна з них має своє суто практичне походження і стосується різноманітних галузей людської діяльності.

DOI: https://doi.org/...

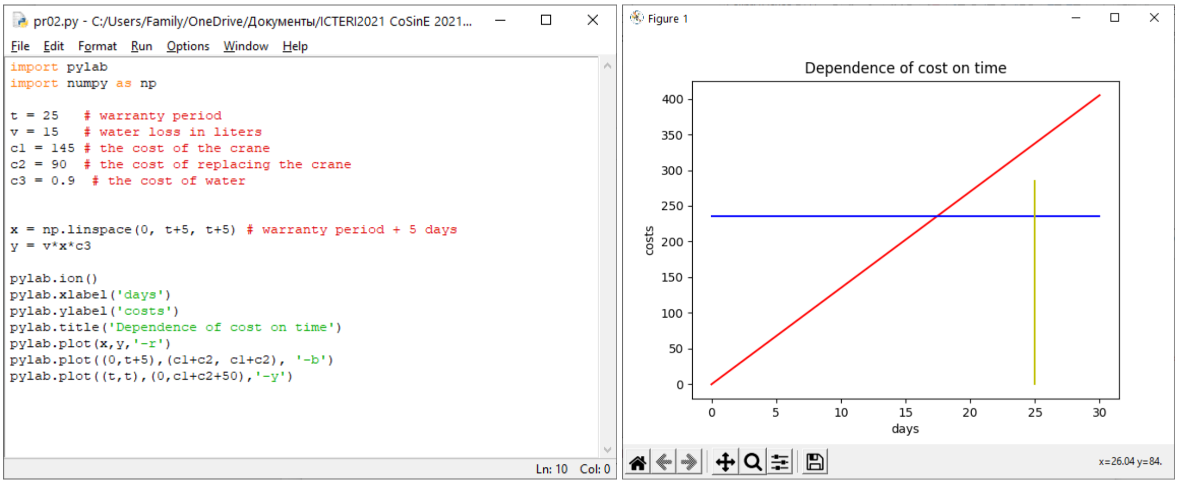


Рис 2. Приклад побудови моделі

Після вирішення цих задач, було проведено анонімне опитування студентів за такими питаннями:

- Оцініть складність першої задачі за шкалою 0..9 (0 не складна, 9 дуже складна)
- Оцініть складність другої задачі за шкалою 0..9 (0 не складна, 9 дуже складна)
- Оцініть отриманий результат на практичну значимість за шкалою 0..9 (0 не потрібний, 9 практично корисний)

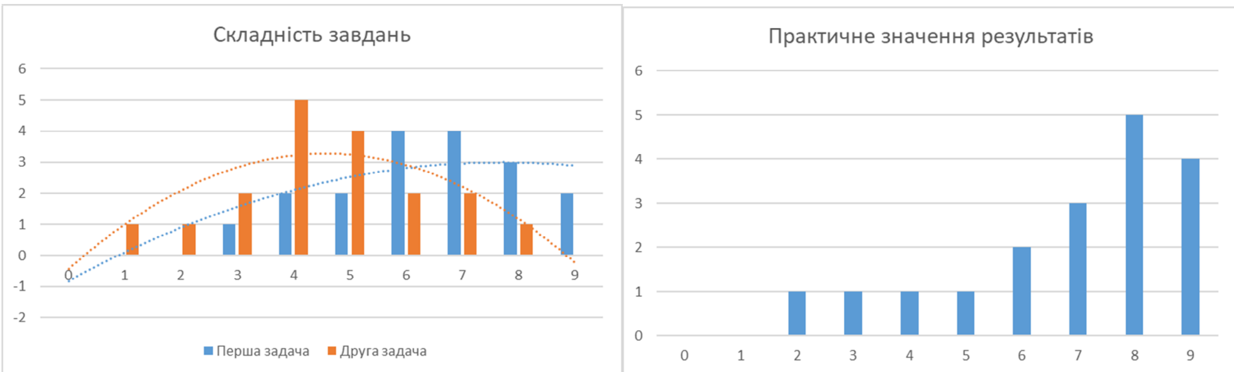


Рис. 3. Результати відповідей респондентів

У опитуванні взяли участь 18 респондентів. Результати опитування представлено на рис 3. Необхідно зробити наступні висновки вже на цьому етапі не зважаючи на невелику кількість опитуваних:

- Використання практичних задач, що поєднують різні науки, на сьогодні є недостатньою;
- Дидактичні можливості міжпредметних зав’язків є невикористаними, що впливає на загальний рівень освіти;
- Моделювання є складним, і в той же час, практично-значимим методом як навчання так і вирішення практичних задач.

Наступний етап в підготовці передбачає розв’язування задач з нелінійною залежністю, наявність елементів керування та зміни параметрів, вивчення широкого кола задач з економіки, різних підгалузей математики, фізики, хімії тощо.

Висновки

Обчислювальна комп’ютерна модель реалізується програмою для розрахунку стану системи, що моделюється за її математичною моделлю. Її застосовують для моделювання різних фізичних, біологічних, соціальних та інших явищ. Наприклад, коливання маятника, поширення хвиль, зміни чисельності населення, популяції певного виду тварин тощо. Такі моделі часто застосовують для багаторазового проведення випробувань, у тому числі – зі зміною параметрів, з подальшим збором та опрацюванням отриманих результатів чи для розв’язування задач на найкращий розкрій деталі, мінімальні витрати чи максимальний прибуток.

Змістова лінія «Моделювання» в шкільному курсі інформатики застосовується для розвитку алгоритмічного, структурного мислення, для розвитку здатності аналізувати різноманітні процеси та явища й з’ясовувати їхні причинно-наслідкові та структурні зв’язки, визначати послідовність дій, які необхідно виконати для розв’язування певних задач. А тому підготовка майбутніх учителів інформатики до викладання цієї теми повинно бути сформовано під час вивчення цього розділу на певних освітніх компонентах, включаючи освітній компонент «Програмування».

Література

1. Caine R.N., Caine G.M. Connections: Teaching a4d the Human Brain. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia. 1991, 194 p.
2. Gibbons A.S. Model-centered instruction, Journal of Structural Learning and Intelligent Systems, 4, 2001, 511–540. https://doi.org/10.1007/978-0-387-76898-4_8
3. Kaiser G. Mathematical Modelling and Applications in Education. In: Lerman S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham. 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_101
4. Mogens Niss, Werner Blum, The Learning and Teaching of Mathematical Modelling (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315189314
5. Balyk N., Grod I., Vasylenko Y. Oleksiuk V., Rogovchenko Yu. Project-based learning in a computer modelling course, J. Phys.: Conf. Ser. 1840 012032, 2021, https://doi.org/10.1088/1742-6596/1840/1/012032
6. Weber J., Wilhelm T. The benefit of computational modelling in physics teaching: a historical overview, European Journal of Physics, Volume 41, Number 3, 034003, https://doi.org/10.1088/1361-6404/ab7a7f

7. Головіна Н.А., Головін М.Б., Федонюк А.А. Аплікації з комп’ютерної фізики мовою Visual Python на прикладі моделювання силової взаємодії, Комп’ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво, Випуск №40, 2020, https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2020-40-03
8. Лінник О.П., Моісеєнко Н.В., Євтєєв В.М., Теплицький І.О., Семеріков С.О. Об’єктно-орієнтоване моделювання у підготовці майбутніх учителів фізики. Збірник наукових праць Кам’янець-Подільського державного університету : серія педагогічна. Випуск 12 : Проблеми дидактики фізики та шкільного підручника фізики в світлі сучасної освітньої парадигми. Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2006. С. 127–140.
9. Weik M.H. The ENIAC Story, 1961, https://cutt.ly/dnNYfBn
10. Mansfield L. Simple Climate Modelling in Python, 2019, https://medium.com/informatics-lab/simple-climate-modelling-in-python-43d0d0b4af03
11. Moffitt C. Monte Carlo Simulation with Python. 2019. https://pbpython.com/monte-carlo.html
12. I. Цифровая жизнь или как сыграть в Бога на персональном компьютере, 2015, https://www.ixbt.com/live/santry/cifrovaya-zhizn-ili-kak-sygrat-v-boga-na-personalnom-kompyutere.html
13. Human Brain Project, https://www.humanbrainproject.eu/en/
14. Sheprut I., Emergevolution, 2020, https://github.com/optozorax/emergevolution
15. Steshenko V., Velychko V., Yashanov S., Vovk N., Kitova O. Modelling of pedagogical technologies on the basis of activity approach. In SHS Web of Conferences. EDP Sciences. Vol. 104, p. 03015. 2021.
16. Kawakami T., Mineno K. Data-Based Modelling to Combine Mathematical, Statistical, and Contextual Approaches: Focusing on Ninth-Grade Students. In: Leung F.K.S., Stillman G.A., Kaiser G., Wong K.L. (eds) Mathematical Modelling Education in East and West. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer, Cham. 2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_32
17. Nielsen S.S., Nielsen J.A. Models and Modelling: Science Teachers’ Perceived Practice and Rationales in Lower Secondary School in the Context of a Revised Competence-Oriented Curriculum, EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2021, 17(4), em1954, https://doi.org/10.29333/ejmste/10790
18. Теплицький О.І., Семеріков С.О., Соловйов В.М. Професійна підготовка учителів природничо-математичних дисциплін засобами комп’ютерного моделювання: соціально-конструктивістський підхід : монографія. Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі. Кривий Ріг : Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький

національний університет», 2015. Том X. Випуск 1 (10) : спецвипуск «Монографія в журналі». 278 с.

Vladyslav Ye. Velychko, Elena G. Fedorenko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;

Preparation of pre-service teachers of Computer Science for teaching the content line "Modeling" with Python

Modeling is a complex and at the same time useful activity. Computer science has accumulated considerable potential for theoretical and methodological developments in this field, and the means of implementing the models provide the ability to calculate large amounts of data. Preparing future computer science teachers to teach the content line "Modeling" in high school is a complex process based on the theoretical foundations of modeling, existing practice of modeling and a vision of the role of modeling in shaping students' worldview. In the educational program "Secondary Education (Computer Science)" the educational component "Programming" is of fundamental importance. According to this role, one of the objectives of the course is to develop skills in creating and applying models. The article considers examples of practical orientation of the solution of which provides an opportunity to expand the understanding of future teachers of computer science about the models, methods and techniques of their construction.

Keywords: *modeling, computer modeling, teacher training, Python*.

УДК 004.9

Величко С.В., Кайдан Н.В.

[1] *студентка 1 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: sofiavelichko33@gmail.com, ORCID 0000-0002-2728-6796
[2] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: kaydannv@gmail.com, ORCID 0000-0002-4184-8230

НЕЧІТКА СИСТЕМА ОБРОБКИ ТЕКСТОВИХ ДАНИХ

Стаття присвячена проблемі порівняння текстових даних на основі нечіткої логіки та нейронних мереж. Наводяться відомості про можливості порівняння текстів на основі відстані Левенштейна, що реалізовано у модулі розширення FuzzyWuzzy для мови програмування Python. На основі цього модуля розглянута система, що виділяє ядро тексту з великої кількості текстів присвячених спільній тематиці.

Ключові слова: *нейронні мережі, нечітка логіка, обробка даних, відстань Левенштейна, порівняння текстів, ядро текстів*

Вступ

Постановка проблеми. Обробка інформації є однією із основних видів діяльності у інформаційному суспільстві. В сучасному світі з його глобалізацією та темпами росту наукомістких технологій та їх частки в житті людини, кількість інформації експоненціально зростає, відповідно до цього збільшуються вимоги до швидкості та якості її обробки. Автоматизація обробки даних, покращення методів та алгоритмів аналізу, находженнях нових підходів до машинного навчання є однією з найактуальніших потреб сьогодення.

Використовуючи машинні способи роботи з наборами даних, ми можемо працювати швидко з великими об’ємами, але з’являться інша проблема, неможливість повного відтворення людського типу мислення комп’ютерною системою. Виникає логічна спроба знайти проміжний, але ефективний підхід за допомогою нечітких систем аналізу даних, на базі нечіткої логіки, що можуть максимально наблизити машинний аналіз до імітації вибору людини, або навіть спробувати перевищити його за усіма показниками.

Метою статті є розкриття основних напрямів машинного аналізу тексту з позицій нечіткої логіки.

Основна частина

Аналіз даних це алгоритми обробки інформації що не мають фіксованої відповіді для кожного нового входження об’єкту обробки до моменту завершення самої обробки. Це якісно відрізняє такий алгоритм від класичних підходів, наприклад, сортування рядків. На відміну від цього, від системи на базі нечіткої логіки, яка наприклад розпізнає рукописний текст, ми не можемо цього очікувати чи вимагати. До того ж будь-яка система на такій логіки може помилитися при будь-яких операціях обробки інформації, як це може зробити звичайна людина. Таку постанову задачі та алгоритми її вирішення прийнято називати недетермінованими, або нечіткими, в той час як класичний підхід є детермінованим, або чітким.

Вище зазначену задачу можна вирішити класичним підходом, якщо в ручному режимі підібрати функції, які реалізують відповідне відображення, що буде потребувати значних зусиль та часу, до того ж не може повністю гарантувати точність. В той же час, користуючись машинними алгоритмами навчання, лише використовуючи підготовлену вибірку даних, що як раз і є, вище зазначеним, недетермінованим підходом.

В сучасному світі машинне навчання є найбільш ефективним та перспективним напрямком розвинення систем збору та обробки інформації. На жаль алгоритми та методи для навчання системи, що зможе працювати з даними більш менш вільного формату, що потребують лише незначної обробки людиною, або взагалі не потребують, на даний час не існує. Така обробка називається фічеселектом (feature selection), або предпроцесінгом. Справа у тому, що більшість нечітких систем отримують на вхід дані певного формату та довжини. Так, раніше вони могли обробляти лише цифри, а в наш час робота може здійснюватися з більш складними, абстрактними поняттями. Наприклад текстами, аудіо чи зображеннями. Якщо описувати більш детально, наприклад роботи із зображеннями, то тут алгоритм обробляє не лише колір пікселя, а також його положення, сусідів, та їх параметри.

Широке розповсюдження отримали алгоритми машинного навчання з тренером, так можна назвати алгоритми, що беруть набір даних який складається із точок $(x_0, x_1, ..., x_{n-1})$ та міток, тобто значення що ми намагаємось передбачити $(y_0, y_1, ..., y_{n-1})$, а на виході дає алгоритм чи функцію, що вже виконує співставлення. На прикладі нейронної мережі для розпізнавання зображень, то тут із допомогою спеціальних процедур та на основі навчальної вибірки встановлюються значення, які відповідають відповідним нейронним зв'язкам. За допомогою цих зв'язків на кожному етапі обробки встановлюється те чи інше передбачення для кожного пікселя. Набір прикладів та міток називають навчальною моделлю.

Нажаль список алгоритмів машинного навчання з тренером доволі невеликий та майже не має напрямків розвитку, навіть не зважаючи на значні спроби та дослідження. Основними складнощами є важкість ефективного зведення практичної задачі до задачі аналізу та обробки даних, підбору процесів навчання та моделей.

Перед будь-яким включенням алгоритму машинного навчання чи нечіткої системи до налагоджених робочих процесів потрібна перевірка,

DOI: https://doi.org/...

інакше кажучи – перевірка якості та ефективності роботи. Це так звана валідаційна процедура. Вона виконується наступним чином – з однієї вибірки даних створюють дві, розділяючи початкову. Ці частини називають навчальна та валідаційна. Навчання мережі відбувається за навчальною вибіркою, в той час як якість перевіряється за валідаційною.

Сам цикл розвитку проекту з інтелектуального аналізу даних проходить наступні етапи:

1 Вивчення поставленої задачі з практичної точки зору, пошук потенційних джерел інформації.

2 Формування поставленої задачі на математичній мові, вибірка метрик якості.

3 Написання тестових алгоритмів та алгоритмів навчання.

4 Створення евристики, що вирішує поставлену задачу за допомогою найпростішого із можливих рішень та підходів.

5 Вирішення задачі алгоритмами машинного навчання.

6 По можливості, покращення та підвищення ефективності роботи.

Нейронні мережі не програмуються, в прямому сенсі цього слова, вони лише мають запрограмований алгоритм навчання як основу. Можливість навчання це головна якісна ознака такого підходу, цей варіант має значні переваги перед класичними алгоритмами. В теорії таке навчання є находженням коефіцієнтів якості зв’язку між нейронами. В процесі навчання нейрона мережа здатна виявити складні залежності між вхідними даними та результатами вибірки, та на основі цього виконати узагальнення. Це означає, що у випадку успішного навчання мережа може дати вірний результат на реальній вибірці даних, які були відсутні в навчальному сеті.

На практиці нейрона мережа часто є лише системою з’єднаних між собою в певній послідовності процесорів простих процесів, не тих що використовують для персональних комп’ютерів, які імітують нейрони. Кожен процесор працює лише з одним типом сигналу, що він отримує час від часу із зовнішніх джерел чи інших процесорів під час взаємодії. Окремо взятий такий процесор є не дуже потужним та корисним, але після об’єднання в таку мережу між собою, такі процесори здатні на обробку нелінійних надскладних операцій та задач.

Структуру найпростішої нейронної мережі можна побачити на рисунку 1. Зеленим кольором позначені нейрони вхідного слою, блакитним – скритого, та жовтим – вихідного.

Синопсис – це зв'язок між двома нейронами, що має лише один параметр – вага. Це значення зміни інформації при передачі між двома нейронами. Наприклад ви маєте три нейрони, що передали інформацію четвертому, це означає, що нейрон який прийняв ці сигнали має три ваги які відповідають кожному с попередніх нейронів, далі буде проведене визначення більшої ваги і така інформація буде домінуючою у приймаючому нейроні. Набор ваги мережі, чи інакше кажучи матриця ваги є свого роду мозком системи, саме завдяки цьому явищу система навчається, а інформація обробляється та перетворюється на результат.

Математична теорія нечітких множин (fuzzy sets) та нечітка логіка (fuzzy logic) є не чим іншим, як узагальнення комбінації класичної теорії множин та класичної логіки. Вперше це поняття ввів американський вчений Лотфі Заде (Lotfi Zadeh) в 1965 році. Основною причиною виникнення стала потреба в нечітких правилах алгоритмів та наближенні їх до людського міркування відносно описання об’єктів та процесів, що потребували машинної обробки інформації.

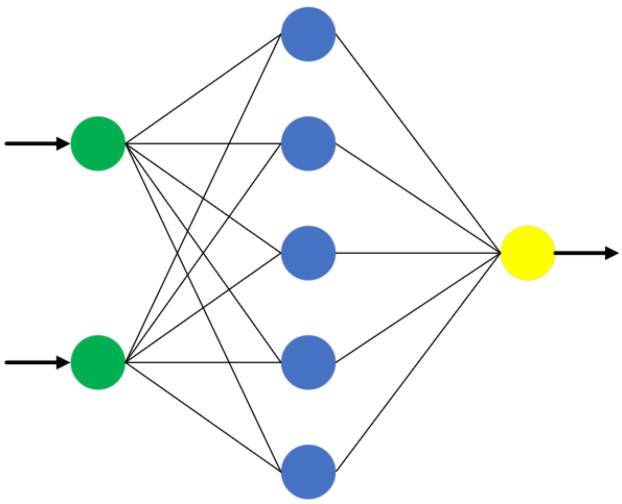


Рис. 1. Структура простої нейронної мережі

Перші такі системи активно почали використовувати для вирішення економічних питань, активно розвивався цей напрямок в медицині, що показує наскільки нечітка логіка важлива в системах зі значною кількістю змінних факторів. Третій, та останнім на даний момент, етап розпочався в 80-х роках. Отримали розповсюдження програмні пакети для побудови експертних систем на базі нечіткої логіки, а область де можна її використовувати значно зросла та продовжує свій ріст. На даний момент нечітка логіка отримала поширення в аерокосмічній, автомобільно будівній та транспортній системах, в області виготовлення побутової техніки, системи для підтримки прийняття рішень активно використовуються менеджерами усіх рівнів.

Домінування нечіткої логіки в розвитку таких систем почалось в кінці 80-х після того, як Бартоломей Коско (Bart Kosko) довів знамениту теорію FAT (Fuzzy Approximation Theorem), яка доводить що будь-яка математична система може бути апроксимована системою на нечіткій логіці [1].

Характеристикою нечіткої множини виступає функція приналежності (Membership Function). Позначимо що $MF(X)$ – коефіцієнт приналежності до нечіткої множини, яка представляє собою узагальнену характеристичну функцію звичайної множини. Тоді нечітка множина, яку ми позначимо як С, буде називатись множиною упорядкованих пар та матиме вид $C = \frac{MF(X)}{X}$, де $MF(X) \in [0,1]$, значення 0 означає відсутність належності до множини, а 1 – повна приналежність.

Спробуємо формалізувати нечітку множину під назвою «Гарячий чай». У якості області міркувань (X) візьмемо шкалу у градусах Цельсія. Як початок і кінець візьмемо шкалу від 0 до 100. Нечітка множина під назвою «Гарячий чай» матиме наступний вигляд:

$$C = \left\{ \frac{0}{0}; \frac{0}{10}; \frac{0}{25}; \frac{0.15}{35}; \frac{0.30}{45}; \frac{0.60}{50}; \frac{0.80}{60}; \frac{0.90}{70}; \frac{1}{85}; \frac{1}{90}; \frac{1}{100} \right\}.$$

З цього виходить, що чай за температури 50 градусів Цельсія належить до множини «гарячий» зі ступенем 0.6. Інакше кажучи, для однієї людини такий чай може видатись гарячим, а для іншої недостатньо чи зовсім холодним. Це є яскравим прикладом проявлення нечіткості задання відповідної множини.

Для нечітких множин, як і для класичних, мають місце, визначенні основні логічні операції. Основними серед них, необхідним мінімумом для розрахунків є визначення перетину та об’єднання.

Перетин двох нечітких множин, нечітке «І»

$$\text{A and B: } \mathbf{MF}_{AB}(X) = \min\left(MF_A(X), MF_B(X)\right)$$

Об’єднання двох нечітких множин, нечітке «АБО»

$$\text{A or B: } \mathbf{MF}_{AB}(X) = \max\left(MF_A(X), MF_B(X)\right)$$

В теорії нечітких множин розроблено та реалізовано підхід до виконання усіх можливих операторів перетину, об’єднання та доповнення. Все це реалізовано в так званих трикутних нормах та конормах. Вище зазначенні реалізації логічних операцій об’єднання та перетину є найбільш розповсюдженими випадками т-норми та т-конорми. Для опису нечітких множин також вводять поняття чіткої на нечіткої лінгвістичних змінних.

Нечітка змінна описується набором (N, X, A), де N – це назва змінної, X – універсальна множина (область міркувань), A – нечітка множина на X.

Значеннями лінгвістичної змінної можуть бути будь-які нечіткі змінні, тобто лінгвістична змінна знаходиться на більш високому рівні абстракції, ніж нечітка змінна. Кожна лінгвістична змінна складається з:

- назви;
- універсальної множини X;
- множини своїх значень, яка також називається базовою множиною (елементи базової множини являють собою назви нечітких змінних);
- синтаксичного правила, за яким генеруються нові терми із застосуванням слів природної або формальної мови;
- семантичного правила, яке кожному значенню лінгвістичної змінної ставить у відповідність нечітку підмножину множини X.

Розглянемо таке нечітке поняття як «Ціна акції». Це і є назва лінгвістичної змінної. Сформуємо для неї базову множину, яка буде складатися з трьох нечітких змінних: «Низька», «Помірна», «Висока» і поставимо область міркувань у вигляді X = [100; 200]. Останнє, що залишилося зробити – побудувати функції належності для кожного лінгвістичної підмножини із базової множини.

Сукупність функцій приналежності для кожної множини із базової множини зазвичай зображуються разом на одному графіку. На рисунку 2 наведено приклад описаної вище лінгвістичної змінної «Ціна акції».

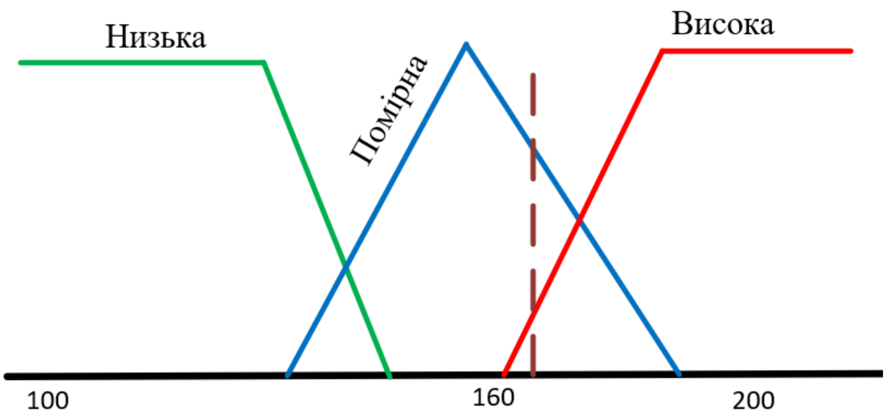


Рис. 2. Опис лінгвістичної змінної «Ціна акції»

Нейронечіткі системи або Нечіткі нейронні мережі – це системи з області штучного інтелекту. Вони комбінують методи штучних нейронних мереж і систем з нечіткої логіки. Нейронечіткі системи є результатом спроби створення гібридної інтелектуальної системи, яка б давала синергетичний ефект цих двох підходів шляхом комбінування людиноподібного стилю міркувань нечітких систем з навчанням і конекціониською структурою нейронних мереж. Основна сила нейронечітких систем полягає в тому, що вони є універсальними апроксіматорами зі здатністю запитувати інтерпретовані правила ЯКЩО-ТО [2].

До переваг нейронечітких систем можна віднести дві суперечливі необхідності нечіткого моделювання, інтерпретованість та точність. Гібридизація методів інтелектуального аналізу стала новою віхою для досліджень у 90-х роках, у результаті об’єднання та синтезу окремих технологій систем аналізу інформації з’явився спеціальний термін – м’які розрахунки (soft computing). В сучасному науковому товаристві цей метод отримав широке розповсюдження, під цим поняттям об'єднують такі області як: нечітка логіка, штучні нейронні мережі, імовірнісні міркування і еволюційні алгоритми. Вони доповнюють один одного і використовуються в різних комбінаціях для створення гібридних інтелектуальних систем. Головним компонентом є нечітка логіка систем.

Подібно до того, як нечіткі множини, при їх відкритті, розширили рамки класичної математичної теорії множин, так і нечітка логіка зайняла

DOI: https://doi.org/...

широкі позиції практично в більшості систем інтелектуальної обробки інформації, наділивши їх новою функціональністю. Швидкі алгоритми навчання та інтерпретованість накопичених знань – ці фактори зробили сьогодні нечіткі нейронні мережі одним з найперспективніших і ефективних інструментів м'яких обчислень.

Нечіткі нейронні мережі (fuzzy-neural networks) здійснюють висновки на основі апарату нечіткої логіки, проте параметри функцій приналежності налаштовуються з використанням алгоритмів навчання класичної нейронної системи. Тому для підбору параметрів таких мереж застосуємо метод зворотного поширення помилки, спочатку запропонований для навчання багатошарового персептрона. Для цього модуль нечіткого управління представляється в формі багатошарової мережі. Нечітка нейронна мережа, як правило складається з чотирьох шарів: шару фазифікація вхідних змінних, шару агрегування значень активації умови, шару агрегування нечітких правил і вихідного шару. Найбільшого поширення в даний час отримали архітектури нечітких нейронних мереж виду ANFIS і TSK. Доведено, що такі мережі є універсальними апроксіматорами.

Процес аналізу текстових документів можна уявити як послідовність декількох кроків. Починаємо з пошуку інформації. На першому кроці необхідно ідентифікувати, які документи повинні бути проаналізовані, і забезпечити їх доступність. Як правило, користувачі можуть визначити набір аналізованих документів самостійно – вручну, але при великій кількості документів необхідно використовувати варіанти автоматизованого відбору за заданими критеріями.

Другий крок це попередня обробка документів. На цьому етапі виконуються найпростіші, але необхідні перетворення з документами для подання їх у вигляді, з яким працюють методи Text Mining. Метою таких перетворень є видалення зайвих слів і надання тексту більш чіткої форми, що передбачена алгоритмом обробки.

Третій крок являє собою вилучення інформації. Витяг інформації з обраних документів передбачає виділення в них ключових понять, над якими в подальшому буде виконуватися аналіз, слід зауважити, що даний етап є дуже важливим. На даному етапі витягуються шаблони і відносини, наявні в текстах. Даний крок є основним у процесі аналізу текстів, і практичних завдань.

Переходимо до інтерпретації результатів. Останній крок у процесі виявлення знань передбачає інтерпретацію отриманих результатів. Як правило, інтерпретація полягає або в поданні результатів на природній мові, або в їх візуалізації в графічному вигляді. Візуалізація також може бути використана як засіб аналізу тексту. Для цього беруться ключові поняття, які і подаються в графічному вигляді. Такий підхід допомагає користувачеві швидко ідентифікувати головні теми і поняття, а також визначити їх важливість.

Однією з головних проблем аналізу текстів є велика кількість слів у документі. Якщо кожне з цих слів аналізувати, то час пошуку нових знань різко зросте і навряд чи буде задовольняти вимогам користувачів. У той же час очевидно, що не всі слова в тексті несуть корисну інформацію. Крім того, в силу гнучкості природних мов формально різні слова, наприклад синоніми, які насправді означають однакові поняття. Таким чином, видалення неінформативних слів, а також приведення близьких за змістом слів до єдиної форми значно скорочують час аналізу текстів. Усунення описаних проблем виконується на етапі попередньої обробки тексту.

Зазвичай використовують такі прийоми видалення неінформативних слів і підвищення суворості текстів: видалення стоп-слів. Стоп-словами називаються слова, які є допоміжними і несуть мало інформації про зміст документа. Зазвичай заздалегідь складаються списки таких слів, і в процесі попередньої обробки вони видаляються з тексту. Типовим прикладом таких слів є допоміжні слова і артиклі, наприклад: «так як», «крім того», тощо.

Стемінг – морфологічний пошук. Він полягає в перетворенні кожного слова до його нормальної формі. Нормальна форма виключає схиляння слова, множинну форму, особливості усного мовлення. Наприклад, слова «стиснення» і «стислий» повинні бути перетворені в нормальну форму слова «стискати». Алгоритми морфологічного розбору враховують мовні особливості і внаслідок цього утворюють мовнонезалежний алгоритм.

N-грами - це альтернатива морфологічному розбору і видалення стоп-слів. N-грами - це частина рядка, що складається з N символів. Наприклад, слово «день» може бути представлено 3-грамою «_Де», «ден», «ень», «нь_», або 4-грамою «_ден», «день», «ень_», де символ підкреслення заміняє попередній або замикає слово пробіл. У порівнянні зі стемінг або видаленням стоп-слів, N-грами менш чутливі до граматичним і типографським помилок. Крім того, N-грами не вимагають лінгвістичного подання слів, що робить даний прийом більш незалежним від мови. Однак N-грами, дозволяючи зробити текст більш суворим, не вирішують проблему зменшення кількості неінформативних слів.

Приведення регістра. Цей прийом полягає в перетворенні всіх символів до верхнього або нижнього регістру. Наприклад, всі слова «текст», «Текст», «ТЕКСТ» наводяться до нижнього регістру «текст». Найбільш ефективно спільне застосування цих методів.

На основі всіх вище зазначених фактів було обрано напрям створення програмного забезпечення для порівняння двох текстів, на основі нечіткої логіки, відмовившись від навчання системи, через складність реалізації в рамках однієї роботи. Далі буде описано вибір інструментів, що були використанні, та програмну реалізацію системи, включаючи опис методів та інтерфейсу.

DOI: https://doi.org/...

Бібліотека FuzzyWuzzy реалізує механізм нечіткого аналізу для порівняння двох текстів на основі підрахунку відстані Левенштейна. Бібліотека працює з Python версії від 3.4 [3].

Основою роботи є функція ratio(), вона приймає два рядки тексту та порівнює їх, з врахуванням регістру символів. Функція повертає код порівняння, найбільше значення функції – 100. Порівнюючи рядки «Привіт світ» та «Привіт світ» функція поверне значення 100, а порівнюючи рядки «Привіт світ» та «Привт свт» отримаємо коефіцієнт 80. Наступна функція partial_ratio(), вона приймає два рядки тексту та шукає входження першого у другий, зважаючи на регістр. Наступні дві функції дозволяють робити прості порівняння в ситуаціях якщо різний регістр чи слова мають просто інший порядок. В цьому випадку використовують функцію token_sort_ratio(). Коли однакові слова повторюються підряд, то для функції token_sort_ratio() це будуть різні рядки. Тут на допомогу приходить найбільш просунута функція token_set_ratio().

Виявлення знань у тексті – це нетривіальний процес виявлення дійсно нових, потенційно корисних і зрозумілих шаблонів у неструктурованих текстових даних. Під «неструктуровані текстові дані» розуміється набір документів, що представляють собою логічно об’єднаний текст без будь-яких обмежень на його структуру. Прикладами таких документів є: веб-сторінки, електронна пошта, нормативні документи, наукові статті тощо. За допомогою функції бібліотеки FuzzyWuzzy ми порівнюємо тексти на їх ідентичність. Спільна частина тексту – це так зване ядро, з якого можна знаходити необхідні знання. Експеримент полягав в тому, щоб з великої кількості текстів на одну і ту саму тематику можна виявити тільки спільну частину. Саме ця спільна частина і є ядром сукупності текстів на яке і необхідно приділяти увагу.

Висновки

Нечітка логіка має багато спільного з процесом мислення людини, її можна використовувати для моделювання людського мислення. Поєднуючи нечітку логіку з нейронними мережами ми отримуємо засіб опрацювання даних, що здатен пришвидшити обробку неструктурованих даних. Навчання нейронної мережі виконується через вже існуючі результати, а тому ми завжди можемо покращити нейронну мережу новими отриманими результатами.

В результаті виокремлення спільної частини текстів заданої тематики ми отримуємо ядро текстів, тобто ту частину, що містить кожен із вхідних навіть якщо слова переставлені місцями, наявні помилки тощо. До подальших досліджень необхідно віднести реалізацію запропонованої системи та її тестування.

Література

1. Kosko B. Fuzziness vs. Probability. University of South California. URL: http://sipi.usc.edu/~kosko/Fuzziness_Vs_Probability.pdf
2. Hardesty L. Explained: Neural networks. MIT News Office. URL: https://news.mit.edu/2017/explained-neural-networks-deep-learning-0414
3. FuzzyWuzzy documentation. Режим доступу: https://pypi.org/project/fuzzywuzzy/

Sofia V. Velychko, Nataliia V. Kaidan
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;

Fuzzy text data processing system

The article is devoted to the problem of comparing textual data based on fuzzy logic and neural networks. It provides information on the ability to compare texts based on Levenstein's distance, implemented in the FuzzyWuzzy extension module for the Python programming language. Based on this module, a system that distinguishes the core of the text from a large number of texts devoted to common topics is examined.

Keywords: *neural networks, fuzzy logic, data processing, Levenstein distance, text comparison, text core*.

УДК 378.147.091.3:004

Глазова В.В., Секлецов А.А.
[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: vvglazova@gmail.com, ORCID 00000-0003-0124-3760
[2] *студент 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: sulfir009@gmail.com, ORCID 0000-0002-2394-7729

ЗАСТОСУВАННЯ STEM-ТЕХНОЛОГІЙ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ ІНФОРМАТИКИ

Статтю присвячено проблемі застосування STEM-технологій в шкільному курсі інформатики. Проаналізовано підготовку вчителів інформатики до використання STEM-технологій у навчанні інформатики. Запропоновано способи реалізації ідей STEM-освіти під час уроків інформатики

Ключові слова: *STEM-освіта, STEM-технології, інформатика.*

Вступ

Постановка проблеми. Сьогодні все більшу популярність у світі набирає освітня технологія STEM (science, technology, engineering, mathematics). Основним завданням цієї освітньої технології є інтеграція знань у галузі природничих наук, математики, технології та інженерії, для розвитку креативного та наукового мислення, навичок роботи в команді, а також сприяння реалізації сучасних цікавих та конкурентоспроможних проєктів. Завдяки стрімкому розвитку технологій з'являються нові професії, повсюди зростає затребуваність спеціалістів STEM. Інформатика як навчальний предмет несе значний внесок у формування особистості майбутнього спеціаліста в цілісному освітньому просторі. А застосування такої інноваційної методики, як STEM-освіта, допоможе виведенню на новий рівень формування в учнів компетентностей, які дозволять їм жити, працювати у високотехнологічному суспільстві та сприяти зростанню конкурентоспроможності країни. [7]

Метою статті є висвітлення можливостей застосування STEM-технологій під час навчання інформатики.

Основна частина

У сучасному світі за останні десять років з'явилося багато інновацій, які відіграють велике значення у креативній індустрії, пов'язаній із творчою чи інтелектуальною роботою. Зміни зазнають інформаційно-комунікаційні технології, креативні галузі, які в багатьох країнах світу виступають важелем розвитку економіки країни. Дедалі більше молоде покоління хоче займатися трудовою діяльністю, яка пов'язана з цією сферою.

Науково-технічна, інженерно-математична освіта (STEM) сьогодні стає більш актуальною і привертає увагу, багато країн вважають її пріоритетом освіти. Поняття STEM викликає широкі дискусії в останнє десятиліття. Історично STEM вперше був використаний як освітній термін Національним науковим фондом (NSF) США на початку 2000-х років. Фахівцям майбутнього потрібна всебічна підготовка та знання з різних освітніх областей природничих наук, інженерії та технології [1]. Наука, яка є одним із найбільших досягнень культури західного суспільства, не може не зацікавити молодь, незважаючи на те, що сьогодні вона має набагато більший, ніж будь-коли, потенціал мотивувати учнів до предметів STEM, і було б важливо підтримувати їхній інтерес до предметів STEM у базовій та середній школі [2].

Технології є одним із інструментів, які можуть підвищити інтерес молоді до вивчення науки. ІКТ дають можливість активно займатися науковою діяльністю, використовуючи різні технологічні можливості. Сьогодні цифрові технології є невід'ємною частиною сучасного процесу викладання/навчання. Не заперечуючи важливості технологій під час навчання, на практиці вони сприймаються як додатковий інструмент, а не як один із ресурсів навчального процесу. Але не технології трансформують методи традиційної педагогіки, а те, як їх використовують вчителі. Важливим питанням є те, чи пов'язане нинішнє використання технологій у школах із використанням цифрових інструментів та ресурсів для змістовного процесу навчання. Технології все ще використовуються способом накладання технологій поверх традиційного викладання та навчання, а не для співпраці та створення знань.

Вчителі використовують різні цифрові ресурси, щоб допомогти учням досліджувати й навчатися, підтримувати співпрацю в класі та проводити формувальне оцінювання. Вони також використовують Інтернет та вебінари, щоб допомогти учням поглибити свої знання з конкретних тем. Безперечно, технології – це інструменти, якими вчитель користується як під час підготовки до уроків, так і для обміну досвідом з іншими колегами. Це означає, що технології змінили методи викладання та навчання [3].

Вчителі зазвичай використовують технології відповідно до своїх професійних потреб і потреб учнів. Однак на можливості використання впливають різні фактори, наприклад, невміння вчителя використовувати технологій може бути пов'язано з браком часу на навчання.

Іншими важливими факторами є відсутність доступу до ресурсів, а також технічні проблеми та опір вчителя змінам та його/її негативне ставлення. Можна виділити також зовнішні та внутрішні бар'єри, наголошуючи на установках, переконаннях, знаннях (внутрішній бар'єр) вчителя як найважливіших. У будь-якому випадку, інтеграція з технологіями під час викладання/навчання є складним процесом, який пов'язаний з

DOI: https://doi.org/...

особистими, організаційними, інституційними та навіть культурними бар'єрами. Це означає, що використання технологій пов'язане з віком вчителя, комп'ютерними навичками, переконаннями та факторами на рівні школи: доступністю комп'ютерів та технічної підтримки [6].

Якщо розглядати проблеми української системи освіти, то відразу впадає у вічі яскраво виражена вузька спеціалізація вчителів, і як результат, знання школярів будуть фрагментарними.

Окремо варто виділити лише вчителів інформатики, які можуть проводити (і проводять) заняття з інформатики, математики, фізики. З урахуванням змісту державного стандарту з інформатики та професійних можливостей вчителів інформатики, можна з упевненістю говорити, що саме ця категорія вчителів здатна в українських реаліях реалізовувати під час уроків ідеї STEM освіти. Більшість лабораторій заснована на відкритій платформі Arduino, що складається з однойменного мікроконтролера та програмного забезпечення для написання програм управління. За допомогою Arduino можна розробляти різні інтерактивні пристрої, обробляти дані датчиків та перемикачів, керувати двигунами тощо. Пристрої можуть бути автономними або працювати з програмним забезпеченням комп'ютера. Створивши програму, школярі можуть одразу спостерігати результати своєї діяльності – створення та управління реальним пристроєм, щойно зібраним своїми руками [4, 5].

Під час уроків математики вони вже знайомляться з елементами моделювання. Цьому сприяють завдання такого типу:

- за допомогою ручок або олівців (рук) продемонструвати гострий, прямий, тупий або розгорнутий кут;
- як з аркуша прямокутної форми зробити квадрат;
- поділити сторону квадратного аркуша на три рівні частини;
- прямокутник розрізати на дві частини так, щоб скласти трикутник.

При вивченні геометричного матеріалу школярам цікава гра «Танграм». Квадрат розрізають на сім частин, але з них, виявляється, можна скласти безліч фігурок. Учням цікава гра «Стомахій» (старовинна гра, яку винайшов Архімед), прямокутну смужку, довжина якої у 2 рази більша ширину, розрізають на 14 частин. З цих частин складають фігурки людей, тварин, різні предмети.

Учні під час занять не стільки займаються робототехнікою, скільки використовують її, як свого роду інтерактивний елемент, за допомогою якого теоретичні знання закріплюються на практиці.

Знаючи, що сучасну молодь практично не можна «відірвати» від перегляду відео, завдання вчителя зробити екран своїм союзником. В освітньому процесі викликають зацікавленість відеоігри, які сприяють розвитку креативного мислення та технічних навичок. Їх використання допомагає вивченню дисциплін STEM. В іграх закладена динамічна модель, що дозволяє взаємодіяти в різних ситуаціях способами недоступними в повсякденному житті, тим самим стимулює стійкий інтерес до науки та розуміння явищ.

Висновки

Вчителі та учні мають схожі та різні погляди на використання STEM-технологій. Ресурси класу не завжди дають можливість повною мірою використовувати технології під час уроків. Це означає, що вплив технологій, спеціально необхідних для здобуття науки в STEM-освіті, все ще є в основному тимчасовим, і вчитель стикається з труднощами, щоб забезпечити змістовний процес дослідження. І вчителі, і учні використовують технології переважно репродуктивно (для пошуку інформації в Інтернеті, для її узагальнення та для презентації) як споживачі інформації і менш продуктивно як розробники знань.

Інституційні та особистісні фактори є основними, що впливають на використання технологій. Викладання, використовуючи технології, ставить вимоги 21 століття до вчителів, а знання, досвід і мотивація вчителя можна розглядати як один із ключових факторів, що відіграє істотну роль у інтеграції технологій під час уроків. Насправді техніка – це лише інструмент, і її змістовне використання залежить від учителя.

Література

1. STEM School. URL: https://www.stemschool.com/articles/rich-history-of-stem-education-in-the-united-states
2. STEM-освіта. Інститут модернізації змісту освіти. URL: https://imzo.gov.ua/stem-osvita/
3. Глазова В.В., Кайдан Н.В. Напрямки підготовки майбутніх учителів математики в умовах упровадження цифрових технологій. *Професіоналізм педагога: теоретичні й методичні аспекти*. Слов’янськ, 2019. Вип. 10. С. 213–222.
4. Методичні рекомендації щодо розвитку STEM-освіти в закладах загальної середньої та позашкільної освіти у 2021/2022 навчальному році. URL: https://cutt.ly/pJKU5H8
5. Морзе Н. В., Гладун М. А., Дзюба С. М. Формування ключових і предметних компетентностей учнів робототехнічними засобами STEM-освіти. Інформаційні технології і засоби навчання. Київ, 2018. Том 65. № 3. С. 37–52.
6. Цифрова компетентність сучасного вчителя нової української школи: 2021 (Подолання викликів у період карантину, спричиненого COVID-19): зб. матеріалів всеукр.наук.-практ. семінару (Київ, 2 березня 2021 р.) / за заг.ред. О.В. Овчарук. Київ: Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України: 2021. 116 с.
7. Цифрові компетентності (учень). URL: https://cutt.ly/dJKIkYB

DOI: https://doi.org/...

Vira V. Hlazova, Andrii A. Sekletsov
Donbas State Pedagogical University, Slovijans'k, Ukraine.

The use of STEM technologies in the teaching of informatics

The article is devoted to the problem of using STEM-technologies in the school course of informatics. The training of teachers of informatics in using STEM-technologies in their teaching of informatics is analyzed. The article suggests the ways to implement STEM ideas during informatics lessons.

Keywords: *STEM education, STEM technologies, informatics.*

УДК 37.091.33:004.896

Глазова В.В., Сурков М.І.
[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: vvglazova@gmail.com, ORCID 00000-0003-0124-3760
[2] *студент 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: rekved65@gmail.com, ORCID 0000-0001-6088-9209

ВИКОРИСТАННЯ РОБОТОТЕХНІКИ ПІД ЧАС УРОКІВ ІНФОРМАТИКИ

Статтю присвячено проблемі використання робототехніки під час уроків інформатики. Розглянуто можливості підвищення результатів навчання, завдяки використанню робототехніки. Обґрунтовано необхідність використання роботів для розуміння принципів програмування. Висунуто низку рекомендацій щодо використання плати Arduino для більш поглибленого вивчення інформатики.

Ключові слова: *робототехніка в школі, конструктори LEGO, урок інформатики.*

Вступ

Постановка проблеми. Метою шкільного курсу інформатики є формування в учнів інформаційної культури та інформатичної компетентності для реалізації їх творчого потенціалу та соціалізації у суспільстві завдяки здатності до ефективного використання засобів сучасних інформаційно-комунікаційних технологій. Сучасний світ дуже залежить від комп'ютерів та схожих на нього пристроїв. Тому в світі є велика потреба у тих, хто знається на комп'ютерах в різноманітних напрямах його використання.

Можливість використання робототехніки під час уроків інформатики, підвищить зацікавленість учнів у вивчені інформаційних технологій. Використання робота, як варіанта наочності, можливе не тільки під час уроків інформатики, але й під час уроків фізики або математики, для вивчення певних тем. Також його можна використовувати як об'єкт дослідження, для вивчення таких додаткових напрямів як: механіка, електроніка, інженерія, конструювання.

Завдяки використанню робототехніки під час уроків інформатики, можна дати поняття про деякі напрями інформаційних наук, які можуть зацікавити дітей, показати практичну значущість отриманих знань та зорієнтувати їх на інженерно-технічні професії для того, щоб підростаюче покоління було в майбутньому затребуваним на ринку праці.

Метою статті є висвітлення можливостей використання робототехніки під час уроків інформатики.

Основна частина

Робототехніка – це прикладна наука, в якій вивчається проєктування, розробка, конструювання, експлуатація та використання роботів [3].

Основною метою використання робототехніки під час уроків інформатики є покращення вивчення інформаційно-комунікаційних технологій, що допоможе розвинути в учнів навички в програмуванні, електроніці та механіці. Знання, що використовуються в робототехніці, підвищать розумові здібності та потенціал учнів.

Завдяки використанню робототехніки під час вивчення інформатики можна підвищити результати навчання, через наочність та інтерактивність. Учні бачитимуть, що вони зробили та чого досягли за час навчання. Саме завдяки використанню знань на практиці вони будуть засвоюватись, а під час використання робота бачитимуть підтвердження правильності чи неправильності своїх знань [6].

Використання робота під час навчання інформатики розвиває знання у таких напрямах як:

1. Програмування – без програмного коду будь-який робот це просто каркас, який нічого не зможе зробити. Саме програмування пожвавлює робота, робить з нього працюючий пристрій.
2. Конструювання – ці навички розвивають логічні та творчі здібності дитини. Створення робота, а саме його конструювання, розвиває творчі здібності учня, які дуже потрібні при перших кроках створення робота, а саме його створення, його ідеї.
3. Механіка – у всіх роботах, механіка, є дуже важливою частиною. Завдяки механіці реалізовується його рух, його каркас та місце знаходження кожного елементу робота.
4. Електроніка – для реалізації робота не обійтись без електроніки. У простих конструкторах по типу LEGO електроніка реалізована просто та зрозуміло (окремими частинами як датчик), та має просте підключення. Але у більшості інших елементів, електроніка реалізована складніше, і для повноцінного створення робота, треба розуміти принципи використання електронних елементів.
5. Проєктування – для створення будь-якого робота, спочатку треба його спроєктувати. Під час проєктування треба застосувати творчі навички та технічні знання, які допоможуть у розвитку розумових здібностей учнів.

Завдяки компанії LEGO можливо використовувати робота вже в початковій школі. Через простий інтерфейс програмного забезпечення, схожий на мову програмування Scratch, його легко вивчати. Також через те, що це дитячий конструктор, їм буде дуже цікаво вивчати програмування, створюючи свого робота.

Конструктори від компанії LEGO дають знання у багатьох наукових напрямах, тим самим покращуючи розумові навички учнів. Також це дасть можливість спробувати себе в ролі інженера, програміста та ін. Таким чином це може зацікавити дітей у професіях, про які вони навіть не думали раніше.

У компанії LEGO є велика кількість інструкцій по створенню робота, для створення яких потрібно буде використовувати не лише LEGO MAINDSTORM, а й звичайний конструктор LEGO. Велика кількість елементів у конструкторі, дає можливість створювати різноманітних роботів. А знаючи, що існує декілька різних комплектів, з різними можливими запчастинами, дає можливість створити робота, підходячи до цього творчо.

Потенціал у використанні LEGO дуже широкий, через те, що він поставляється окремими комплектами, Для розширення задач у створенні роботів, є окремі комплекти додаткових запчастин, що дають змогу зробити більшого робота у розмірах та можливостях. Це може бути дуже якісним прикладом STEM-освіти, бо при роботі з LEGO MAINDSTORM треба використовувати творчі, технічні та математичні навички [5].

Але неможливо розвинути геніальні навички на простому конструкторі. Тут на заміну LEGO приходить міні-комп'ютер Raspberry PI. Використання цього міні-комп'ютера дає можливість використати велику кількість різноманітних датчиків, моторів та плат розширення. Це підвищить можливості у конструювання робота, але ускладнює його створення [2].

Ускладненням у створенні робота на основі міні-комп'ютера є запчастини корпуса. Корпус для створення такого робота виготовляють на замовлення, або він наявний у спеціальному комплекті конструктора для створення робота. Але це дає розуміння цілі та можливостей робота, який треба реалізувати, що дає схожість з реальними завданнями на виробництві.

За допомогою Raspberry PI дуже якісно можна вивчати мову програмування Python. Через те, що вона дуже проста, її можна вивчати вже з 7 класу, коли учні вже розуміються в інформатиці. Використання робота на основі Raspberry PI у поєднанні з уроками інформатики покращить вивчення програмування [4]

Використання роботів для покращення практичних навичок у інформатиці є дуже важливим у навчанні. Це підвищить можливості учнів: їх знання, розуміння принципів програмування, розвине навички володіння операційними системами та системного адміністрування. Опанування такими компетентностями дасть можливість учням обрати в майбутньому професії, пов'язані з робототехнікою [1].

У старшій школі, для більш поглибленого вивчення інформатики на основі робототехніки, можна використовувати плату Arduino. Вона може використовуватись у великій кількості проєктів, що можуть створити учні, якщо задіють творчі та технічні знання.

Можливості Arduino ширші за Raspberry PI через більш потужну мову програмування C++, яка зараз використовується у великій кількості не тільки програмних проєктів, а й у пристроях. За допомогою плат розширюються можливості робота та плати Arduino. Різноманітні датчики та плати розширення, у поєднанні з такою потужною мовою програмування, дають

DOI: https://doi.org/...

можливість реалізувати проєкт учнів.

За допомогою мови програмування C++ можна навчитися керувати схемами. Такі навички надають учням можливість реалізовувати свої проєкти, а більш глибше вивчення, може зробити з них дуже гарних спеціалістів, яких не вистачає на виробництві.

Недоліком Arduino є спосіб під'єднання плат розширення та датчиків до плати Arduino. Деякі з плат мають GIPO конектори для підключення, але не всі. Існують плати розширення, які потребують припаювання конекторів або дротів. Через це, заради безпеки учнів, краще шукати аналоги цих плат із уже вбудованими конекторами, щоб не потрібно було використовувати паяльник.

При творчому підході це допоможе створювати роботів, які можуть допомогти не тільки в навчанні, а й у повсякденному житті. Поширюючи знання у цьому напряму, дитина покращить свої знання і у суміжних науках. таких як математика та фізика.

За допомогою використання робототехніки під час уроків інформатики, можливо розкрити потенціал дитини у всіх суміжних напрямах. Це допоможе визначитися дитині у подальшому навчанні та розвитку своїх навичок у вибраному напрямі, визначитись з вибором закладу вищої освіти та професії.

Можливість використати робототехніку під час уроків інформатики, зробить їх цікавішими. Дитині важливо бачити для чого вона вивчає цю науку та більш якісно закріплювати отримані знання. Також це дає розуміння впливу програмного коду на робота, що покращить засвоєння знань.

Також робототехніка розвиває в учня творчі навички. При створенні свого проєкту, потрібно використовувати не тільки точні науки для вираховування роботи свого проєкту, а й творчій підхід для вигадування ідеї. Без творчого підходу, проєкт буде однотипним та не цікавим, що не дасть учню очікуваного результату.

Це все допоможе розвинути м'які навички дитини, які дуже потрібні у повсякденному житті. Обмеження у використанні запчастин та об'єму пам'яті для написання програмного коду, потребує дуже важливого навику прийняття рішення, для вибору запчастин та потрібних команд, що зробить проєкт оптимальним.

Висновки

Під час використання робототехніки в навчанні підвищуються можливості вчителя у поясненні матеріалу за допомогою наочного методу. Розвиває м'які навички, що підвищить ефективність у навчанні з усіх напрямів. Можливість використання проєктного підходу у вивчення інформатики за допомогою робототехніки надасть незабутній досвід, а аналіз проєктів інших учнів та, по можливості, і вчителя, нададуть учню досвід у аналізі та самоаналізі, що допоможе більш спокійно та краще підходити до навчання в цілому. Це допоможе зрозуміти, що саме буде цікавим у майбутньому, та вибору тих напрямів, які учень хоче опанувати у більшій мірі.

Головним недоліком у використанні робототехніки під час уроків інформатики є ціни на роботів та їхні комплекти. Більшість шкіл без додаткової допомоги не можуть дозволити собі придбати такі комплекти. Також вчителі бояться брати на себе відповідальність за такі дорогі комплекти та використовувати їх.

Через це йде унеможливлення комплексного підходу до вивчення робототехніки. Неможливість забезпечення кожного учня роботом створить велику конкуренцію та конфлікти в класі, що призведе до погіршення навчальних здібностей. Але все-ще є сенс у використанні робота, як наочності. Закріплення отриманих знань у поєднанні із візуальним впливом на результат, покращить вивчення інформатики.

Також, самим оптимальним, є проєктний підхід до вивчення інформатики за допомогою робототехніки. Це буде максимально потребувати використання своїх навичок, а конкуренція буде стимулювати до більш пильнішого підходу до проєкту.

Література

1. Глазова В.В. Полторацький О.В. Підготовка майбутніх учителів інформатики до організації занять з робототехніки. Зб. наук. пр. фізико-математичного факультету ДДПУ. Слов'янськ, 2020. Вип. 10. С. 98–103.
2. Міні-комп'ютери – Raspberry Pi Україна. URL: https://raspberrypi.in.ua/
3. Морзе Н., Струтинська О., Умрик М. Освітня робототехніка як перспективний напрям розвитку STEM-освіти. *Електронне наукове фахове видання «Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету».* 2018, 5. С. 178-187.
4. Навчальні програми 5-9 класів. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/onovlennya-12-2017/8-informatika.docx
5. Офіційна сторінка виробника LEGO. URL: https://www.lego.com/en-gb/themes/mindstorms.
6. Струтинська О. Актуальність впровадження освітньої робототехніки в українську школу. Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. 2019. Вип. спецвип. С. 324–344.

Vira V. Hlazova, M.I. Surkov
Donbas State Pedagogical University, Slovijans'k, Ukraine.

The use of robotics during the lessons of informatics

The article is devoted to the problem of using robotics during the lessons of informatics. It examines the possibilities of enhancing the results of teaching by using robotics. The necessity of using robots for understanding the principles of programming is explained. Some recommendations for using the Arduino board for more in-depth study of informatics are given.

Keywords: *robotics at school, LEGO constructors, informatics lesson.*

УДК 378.147

Кайдан Н.В., Кайдан В.П., Соседко О.В.
[1] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: kaydannv@gmail.com, ORCID 0000-0002-4184-8230
[2] *кваліфікаційна категорія «спеціаліст вищої категорії», ВСП «КФК ПІТБ ДДМА»*
e-mail: kajtan.kt@gmail.com, ORCID 0000-0003-2008-3539
[3] *студент 2 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: o.sosedko@slavschool9.in.ua, ORCID 0000-0003-1459-9424

ІГРОВІ МЕТОДИ ЯК ЕЛЕМЕНТ STEM-ОСВІТИ У НАВЧАЛЬНО-ВИХОВНОМУ ПРОЦЕСІ ЗАКЛАДІВ ПЕРЕДФАХОВОЇ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Стаття присвячена ігровим методам, як елементам STEM-освіти у навчально-виховному процесі закладів передфахової вищої освіти, розкриттю передумов використання таких методів. Автори спираються на власний досвід впровадження STEM-освіти.

Ключові слова: *STEM-освіта, ігрові методи, навчально-виховний процес, передфахова вища освіти.*

Вступ

Постановка проблеми. Аналізуючи особливості сьогодення та зважаючи на кон'юнктуру ринку праці, можна зрозуміти, чому відносно велика кількість випускників шкіл зупиняють свій погляд на коледжах – закладах передфахової вищої освіти, які дають змогу швидко опанувати обрану актуальну професію. На жаль, на наш час спостерігається значний брак спеціалістів-практиків, у той час як спеціалістам-теоретикам суттєво бракує робочих місць. В умовах кризової економіки кількість працівників-аналітиків значно скорочується, однак, сталим попитом користується вузькопрофільна підготовка кадрів, а особливо – наявність у працівників практичних навичок. Через певну свою універсальність фахівці середньої ланки здатні займати більш вагомі позиції в економіці та соціальній сфері. Вони також сприяють зростанню високотехнологічного виробництва.

За умови жорстокої конкуренції на ринку праці, доступна ціна та коротший термін навчання, дозволяють швидше перейти до практики та набути професійної компетентності. В той час, як магістри лише закінчують навчання, випускник закладу передфахової вищої освіти вже має реальний трудовий досвід, який для роботодавця важить більше, ніж освітньо-кваліфікаційний рівень найманого працівника.

Про важливість поєднання роботи з навчанням говорять все частіше. Першим кроком до цієї діяльності є ознайомлення з практичним використанням теоретичної інформації. А це, в свою чергу, найкраще реалізовувати через впровадження STEM-освіти – спеціалізованого освітнього напрямку, в якому головний акцент зроблено на вивченні природничо-математичних наук, із додаванням та використанням потужного інноваційного та технологічного компонентів. Розвиток STEM-освіти визнано пріоритетним як у світі, так і на державному рівні. Уряд України прийняв Концепцію розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) та розробив План заходів щодо реалізації Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) до 2027 року [4]. Документ визначає комплекс заходів, пов'язаних із формуванням і розвитком навичок науково-дослідницької та інженерної діяльності, винахідництва, підприємництва, ранньої професійної самовизначеності та готовності до усвідомленого вибору майбутньої професії, популяризацією науково-технічних та інженерних професій, поширенням інновацій у сфері освіти.

Моделювання та проектування освітнього та наукового середовища закладів середньої та вищої освіти, розкриваються у працях В. Бикова та М. Шишкіної [1], О. Буйницької. Упровадження STEM-освіти висвітлено у роботах Н. Валько, В. Щирби та багатьох інших науковців світу.

Метою статті є розкриття використання ігрових методів як важливого елементу STEM-освіти у навчально-виховному процесі закладів передфахової вищої освіти.

Основна частина

Спочатку мета STEM-освіти полягала у популяризації навчання у науковій сфері. Зараз навчальні заклади вищої та передфахової вищої освіти розробляють навчальні плани STEM так, щоб готувати студентів не лише до роботи у сфері технологій та інженерної роботи. Інтеграція технологій у заняття з будь-якої дисципліни дозволяє освітнім установам викладати спеціалізовані набори навичок та стимулювати певний спосіб мислення. Використовуючи технології в середовищі активного навчання, студенти можуть набувати інноваційних навичок та розвивати в собі інноваційний спосіб мислення. Завдяки цьому розвиваються творчі здібності, уміння працювати в команді та вирішувати будь-які завдання. Кейси навичок визначають здатність виконувати конкретні завдання, наприклад це можуть бути навички програмування, вивчення даних або моделювання різноманітних процесів. [2]

STEM-освіта – це найбільш оптимальне освітнє рішення для підготовки сучасних та конкурентоспроможних фахівців у галузі техніки та технологій. У синергії з соціальними та гуманітарними науками STEM має потенціал для трансформації та покращення життя людей, забезпечуючи при цьому екологічну стійкість та забезпечуючи основу для нових підходів та рішень поточних та майбутніх глобальних проблем. В свою чергу, STEM-освіта може якісно реалізуватися за умови використання методів навчання, що напрямлені на активізації навчально-пізнавальної діяльності. Тобто, активних методів, що спираються на творче, продуктивне мислення та які поділяють на неімітаційні (проблемна лекція, дискусія, мозковий штурм, практикум), імітаційні неігрові (аналіз конкретних ситуацій, аналіз педагогічних завдань), ігрові (рольова гра, ігрове проектування, ділова гра). Однак, не дивлячись на певну універсальність, слід зауважити, що не всі методи однаково добре підходять для досягнення запланованої мети, й, особливо, з урахуванням особливостей процесу навчання. Ігри поділяються на класи в залежності від способу їхнього створення і місця проведення, за рівнями складності і по тимчасовій або цільовій ознаці. Ми зосередимо увагу на тих, які мають особливу цінність для технічних і соціально-економічних спеціальностей. [5]

Всі ігри своїм впливом на учасників вирішують основні задачі та поділяються на три види: виховні, освітні (організатори ставлять перед собою певну задачу передати гравцям певні визначені знання і навички) і розважальні ігри (учасники яких збираються, в основному, з метою відпочити таким способом). Між ними можливо встановити чітку границю. Кожна гра чомусь навчає і виховує визначені якості в гравців. Ігровий стиль навчання найбільш продуктивний, тому що надає можливість створювати історичні, політичні, етнографічні і технічні моделі, а вирішення ігрових задач є способом просування в грі і досягнення мети для гравців і організаторів. Для успішного проведення навіть простої гри, організаторові необхідно визначити її конкретні класифікаційні ознаки.

- Розігрування ролей (ділова гра) – імітаційний ігровий метод активного навчання, що характеризується наявністю задачі (проблеми) та розподілом ролей між учасниками, що вирішують цю проблему (виробнича нарада), взаємодією учасників (кожний з учасників може погоджуватися або не погоджуватися з думкою інших учасників, висловлювати свою думку тощо), уведення викладачем у процес коригувальних умов (викладач може перервати обговорення і повідомити деякі нові умови, які потрібно врахувати при вирішенні поставленої задачі, направити обговорення в інше русло, тощо), оцінка результатів обговорення і підведення підсумків викладачем і учасниками. Розігрування ролей є досить ефективним методом вирішення організаційних, управлінських і економічних задач циклу соціально-економічних дисциплін і вимагає значно менших витрат і засобів, чим ділові ігри.

- Метод ігрового виробничого проектування характеризується наявністю дослідницької або інженерної задачі (проблеми), що формулює студентам викладач, поділом групи на невеликі підгрупи, розробка варіантів вирішення поставленої задачі (проблеми), уявленням варіанта вирішення задачі (проблеми) з наступним її аналізом учасниками заняття. Цей метод має особливу актуальність при вивченні інженерних дисциплін, оскільки дозволяє наблизити студентів до реальної проектно-конструкторської діяльності, брати участь у вирішенні інженерно-технологічних задач.

- Аналіз конкретних ситуацій (case-study) – ефективний метод активізації навчально-пізнавальної діяльності тих, кого навчають, що характеризується наявністю конкретної ситуації, розробкою (підгрупами або індивідуально) варіантів вирішення наведених ситуацій групою, публічним захистом розроблених варіантів вирішення ситуацій з подальшим опануванням, підведенням підсумків і оцінюванням результатів заняття. Розрізняють кілька видів ситуацій: ситуація-проблема (опис реальної проблемної ситуації, з пошуком вирішення ситуації або отриманням висновку про його неможливість), оцінка опису знайденого виходу (зробити критичний аналіз прийнятих рішень, дати мотивований висновок із приводу уявлюваної ситуації і шляхи її вирішення), ситуація-ілюстрація, що дає уяву про ситуацію і пояснює причини її виникнення, описує процедуру її вирішення (оцінка ситуації в цілому, аналіз її розв'язання, сформулювати питання, виразити свою згоду-незгоду), ситуація-попередження, що описує застосування вже прийнятих раніше рішень (носить тренувальний характер, служить ілюстрацією до тієї або іншої теми, аналіз ситуації та знайдених шляхів їх розв'язання, з використанням надбаних теоретичних знань). Оскільки цей метод аналізу конкретних ситуацій спрямований на розвиток уміння аналізувати задачі, розвиток здібності виробляти і приймати певні рішення, то використовувати його можна в різних курсах технічних та соціально-економічних дисциплін.
- МАСТАК-технологія (метод активного соціологічного тестування, аналізу і контролю) полягає у використанні посібників, що містять рекомендації з удосконалювання стилю роботи у визначених посадах і спеціальностях.

Найбільш ефективним засобом набуття навичок в STEM-освіті є навчання за допомогою проєктів. І в цьому випадку, поєднання з ігровими методами є дуже ефективним та універсальним варіантом, який слід обов'язково використовувати під час організації навчального процесу. Підґрунтям цього є компоненти проектного навчання: базові знання, сучасні навички, поглиблене вивчення теми, формулювання проблемного питання, визначення мотиваційної складової, активізація критичного та аналітичного мислення, застосування рефлексійного етапу, вдосконалення ораторського мистецтва, підвищення інформаційної грамотності. [3]

Як приклад, можна розглянути проєктну діяльність під час проведення занять з основ програмування із застосуванням елементів робототехніки. При вивченні теми «Вкладені алгоритмічні структури повторення та розгалуження» використати метод ігрового виробничого проектування. Метою проєкту є розв'язання інженерної задачі, що полягає в створенні та програмуванні робота, якій здатен рухатись у заданому напрямку на заданій поверхні (тверда, рідка, сипуча тощо). Чим досягається взаємодія між такими дисциплінами як інформатика, фізика, математика, технології. Виконання такого проєкту дозволяє розвивати навички необхідні для сучасного, конкурентоспроможного фахівця.

Висновки

STEM-освіта є сучасною освітою, яка дозволяє новому поколінню молодих фахівців успішно будувати майбутнє, бути самостійними, ставити перед собою конкретні цілі та досягати їх. STEM-освіта успішно розвивається не тільки за кордоном, але й в Україні. Для підтримки якісного розвитку необхідні не тільки фінансування в достатніх обсягах та загальнонаціональна підтримка, але й використання ефективних методів безпосередньо самими викладачами. З урахуванням специфіки самої STEM-освіти найбільш актуальними для застосування у навчально-виховному процесі закладів передфахової вищої освіти є ігрові методи, оскільки саме вони напрямлені на активізацію навчально-пізнавальної діяльності та спираються на творче, продуктивне мислення.

Література

1. Bykov V., Shyshkina M. The conceptual basis of the university cloud-based learning and research environment formation and development in view of the open science priorities. Information Technologies and Learning Tools. 67(6), 2018. P.1-19.
2. Velychko V., Kaidan N., Fedorenko E., Soloviev V. Gamification in the process of studying logical operators on the Minecraft EDU platform. Proceedings of the 4rd International Workshop on Augmented Reality in Education (AREdu 2021). Kryvyi Rih, 2021, P.107-118. URL: http://ceur-ws.org/Vol-2898/paper05.pdf (дата звернення: 01.06.2022)
3. Кайдан Н., Величко С. Досвід впровадження STEM-освіти при вивченні природничо-математичних дисциплін студентами педагогічних спеціальностей. Наукове електронне видання «Технології електронного навчання. (5), 2021. С.8-14. URL: https://texel.ddpu.edu.ua/index.php/TeXEL/article/view/38/35 (дата звернення: 01.06.2022)
4. План заходів щодо реалізації концепції розвитку STEM-освіти до 2027 року. URL: https://mon.gov.ua/ua/news/oprilyudneno-plan-zahodiv-shodo-realizaciyi-koncepciyi-rozvitku-stem-osviti-do-2027-roku (дата звернення: 01.06.2022)
5. Седов В. Інформаційно-комунікаційні технології, як каталізатор змін компетентності викладача. Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. 2015. Вип. 1. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/oeeemu_2015_1_9 (дата звернення: 01.06.2022)

Nataliia V. Kaidan, Vadym P. Kaidan, Oleksandr V. Sosedko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Separate structural subdivision Kramatorsk Vocational College of Industry, Information Technologies and Business, Kramatorsk, Ukraine;
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Game methods as an element of STEM education in the educational process of pre-graduate higher education institutions

The article is devoted to game methods, as elements of STEM education in the educational process of pre-graduate higher education institutions, revealing the prerequisites for the use of such methods. The authors draw on their own experience in implementing STEM education.

Keywords: *STEM education, game methods, educational process, pre-graduate higher education institutions.*

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ТА ВИЩОЇ ОСВІТИ

УДК 372.851

Беседін Б.Б., Рульова Н.Г., Сагай А.М.
[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: besedin_boris@ukr.net, ORCID 0000-0003-2157-5252
[2] *директор ЗОШ I-III ст. №10 Слов'янської міської ради Донецької області*
e-mail: ruleva_n@ukr.net, ORCID 0000-0002-6297-1860
[3] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: nastyazxy@gmail.com, ORCID 0000-0002-1516-0686

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ НА УРОКАХ АЛГЕБРИ

Статтю присвячено актуальній проблемі освіти – активізації пізнавальної діяльності школярів на уроках алгебри, зокрема, в процесі розв'язання задач із параметрами. Проаналізовано підходи вітчизняних авторів до визначення сутності понять «пізнавальна активність» та «пізнавальна діяльність», а також шляхів їх активізації на уроках алгебри. Запропоновано методичні рекомендації щодо активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти в контексті розв'язування задач із параметрами.

Ключові слова: *пізнавальна діяльність, активізація пізнавальної діяльності, задачі з параметрами, здобувачі загальної середньої освіти, алгебра.*

Вступ

Постановка проблеми. На сучасному етапі школа дедалі частіше зустрічається з проблемою відсутності у дітей бажання вчитися, самостійно здобувати знання, пасивністю школярів на уроках. Означена проблема може бути вирішена за умови оптимальної організації навчальної діяльності, оскільки саме в навчальній діяльності найефективніше відбувається становлення й розвиток пізнавальних здібностей особистості.

Актуальність дослідження зумовлена низкою кардинальних змін у вітчизняній системі освіти, зокрема, реформуванням, модернізацією системи освіти. Наразі гострою та дискусійною постає проблема розвитку пізнавальних здібностей здобувачів освіти, що знайшла відображення у вітчизняній законодавчій та нормативно-правовій базі сучасності, яку становлять Державна національна програма «Освіта» («Україна XXI століття»), Закони України «Про освіту» (2017), «Про повну загальну середню освіту» (2020) та ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Поняття пізнавальної діяльності, пізнавальної активності та співвідношення між ними розглядаються в роботах В. Лозової, Т. Алексеєнко, І. Толмачової та Ю. Лютої, Т. Садової А. Рудакової, В. Суржанської та інших. Проблема пошуку ефективних засобів активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках алгебри є предметом досліджень вітчизняних авторів, таких як Т. Махомета, Т. Вакалюк, І. Тягай, В. Буряк, Ю. Рева, С. Плотніков, Б. Набока, Т. Семакова, Л. Бойко, Ю. Васеньова, І. Шкіцька.

Однак, проблема активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти засобом задач із параметрами не знайшла системного висвітлення в науковому доробку сучасності.

Мета статті полягає в теоретичному обґрунтуванні впливу задач із параметрами на активізацію пізнавальної діяльності школярів на уроках алгебри.

Виклад основного матеріалу дослідження.

В курсі елементарної математики задачі з параметром є одними із найскладніших для розв’язування.

Аналіз змісту підручників з алгебри для 7-9 класів щодо задач з параметрами дозволяє зробити висновок про те, що задачі з параметрами представлені в обсязі, достатньому для ознайомлення з існуванням такого виду завдань, однак замалому для опанування алгоритмів розв’язання цих задач та вільного застосування їх на практиці.

Вміння вирішувати ці завдання вказує на високий рівень математичної компетентності учнів з огляду на те, що відображає не тільки якість засвоєння теоретичних відомостей, але й навички застосування цих знань у нестандартних ситуаціях на практичних заняттях, а також впливають на формування логічного мислення. Зазвичай задачі з параметрами не є змістом базової програми, вони вивчаються в рамках факультативних або поглиблених програм. При цьому задачі із параметрами викликають труднощі під час написання ЗНО в абсолютної більшості школярів, оскільки вони не встигають набути стійких навичок розв’язання цих завдань з огляду на те, що окреме рівняння з параметрами є по суті цілим класом звичайних рівнянь, кожне з яких потребує розв’язання.

Безумовно, розв’язання задач цього виду на уроках алгебри потребує включення школярів до активної пізнавальної діяльності.

В межах нашого дослідження ми завдячуємо науковим поглядам О. Єгорової, яка зазначала, що «активність, як цілеспрямована, інтенсивна діяльність розглядається сучасними педагогами і психологами як головна, пріоритетна передумова творчого й повноцінного навчання. Саме від активності залежить становлення учня не тільки як особистості, але також як майбутнього висококваліфікованого фахівця» [5, с. 54].

В значній кількості педагогічних джерел акцентується увага на важливості саме пізнавальної активності, що характеризується тісним взаємозв’язком із продуктивною активністю. Пізнавальна активність – це складне інтегральне утворення особистості, що має мотиваційний, операційний та результативний компоненти [9, с. 387].

Пізнавальна діяльність – це сукупність пов’язаних між собою операцій або дій, основною функцією яких є адекватне відображення знань стосовно об’єкта, тобто отримання про нього істинного знання.

Проблема активізації пізнавальної активності здобувачів освіти на уроках алгебри є гострою та дискусійною. Активізація пізнавальної діяльності, на думку О. Кравчук, стимулюється активними дискусіями та творчою взаємодією учнів між собою та між учнем і вчителем. Завдяки поєднанню самостійної та колективної роботи збільшується пізнавальний інтерес та формується пізнавальна позиція особистості [7, с. 107].

Безумовно, процес навчання в умовах ЗСО відбувається набагато ефективніше, якщо школярі проявляють пізнавальну активність. Така теза відображена в педагогічній теорії як принцип «активності та самостійності». Шляхи реалізації означеного дидактичного принципу можуть бути найрізноманітнішими.

Одним із найпоширеніших шляхів активізації пізнавальної діяльності учнів сьогодні є виконання індивідуальних науково-дослідних завдань та розв’язання задач. Для того, щоб розв’язати задачу, учні мають не лише проаналізувати наведені умови. Вони повинні розібратися, які знання потрібні та як їх застосувати, які зв’язки є між окремими умовами задачі, намітити алгоритм розв’язання. Якщо задача є частиною класної роботи – обговорити свій варіант розв’язання із однокласниками, аргументувати свою точку зору та взяти до уваги інші, обрати оптимальний план роботи, знайомити інших із результатами власної самостійної роботи тощо. Така взаємодія стимулює учня проводити пізнавальну діяльність активніше.

Також одним із способів активізації пізнавальної діяльності учнів може бути позакласна робота. Варто враховувати, що ефективність та результативність такої роботи залежить від методичної підготовки вчителя [2].

О. Гевко пропонує для активізації пізнавальної діяльності звернутися до можливостей інтерактивного навчання, оскільки в його основі лежить взаємодія учасників навчального процесу. До методів інтерактивного навчання можна віднести ситуативне моделювання, колективне розв’язання поставлених завдань, ділові та рольові ігри. Крім того, автор рекомендує також використовувати інформаційно-комп’ютерні технології, проєктні методики та звернутися до інструментів диференціації навчання [3, с. 53-55].

Активізація пізнавальної діяльності активно відбувається під час використовування алгоритмічного підходу до розв’язування задач. Доречно застосувати такий підхід під час розв'язування рівнянь та нерівностей [1].

Таким чином, можна зробити висновок про те, що активізація пізнавальної діяльності учнів потребує реалізації наступних методів та шляхів: використання в навчальному процесі сучасних концепцій навчання; змістовність мотивації пізнавальної діяльності; внесення особистісного змісту в навчальний матеріал та його структурування; звернення до

DOI: https://doi.org/...

різноманітних педагогічних способів та прийомів викладання матеріалу, які активізують пізнавальну діяльність учнів; звернення до спеціальних психологічних прийомів активізації пізнавальної діяльності учнів тощо.

В межах цієї публікації вважаємо доречним запропонувати деякі рекомендації вчителям алгебри, які, на нашу думку, сприяють активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти в контексті розв'язування задач із параметрами:

- збільшити кількість часу на заняття, змістовно пов'язані з параметрами;
- застосувати задачі з параметрами за суміжними предметами;
- звертатися до диференційного та проєктного підходів при відборі або конструюванні задач;
- використовувати інші педагогічні технології для урізноманітнення навчального матеріалу та оптимізації навчального процесу.

Висновки та перспективи подальших досліджень.

Викладене в межах цієї публікації дає підстави стверджувати, що задачі з параметрами є ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти на уроках алгебри. Проведене дослідження не претендує на вичерпний аналіз усіх аспектів означеної проблеми. Перспективними вважаємо наукові дослідження у контексті визначення методів роботи над задачами з параметрами з метою активізації пізнавальної діяльності здобувачів освіти.

Література

1. Беседін Б.Б., Кадубовський О.А. Про алгоритмічний підхід до розв'язання рівнянь та нерівностей (з однією змінною) другого степеня з параметром. Фізико-математична освіта: науковий журнал. 2018. Випуск 2 (16). С. 18–22.

2. Беседін Б.Б., Максименко І.О. Позакласна робота з математики як засіб підвищення пізнавальної активності учнів. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2019. Випуск 9. С. 129–132.

3. Гевко О. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках у загальноосвітній школі. *Людинознавчі студії. Педагогіка*, 2014. Вип. 29. С. 50-57. URL: https://dspu.edu.ua/pedagogics/arhiv/29_ch2_2014/8.pdf (Дата звернення: 08.04.2022).

4. Деркач М. С. Формування та активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів. *Формування загальнокультурної компетенції майбутніх фахівців,* 2013. Житомир: Вид–во ЖДУ ім. І. Франка. С. 87-90.

5. Єгорова О. В. Пізнавальна активність особистості: сутність, рівні, компоненти. *Педагогіка, психологія та медико-біологічні проблеми фізичного виховання і спорту: наук. монографія за ред. проф. Єрмакова СС–Харків: ХДАДН (ХХПІ)*, 2006. № 9. С. 54-56.

6. Коструб Ю. М. Методичні особливості розв'язування рівнянь з параметрами під час навчання математики в ЗСО. *Наукові записки молодих учених*, 2019. № 3. 9 с.

7. Кравчук О. М. Формування активної пізнавальної позиції майбутнього вчителя математики під час вивчення курсу аналітичної геометрії. *Вісник Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Серія: Педагогічні науки*, 2018. № 7. С. 104-111.

8. Лозова В. І. Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів. Харк. держ. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди. 2-е вид., доп. Харків: «ОВС», 2000. 164с.

9. Яцюк Л. Активізація пізнавальних інтересів студентів коледжів на уроках теоретичного навчання. *Economic and social-focused issues of modern world*, 2019. С. 386-394.

Boris B. Besedin, Nadiia H. Rulova, Anastasiia M. Sahai
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine
Slovyansk secondary school of I-III centuries №10, Slavyansk, Donetsk region, Ukraine.

Problems with parameters as a way to activate cognitive activity in algebra classes

The article is devoted to the topical problem of education - the activation of cognitive activity of students in algebra lessons, in particular, in the process of solving problems with parameters. The approaches of domestic authors to defining the essence of the concepts of "cognitive activity", "cognitive activity", as well as ways to activate them in algebra lessons are analyzed. The author's recommendations on activating the cognitive activity of students in the context of solving problems with parameters are offered.

Keywords: *cognitive activity, activation of cognitive activity, problems with parameters, students of general secondary education, algebra.*

УДК 373.5.091.33:51

Беседін Б.Б., Соколова О.В.
[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: besedin_boris@ukr.net, ORCID 0000-0003-2157-5252
[2] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: olyha.sokolovo4ka@gmail.com, ORCID 0000-0001-9808-3630

ДИДАКТИЧНІ ІГРИ, ЯК ЗАСІБ ЕФЕКТИВНОГО ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ 7-9 КЛАСІВ

У даній статті розглянута теорія дидактичних ігор, їх використання під час уроків математики в закладах середньої освіти. В ній описано структурні складові дидактичної гри, а також висвітлено актуальність даного методу та ігрових елементів, представлено один з варіантів гри на уроці математики у 8 класі та практичні рекомендації щодо застосування цього методу.

Ключові слова: *ігрова діяльність, гра, дидактична гра, навчальний метод, структурні елементи.*

Вступ

На сьогоднішній день нашому суспільству потрібні люди інтелектуально сміливі, творчі, самостійні, молоде покоління, яке вміє приймати нестандартні рішення. Все це можна сформувати у дитини в шкільному віці за допомогою гри. Останнім часом у навчальній практиці стає більш популярним та актуальним такий метод викладання, як запровадження дидактичних ігор у класичний підхід до навчання.

Вивчення сучасного стану системи освіти в Законах України «Про освіту» (2017 р.), «Про повну загальну середню освіту» (2020 р.), говорить про актуальність та необхідність використання різних прийомів, методів та засобів у процесі навчання дітей.

Одним із найефективніших способів активізації пізнавальної діяльності учнів, пробудження живого інтересу до навчального предмета є дидактична гра. Проблемі використання дидактичних ігор в освітньому процесі присвячено багато праць із педагогіки та психології. У своїй праці «Виховання шляхом розвитку» Ф. Фребель визначив гру як одну з положень виховання, навчання та розвитку. Він вважав, що саме у грі найкраще проявляється творчість і самодіяльність дитини, що, однак, не виключає керівного впливу дорослих на ігри дітей. Ф. Фребель докладно розробив цілу систему дитячих ігор. Так звані «Дари Фребеля» – ігри, що увійшли до класики світової педагогічної думки. [4, с. 372].

Зараз, незважаючи на наявність досить значної кількості певних методичних рекомендацій, в яких ми бачимо висвітлення проблеми використання дидактичних ігор під час вивчення тієї чи іншої теми, вчителі недостатньо активно застосовують дидактичні ігри на уроках математики. Саме тому, потребує вдосконалення методика використання дидактичних ігор на уроках математики, яка сприяє формуванню мотивації школярів, основу якої спочатку становить інтерес до школи взагалі, а потім й інтерес до нового виду діяльності – вчення.

Основна частина

Одним із способів розвитку основних якостей уваги, разом з іншими методами та засобами, що застосовуються під час уроків, є *гра* – сучасний метод навчання та виховання, що володіє освітньою, розвиваючою та виховною функціями. Під час гри можна побачити властиву кожному учневі здатність до уяви. Школярі легко та швидко занурюються у гру кожен зі своєю уявою, навіть не здогадуючись про те, які складні задачі вони інколи розв'язують.

Ігрова діяльність є складним системним утворенням, структура якого охоплює мотиваційно-цільовий, змістовий, процесуально-операційний, контрольно-оцінний та результативний компоненти [1].

Гра розвиває фантазію, інтуїцію, волю та пам’ять. Багато ігор вимагають уміння висловлювати свою думку в зв'язній і зрозумілій формі, використовуючи математичну термінологію.

В ігровій діяльності утворюються всі сторони особистості дитини, з'являються великі зміни в її психіці, які підготовлюють перехід до вищої стадії розвитку. Саме цим можна пояснити виховні, навчальні та розвиваючі можливості гри, про які не раз наголошував у своїх працях Ян Амос Коменський. Він вважав, що учні відбивають у грі серйозні сторони життя.

Завдяки іграм ми маємо можливість сконцентрувати увагу та зацікавити навіть найнезібраніших учнів. На початку гри їх захоплюють лише ігрові дії та деякі вправи, а потім і те, чому їх навчає гра. Потихеньку у дітей починає пробуджуватися інтерес і до самого предмета. З дуже великої чисельності існуючих видів ігор якраз дидактичні ігри дуже щільно пов'язані з навчально-виховним процесом. Дані ігри використовуються як один із методів навчання будь-яких предметів. Велике місце дидактичні ігри займають і на уроках математики.

Дидактична гра – метод навчання, що дає змогу формувати в учнів уміння й навички або систему уявлень і понять шляхом включення в навчальний процес ігрової діяльності. Вона включає конкретну вправу (дидактична основа) та ігрові дії, ігровий момент або ігрову ситуацію і складається з таких компонентів: дидактична задача, ігрова дія чи ігровий елемент, правила гри, хід гри, підсумок або закінчення гри [5]. Дидактична

DOI: https://doi.org/...

гра обов’язково повинна мати такі структурні елементи: мета, зміст, сюжет, правила, засоби, дії, оцінка та результат.

Гра повинна мати доступну та чітку інструкцію для дітей, а викладач в даний момент має підтримувати, підбадьорювати та налаштовувати учнів на перемогу. Ні в якому разі не можна допускати того, щоб учні ділилися на сильних або слабких. Під час підготовки до дидактичної гри викладач повинен насамперед налаштувати необхідне обладнання, а також зробити картки, малюнки та все необхідне, а також необхідно поєднати два елементи гри – пізнавальний та ігровий. Це може бути елемент сюжетно-рольової гри, елемент змагання, елемент гри подорожі і подібне. Матеріал, який буде застосовуватися на уроці, не повинен бути громіздким та має бути простим та зручним у використанні. Після проведення гри вчитель підводить підсумки, але це слід робити це з обережністю, не ображаючи учнів. Найактивніших учнів може нагородити непоганими оцінками за гру, та наприкінці обов'язково налаштувати дітей для подальшої активної роботи на уроках.

Але не слід також забувати, що гра на уроці проводиться не для того, щоб учні погралися, а для навчання. Після кожного уроку вчитель повинен запитати дітей, чого вони навчилися [2, с 7 – 9].

Відмітимо, що найголовніше полягає в тому, щоб дидактична гра, дидактичні вправи органічно поєднувалися під час уроку з серйозною, напруженою працею, не відволікали аудиторію від навчання, а навпаки, сприяли ефективності розумової роботи.

Введення дидактичної гри в навчання математики – процес багаторівневий, що включає концептуальний (розроблення понятійного апарату, постановка навчальної задачі, вибір форми гри, часу її проведення), операційний (типи навчальної гри, врахування мети гри, виготовлення або вибір наочності, визначення місця в навчальному процесі) та технічний (розроблення вказівок, що мають забезпечити коректне управління діяльністю учнів на уроці математики з використанням дидактичної гри) рівні реалізації [3].

Розглянемо дидактичну гру, яку можна використовувати на підсумковому уроці геометрії у 8 класі.

Тема: *Многокутники. Площа многокутників.*

Мета: навчальна – повторити формули для обчислення площ фігур; формувати навички застосовувати формули площ при розв'язуванні задач;

розвиваюча - розвивати математичні здібності, увагу, пам'ять;

виховна – виховувати любов до предмета, дисципліну на році, гарне ставлення до товаришів та вчителя.

Тип уроку: Підсумковий урок з теми.

Обладнання: картки з малюнками, кольорова крейда, план-конспект уроку, зошит, презентація, картки з ребусами.

Хід уроку

І. Організаційний момент.

ІІ. Перевірка домашнього завдання.

ІІІ. Робота по командам

Коли учні заходили в клас, то мали можливість вибрати одну з фігур: Паралелограм, трикутник, трапеція, чорний квадрат. Згідно даних фігур школярі об'єдналися у 4 команди. Кожна команда обирає свого капітана. Капітан шляхом підняття руки або прапорця на якому зображена фігура команди, буде сигналізувати, що команда готова дати відповідь. Кожна правильна відповідь оцінюється балами, які зображені в таблиці. Завдання йдуть від 10 то 50 балів, тобто від більш простого до більш складного. Кожна з команд повинна виконати 5 завдань на вибір, відкриваючи завдання наосліп (Рис. 1), якщо команда обрала завдання під цифрою 20, то виконавши його правильно вона отримає 20 балів, якщо розв'язали завдання під цифрою 50, то команда отримає 50 балів і т.д.

Зелений паралелограм	10	20	30	40	50
Червоний трикутник	10	20	30	40	50
Біла трапеція	10	20	30	40	50
Чорний квадрат	10	20	30	40	50

Рис. 1

Паралелограм (10): Чому дорівнює площа паралелограма?

Трикутник (10): Чому дорівнює площа трикутника?

Трапеція (10): Чому дорівнює площа трапеції?

Чорний квадрат (10): Чому дорівнює площа ромба?

Паралелограм (20): Сторони паралелограм 6 см і 4 см. Менша його висота дорівнює 3 см. Обчисліть другу його висоту.

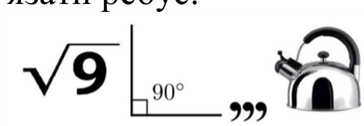
Трикутник (20): Знайти площу рівностороннього Δ зі стороною 6.

Трапеція (20): Знайти площу трапеції, основи якої дорівнюють 3 см і 5 см, а висота дорівнює 4 см.

Чорний квадрат (20): Діагоналі ромба 8 см і 7 см. Чому дорівнює площа?

Паралелограм (30): Розв'язати ребус.

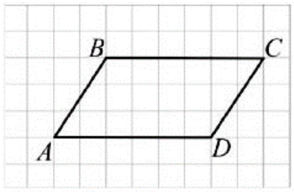
Трикутник (30): Розв'язати ребус.



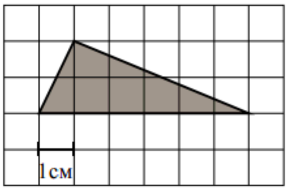
Трапеція (30): Розв'язати ребус.

Чорний квадрат (30): Розв'язати ребус.

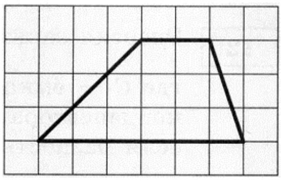
Паралелограм (40): На папері у клітинку з розміром клітини 1x1 зображений паралелограм. Знайдіть його площу.



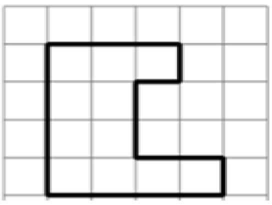
Трикутник (40): На папері у клітинку з розміром клітини 1x1 зображений трикутник. Знайдіть його площу.



Трапеція (40): На папері у клітинку з розміром клітини 1x1 зображена трапеція. Знайдіть її площу.



Чорний квадрат (40): На папері у клітинку з розміром клітини 1x1 зображена фігура. Знайдіть її площу.



Паралелограм (50): У паралелограма сторони дорівнюють 6 см і 3,6 см, а висота, проведена до більшої стороні – 2,4 см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до меншої сторони.

Трикутник (50): Сторони трикутника дорівнюють 4 см, 13 см і 15 см. Знайти радіус R кола, описаного навколо трикутника, та радіус r кола, вписаного у трикутник.

Трапеція (50): У прямокутної трапеції дві найменші сторони мають довжину 2см. Найбільший кут трапеції дорівнює 135° . Знайти площу трапеції.

Чорний квадрат (50): Площа прямокутника АВСД дорівнює 600 см^2. Знайдіть сторони прямокутника, якщо вони відносяться як 3:8.

IV. Підбиття підсумків.

Вчитель оголошує місця команд за набраними балами під час гри. Учасники команди, які зайняли перше місце отримують по 12 балів, II місце – 11 балів, III місце – 10 балів, IV місце – 9 балів. Найбільш активні учні всіх команд отримують також по 10 балів.

V. Домашнє завдання.

Висновки

Проведене дослідження дозволяє констатувати, що застосування дидактичних ігор є важливим методом у процесі навчання математики. Чимало педагогів відзначають високу ефективність застосування дидактичних ігор для поглиблення інтересу школярів до навчальної та пізнавальної діяльності, а також для формування в них відповідних планіметричних знань, умінь, навичок у сприйнятті й осмисленні.

Математика є у житті кожної людини, що свідчить про справжню затребуваність даного предмета. Дидактичні ігри дуже потрібні під час освітнього процесу та виховання дітей.

Даний вид ігор відрізняється від звичайних тим, що у ній обов'язкова участь усіх школярів. Головним у дидактичній грі на уроках математики є саме вивчення такого предмету, як математики. Ігрові вправи, ситуації сприяють активній діяльності учнів, роблять сприйняття творчим, активнішим, емоційним.

Розглянувши дидактичні ігри, як один із засобів навчання приходимо до висновку, що практична реалізація запропонованої системи дозволяє:

- збільшити рівень пізнавальної активності школярів під час уроків;
- збільшити загальний рівень навчальних досягнень дітей;
- розвивати цікавість та інтерес до предмету математика;
- розвивати індивідуальні особливості, інтелектуальні можливості, нахили та здібності учнів;
- систематично використовувати дидактичні ігри на кількох етапах вивчення різноманітного характеру математичного матеріалу, що є дуже ефективним способом активізації навчальної та пізнавальної діяльності школярів.

Регулярне використання ігор призводить до того, що ігрові інтереси починають стимулювати пізнавальні, саме за допомогою цього вони і стають в результаті ведучими у навчальній діяльності. Ігрова діяльність допомагає напружений освітній процес зробити цікавим для учнів, що перебувають в сталому розвитку своїх фізичних, моральних та духовних сил.

Використання нестандартних методів під час уроків математики потребує і подальшого дослідження, оскільки, досить часто можна зіткнутися з неефективними формами даної організації навчання, а саме: «уроки заучування», «урок просто для гри», «урок ні про що», «урок без набуття певних знань та вмінь» і тому подібне.

DOI: https://doi.org/...

Література

1. Артемова Л. В. Формування суспільної спрямованості дитини-дошкільника у грі. Київ. 1988. С. 166.
2. Беседін Б.Б., Максименко І.О. Педагогічні умови використання дидактичної гри на уроках математики. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 3(25). Частина 2. С. 7-9.
3. Кравець В. П. Історія класичної та зарубіжної педагогіки та шкільництва. Навчальний посібник для студентів педагогічних навчальних закладів. Тернопіль: 1996. С. 436.
4. Кремень В. Г. Енциклопедія освіти. Академія педагогічних наук України; головний редактор В.Г. Кремень. Київ: Юрінком Інтер, 2008. С. 1040.
5. Шишенко І. В. Забезпечення прикладної спрямованості шкільного курсу математики в класах з гуманітарним профілем навчання. Фізико-математична освіта. 2016. № 3(9). С. 125−130.

Boris B. Besedin, Olha V. Sokolova

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;

Didactic games as a means of effective acquisition of knowledge and skills of students in mathematics lessons of 7-9 grades

This article considers the theory of didactic games, their use during mathematics lessons in schools. It describes the structural components of the didactic game, as well as highlights the relevance of this method and game elements, presents one of the options for the game in mathematics lessons in 8th grade and practical recommendations for the use of this method.

Keywords: *game activity, game, didactic game, educational method, structural elements.*

УДК 373.5.016:51:519.862

Беседін Б.Б., Шульгіна А.О.

[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: besedin_boris@ukr.net, ORCID 0000-0003-2157-5252
[2] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: annshulgina1418@gmail.com, ORCID 000-0003-4247-4063

УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ УЧНІВ 7-9 КЛАСІВ З ТЕМИ «ФУНКЦІЇ ТА ЇЇ ГРАФІКИ»

У статті розглянуто методи вдосконалення узагальнення і систематизації знань на уроках алгебри. Обґрунтовано доцільність систематичного узагальнення. Наведено методичні рекомендації щодо цього. Розглянуто такі задачі, де перетинається лінія функцій та інші наскрізні змістовні лінії курсу алгебри. Розглянуто міжпредметні зв'язки курсу алгебри з фізикою на прикладі лінійної та квадратичної функції.

Ключові слова: *алгебра, функція, графік, узагальнення, систематизація, методичні рекомендації.*

Вступ

Як відомо, математичні методи використовуються в багатьох галузях науки. Вони допомагають описувати, досліджувати фізичні, хімічні явища. Якщо прибрати знання з математики, то опанування інших шкільних предметів буде ускладнюватися.

З іншої сторони, мати знання і вміло їх використовувати в різних ситуаціях – це неоднакові поняття. Відомий педагог Костянтин Ушинський казав, що голова, яка наповнена уривчастими, безладними знаннями, схожа на комору, в якій все не прибрано і де сам господар нічого не відшукає; голова, де тільки система без знань, схожа на лавку, в якій на всіх ящиках є написи, а в ящиках порожньо. Це виражає необхідність узагальнення і систематизації знань учнів. Учень повинен навчитися аналізувати інформацію, будувати логічні ланцюжки між змістовними лініями шкільного курсу математики та міжпредметні зв'язки.

Також важливо звернути увагу, що функціональна лінія належить до основних змістовних ліній шкільного курсу математики. Вона перетинається з лінією рівнянь та нерівностей в алгебрі. Без неї не обійтися і в інших шкільних предметах, зокрема фізиці, хімії, географії та економіці. Важливо вміти використовувати знання з цієї теми.

Навчити учня бачити повну картину, встановлювати зв'язки між різними темами в математиці і в інших шкільних предметах є однією з найважливіших задач вчителя. Дуже прикро, але деякі вчителі спеціально не займаються цією проблемою, інші зводять систематизацію до організації уроків узагальнюючого повторення. І потім практика під час складання іспитів ДПА та ЗНО показує, що чітка система знань була відсутньою.

Отже, проблема узагальнення і систематизації знань учнів 7-9 класів з теми «Функції та її графіки» є актуальною у наш час.

Основна частина

На початку визначимо сутність понять узагальнення і систематизації. Під узагальненням ми розуміємо логічний процес переходу від одиничного до загального або від менш загального до більш загального знання.

Систематизація – процес зведення розрізнених знань про предмети в єдину наукову систему. В її основі є класифікація фактів, явищ і процесів. Узагальнення і систематизація базуються на принципі послідовності і систематичності навчання.

Ми будемо розрізняти наступні етапи узагальнення і систематизації знань: первинні узагальнення, локальні, міжпонятійні, тематичні, підсумкові та міжпредметні.

По мірі вивчення математики в школі необхідність систематизації та узагальнення знань значно зростає. Без впровадження в навчання цього процесу неможливо досягнути тих цілей, які ставить школа в навчанні математиці.

Вчителю важливо навчити учнів будувати внутрішньопредметні зв’язки; вибирати аспектні проблеми, які є наскрізними для конкретної навчальної дисципліни і застосовуються у процесі аналізу більшості явищ, які вивчає дана наука. Їх здійснення дає змогу спиратися на попередні знання в процесі засвоєння нового матеріалу, що активізує навчально-пізнавальну діяльність учнів.

В курсі алгебри $7-9$ класів учні повинні засвоїти поняття функції, вивчити прості елементарні функції і їх властивості, засвоїти прийоми дослідження функцій і побудови їх графіків елементарними методами на невеликому функціональному матеріалі, який по роках розподілений так:

7-й клас – поняття функції; пряма пропорційність ($y = kx$); лінійна функція ($y = kx + b$); функція $y = x^2$; 8-й клас – подальше поглиблення загальних властивостей функцій; функції $y = k/x$; 9-й клас – квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$; парність і непарність.

Сформулюємо основні методичні рекомендації щодо систематизації та узагальнення знань під час вивченні алгебри 7-9 класів:

– Узагальнюючи і систематизуючи знання, навички і уміння учнів в межах даної змістовної лінії на кожному етапі навчання разом з ними доцільно відбирати і виділяти головне, організовувати головне в систему.

– Перед кожним етапом повторювати відповідну систему знань, відновлювати необхідні навички; повторення не повинно обмежуватись лише закріпленням знань, навичок і вмінь учнів, а має забезпечити засвоєння учнями системи знань. Для цього потрібно широко застосовувати як поточне, так і тематичне, заключне повторення. Доцільно час від часу узагальнювати матеріал, також на початку року та наприкінці.

– Після кожного етапу доповнювати систему, розкривати і встановлюємо внутрішні істотні зв'язки, тобто організовувати нову систему, причому кожного разу на більш високому рівні.

– Доцільно формувати в учнів вміння здійснювати всебічний аналіз задач алгебри 7-9 класів з метою оптимального вибору методів їх розв'язання. Кожний з розглянутих методів має як свої переваги, так і недоліки. Розглядання всіх методів в єдиному комплексі дозволяє розвивати в учнів математичну інтуїцію, вміння відчувати доцільність застосування того, чи іншого методу, творчо підходити до розв’язання кожної задачі.

– В узагальненні навчального матеріалу надзвичайно важливо виконувати висновки, які роблять учні і вчитель після кожного вузлового питання або завдання наприкінці обговорення теми. Потрібно виконувати протиставлення і зіставлення предметів і явищ.

– Корисно використовувати узагальнюючі схеми, таблиці та інші засоби наочності; наприклад, перед вивченням теми «Квадратична функція» важливо пригадати основні функції, які вже знають учні, такі як пряма, парабола, гіпербола, вітка параболи. Можна навести узагальнюючу таблицю (рис.1):

Функція	Область визначення	Область значень	Графік
$y = kx + b$	$(-\infty; +\infty)$	Якщо $k \neq 0$, то $(-\infty; +\infty)$; якщо $k = 0$, то область значень складається з одного числа b	Пряма
$y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$	Множина, яка складається з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$	Множина, яка складається з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$	Гіпербола
$y = x^2$	$(-\infty; +\infty)$	$[0; +\infty)$	Парабола
$y = \sqrt{x}$	$[0; +\infty)$	$[0; +\infty)$	Вітка параболи

Рис. 1

– Потужним засобом узагальнення і систематизації знань є задачі з параметрами. Наприклад, розглянемо таке завдання: при яких значеннях а функція $y = x^2 + 4x + a$ не має нулів? Спробуємо розв’язати його графічним способом. Функцію $y = x^2 + 4x + a$ можна представити у вигляді $y = (x+2)^2 + a - 4$ шляхом виділення повного квадрату. При $a = 4$ графіком функції $y = (x+2)^2$ є парабола $y = x^2$, яку паралельно перенесли на дві одиниці вліво (рис.2).

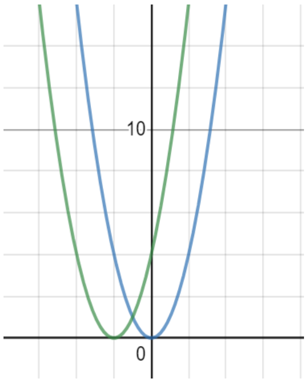


Рис. 2

Щоб отримати $y=(x+2)^2+a-4$ треба переносити параболу вгору або вниз в залежності від значення виразу $(a-4)$. Якщо $a-4>0$, тобто $a\in(4;+\infty)$, то вершина параболи і весь графік буде знаходитись вище осі OX і функція $y=x^2+4x+a$ не буде мати нулів.

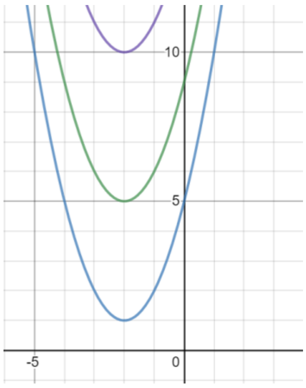


Рис. 3

Якщо $a-4<0$, тобто $a\in(-\infty;4)$, то вершина параболи буде знаходитись нижче вісі ох і функція буде мати два нулі.

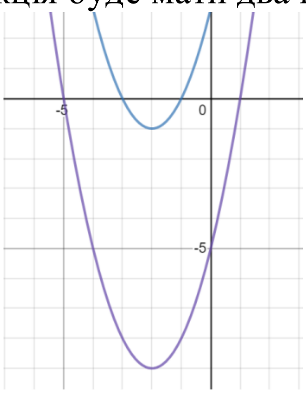


Рис. 4

Узагальнення і систематизація з теми «Функції та її графіки» допомагає будувати і ланцюжки між різними предметами. Дбаючи про це, учитель мусить цікавитися викладанням інших дисциплін, передусім суміжних, враховувати їх особливості у своїй діяльності. Наприклад, алгебра і фізика.

Лінійна функція, а саме властивість зростання і спадання в залежності від коефіцієнта k потрібна при вивченні рівномірного прямолінійного руху в фізиці.

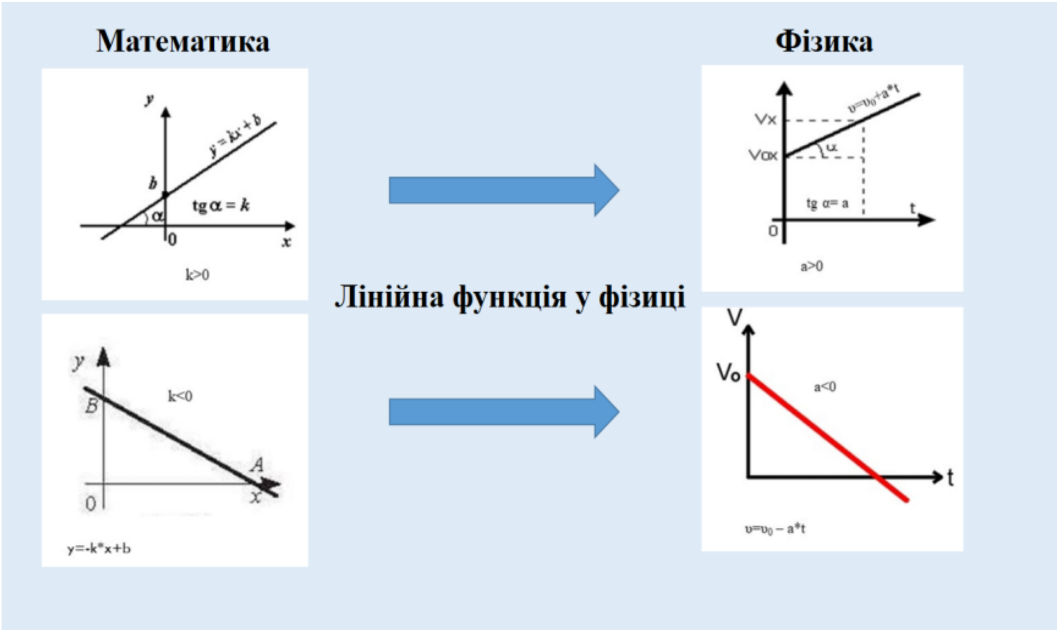


Рис. 5

А квадратична функція необхідна, коли розглядається рівноприскорений рух.

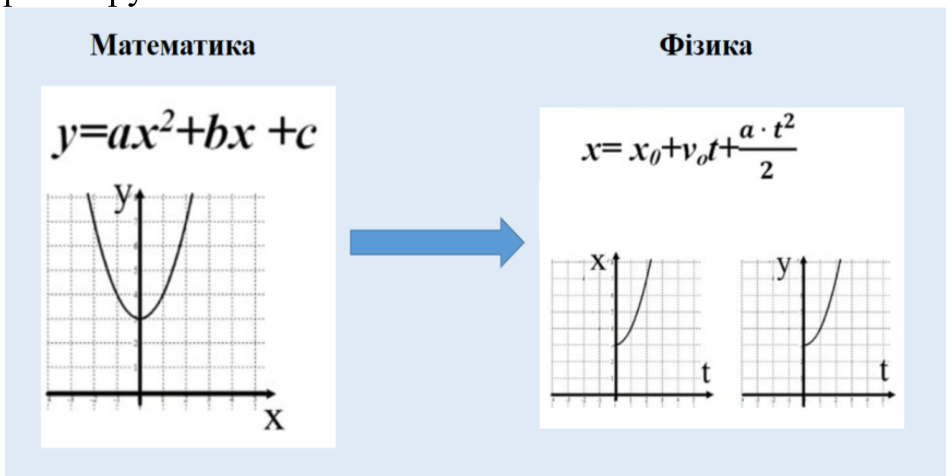


Рис. 6

Висновки

Ми обґрунтували необхідність узагальнення і систематизації на уроках алгебри, що надає можливість підвищити якість знань і з математики, і з інших предметів.

Було розглянуто доцільність узагальнення і систематизації знань з метою створення внутрішньопредметних та міжпредметних зв’язків.

В процесі дослідження були розроблені методичні рекомендації стосовно вдосконалення узагальнення і систематизації знань учнів 7-9 класів з теми «Функції та її графіки».

DOI: https://doi.org/...

Література

1. Беседін Б.Б., Пономарьова А.О. Узагальнення та систематизація знань при вивченні алгебри 7-9 класів. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2013. Випуск 3. С. 140-144.
2. Беседін Б.Б., Щенсневич Ю.Ю. Систематизація знань учнів при вивченні рівнянь та нерівностей Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2016. Випуск 6. С. 160–163.
3. Мерзляк А.Г. Алгебра: підруч. для 9 кл. закладів заг. серед. освіти / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Х. : Гімназія, 2017. 272 с.
4. Мерзляк А.Г. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 9 клас / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Х.: Гімназія, 2021, 160 с.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики : Підруч. для студентів матем. Спеціальностей пед. вузів. Київ : 2000, 512 с.
6. Шилов Г.Е. Що таке функція // Математика в школі. 1964. №1. с. 7-15.

Boris B. Besedin, Anna A. Shulhina
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine

Generalization and systematization of knowledge of students of 7-9 grades on the topic «Functions and its graphics»

The article considers methods of improving the generalization and systematization of knowledge in algebra lessons. The expediency of systematic generalization at different stages of the lesson is formulated. Methodical recommendations in this regard are given. The following problems are considered, where the line of functions and other cross-cutting meaningful lines of the algebra course intersect. Examples of the use of linear and quadratic functions in physics are also given.

Keywords: *algebra, function, graphics, generalization, systematization, methodological recommendations.*

УДК 373.3/.5.016:51:33

Бібікова І.В., Турка Т.В., Стьопкін А.В.

[1] *учитель математики КЗО «Спеціалізована школа 129 фізико-математичного профілю» Дніпровської міської ради*

e-mail: inbib@ukr.net, ORCID 0000-0001-6012-074X

[2] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: tvturka@gmail.com, ORCID 0000-0001-6445-2223

[3] *кандидат фіз.-мат. н., доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: stepkin.andrej@gmail.com, ORCID 0000-0002-6130-9920

РЕАЛІЗАЦІЯ НАСКРІЗНОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ «ПІДПРИЄМЛИВІСТЬ І ФІНАНСОВА ГРАМОТНІСТЬ» НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

Стаття присвячена проблемі реалізації наскрізної змістової лінії «Підприємливість і фінансова грамотність» на уроках математики під час розв’язування задач фінансового та економічного змісту. Наведено задачі, які ілюструють реалізацію даної ліній. Стаття написана з досвіду роботи.

Ключові слова: *наскрізні лінії, математика, задачі з фінансовим змістом.*

Вступ

Математика – це не бізнес, але справа дуже прибуткова для розуму!
Отже, наш прибуток у розумі, а розум людський має три ключі,
що все відмикають: знання, думку, уяву.
Віктор Гюго

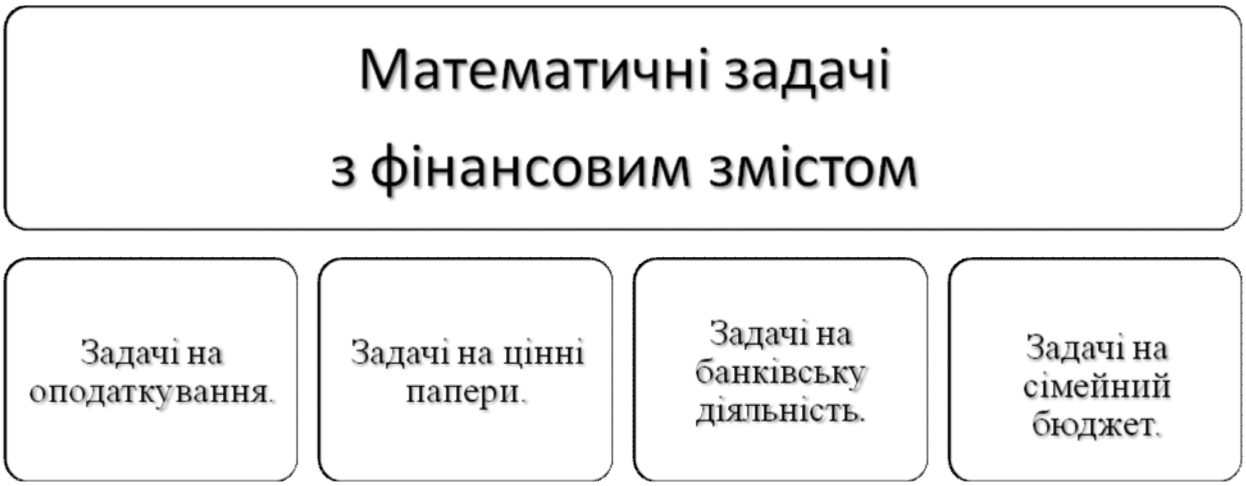
Сучасна українська школа має надати учням не лише знання, а й компетентні навички, необхідні для успішної самореалізації у подальшому житті. Пріоритетним стає формування знань про фінанси у повсякденному житті родини, місцевої громади, українського суспільства та розвиток ключових фінансових компетентностей. Розвиток фінансової та економічної грамотності, дотримання правових норм у фінансовому житті, правильне фінансове планування – це ключ до досягнення фінансової безпеки. На формування саме таких якостей і спрямована змістова лінія «Підприємливість та фінансова грамотність». Завдання сучасного вчителя зробити так, щоб необхідні суспільству освітні цінності, зокрема і фінансова грамотність, стали надбанням кожного учня.

Метою статті є розкриття проблеми реалізації наскрізної змістової лінії «Підприємливість і фінансова грамотність» на уроках математики під час розв’язування задач фінансового та економічного змісту.

Основна частина

Впровадження основних положень концепції «Нова українська школа», що передбачено реформуванням системи освіти України, сприяло оновленню змісту навчальних програм для середньої і старшої школи. Одним з ключових моментів нових програм є те, що під час навчального процесу повинні бути реалізовані чотири наскрізні лінії, які послідовно розкриваються в процесі викладання предмету. Однією із 10 ключових компетентностей Нової української школи визначено ініціативність і підприємливість: уміння раціонально вести себе як споживач, ефективно використовувати індивідуальні заощадження, приймати доцільні рішення у сфері зайнятості, фінансів тощо. Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» спрямована на формування в учнів фінансової обізнаності в процесі навчання математики. Саме така запропонована наскрізна лінія передбачає розв’язування практичних задач щодо «…планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування ощадливого ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується у процесі вивчення відсоткових обчислень, рівнянь та функцій» [1].

Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» реалізується в процесі навчання математики в середній та старшій школи під час вивчення таких тем, як «Відсотки», «Рівняння», «Пропорції та відношення», «Функції», «Прогресії», «Елементи теорії ймовірностей та статистики». Розв’язування на уроках математики задач фінансового змісту допомагає ознайомити учнів з різними методами розв’язування прикладних задач у сфері фінансів та банківської справи. Математичні задачі з фінансовим змістом можна поділити на такі види [3]:



1. При розв’язуванні задач на податки учні знайомляться з такими поняттями, як податковий дохід, ставка податку і тощо. Це формує в них уявлення про те, як сплачувати податки, розуміння, як і для чого вони нараховуються.

Задача 1 (6 клас). *Робітник за місяць травень отримав заробітну плату. З усіх нарахувань утримали: у пенсійний фонд – 2% від усіх нарахувань, профспілкові внески – 28 грн. 14 коп., прибутковий податок становить 15% від усіх нарахувань, внески на медичне страхування – 31 грн. та інші утримання становлять 158 грн. 46 коп. Усі утримання разом становлять 798 грн. У результаті працівник отримав 75%.*

Заповніть розрахунковий лист працівника

	%	*Сума (грн.)*
Пенсійний фонд	2%	***?***
Профспілкові внески	***?***	28 грн. 14 коп.
Прибутковий податок	15%	***?***
Медичне страхування	***?***	31 грн.
Інші утримання	***?***	158 грн. 46 коп.
Усього утримано	***?***	798 грн.
Видано	75%	***?***

За необхідності у стовпчику % відповідь округлити до одиниць.

2. При розв'язання задач другого виду учні формують уявлення про цінні папери. Цінні папери – це документи встановленої форми, які підтверджують, що їхній власник має право отримувати частину прибутку компанії або приймати рішення в її справах, претендувати на повернення боргу, тощо. Іншими словами, це документи, які закріплюють грошові або майнові зобов'язання. До цінних паперів належать акції, облігації, ощадні сертифікати, векселі тощо.

Задачі 1 (6 клас). *Загальний обсяг угод, укладених на ринку цінних паперів України, становив 1994,6 млн. грн. На акції припадало на 204,8 млн. грн. більше, ніж на векселі, та на 691,4 млн. грн. більше, ніж на облігації. Для інших цінних паперів цей показник становив 624,9 млн. грн.. Знайти обсяг операцій облігаціями, акціями та векселями окремо на ринку цінних паперів.*

Задача 2. *Головний акціонер має 55 акцій фірми за які, отримав прибуток в розмірі 17000 $. Який прибуток може отримати акціонер, якщо він буде мати 82 акції цієї фірми ?*

3. Сьогодні кожен громадянин нашої держави повинен розуміти основні принципи роботи банківської системи. Через банки ми здійснюємо розрахунки за комунальні послуги, оплату кредитів, отримуємо заробітну плату за допомогою платіжних банківських карт. Основи цього розуміння необхідно закладати під час уроків математики шляхом включення задач на банківські розрахунки. Головними видами діяльності банків з громадянами є відкриття депозитних рахунків та надання кредитів.

Задача 1 (6 клас). *Припустімо, для купівлі машини і гаража сім'я бере пільговий кредит у розмірі 200 000 грн строком на два роки під 12,5% річних. Розрахуйте щомісячний платіж за кредитом, який сім'я буде виплачувати протягом 2 років. Яку суму переплатить сім'я за 2 роки?*

Задача 2 (9 клас). *Вкладник поклав у банк на 2 різні рахунки 1200 грн. За перший рахунок банк виплачує 6% річних, а за другий 8% річних. За рік клієнт отримав 80 грн. відсоткові гроші. Скільки гривень він поклав за кожен рахунок?*

Задача 3 (10 клас). *Вкладник поклав до банку 20000 грн. під 13 % річних. Через скільки років сума на рахунку подвоїться?*

4. Бюджет кожної сім'ї є складовою частиною фінансової системи нашої країни. Одним із головних аспектів підготовки учнів до дорослого життя є формування уявлення про сімейний бюджет. Розумне планування власних доходів та витрат дозволяє родині заощаджувати кошти та спрямовувати їх на підвищення добробуту. Найкращим засобом формування таких уявлень є математичні задачі на сімейний бюджет.

Задача 1 (5 клас). *Сім'я має річний бюджет 165 400 гривень. На прожиття вона витрачає 250 євро щомісячно (курс обміну валют 1 євро – 33 гривні). Чи має можливість ця сім'я за рахунок накопичення коштів по завершенню року придбати наступні товари: пральну машину вартістю 8300 грн., телевізор вартістю 10700 грн. та комп'ютер ціною 22999 грн.? У разі позитивної відповіді вказати суму залишку, якщо він буде.*

Задача 2 (5 клас). *Ваша родина планує отримати від власного вирощування та продажу картоплі дохід в 6000 гривень. Яку кількість урожаю потрібно зібрати, якщо на рік для всієї родини потрібно 120 кг картоплі, а на ринку картоплю можна продати за ціною 9 гривень 30 копійок за 1 кілограм?*

Висновки

Розв'язування задач фінансової спрямованості на уроках математики сприяє формуванню в учнів умінь та навичок використання математичних знань у практичній діяльності. Поширення та популяризація елементарних фінансових знань розкриває міжпредметні зв'язки та роль математики в житті людини і держави, розвиває в учнів пізнавальний інтерес до предмету, підвищує їхній рівень математичної підготовки.

Література

1. https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/onovlennya-12-2017/5-programa-z-matematiki.docx
2. Нова українська школа, веб-ресурс – http://nus.org.ua/
3. Межейнікова Л.С., Швець В.О. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі. Харків. Видавнича група «Основа», 2005, ст. 5-15.
4. Уроки з підприємницьким тлом: Навчальні матеріали / за заг. ред. Е. Бобінської, Р. Шияна, М. Товкало. – Варшава: Сова, 2014. – 398 с.
5. https://naurok.com.ua/prezentaciya-osoblivosti-vikladannya-novo-navchalno-programi-z-matematiki-v-2018-roci-60293.html

Inna V. Bibikova, Tatiana V. Turka, Andrij V. Stopkin
Teacher of mathematics. Specialized school of physical and mathematical profile № 129, Dnipro, Ukraine;
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Implementation of the content through -line "Entrepreneurship and Financial Literacy" in mathematics lessons in the New Ukrainian School.

The article is devoted to the problem of implementing the content through-line «Entrepreneurship and Financial Literacy» in mathematics lessons while solving problems of financial and economic content. Problems which illustrate the implementation of this line are given there.

Keywords: *content through- lines, mathematics, tasks with financial content.*

УДК 514.112.3

Бондар Д.С., Воробйова С.І., Кадубовський О.А.

[1] *студентка 3 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: bndrdiana@gmail.com, ORCID 0000-0003-1814-2325

[2] *старший викладач кафедри природничо-математичних дисциплін та методики їх викладання, Донецький ОБЛІППО*
e-mail: vorobyova@ippo.dn.ua, ORCID 0000-0002-3826-7574

[3] *кандидат фіз.-мат. н., доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: kadubovs@ukr.net, ORCID 000-0003-2045-810X

ПРО ОДНЕ ВАЖЛИВЕ ВІДНОШЕННЯ В ГЕОМЕТРІЇ ТРИКУТНИКА ТА СУМІЖНІ ПИТАННЯ

Стаття присвячена питанням впровадження в шкільний курс геометрії важливого відношення між довжинами відрізків, що сполучають вершину трикутника і ортоцентр та центр описаного кола і середину протилежної сторони. Здійснення впровадження пропонується шляхом вдосконалення дидактичного забезпечення певних тем шкільного курсу геометрії для учнів 8 та 9 класів закладів загальної середньої освіти. Крім того, в статі зроблено огляд існуючих способів доведення зазначеного твердження та наведено вибрані з них.

Ключові слова: *трикутник, ортоцентр, центр описаного кола, відношення відстаней, способи доведення, шкільний курс геометрії, навчання.*

> «Желание решить задачу многими способами является далеко не праздным. Уверен, что те, кто искренне заинтересованы в изучении математики и ее преподавании, убедились не только в эффективности, но и в эстетической привлекательности поисков второго способа решения» [6]
>
> И.А. Кушнир

Вступ

Представлена стаття присвячена дидактичним і методичним аспектам впровадження до шкільного курсу геометрії відомого твердження (з розділу «відстані між чудовими точками трикутника») класичного курсу елементарної геометрії, а саме: «відстань від вершин трикутника до ортоцентра вдвічі більша за відстань від центра описаного кола до протилежної сторони» (напр., [3]).

Автори щиро переконані у тому, що зазначене твердження повинно зайняти в шкільному курсі геометрії таке саме місце, як властивість точки перетину медіан та властивість точки перетину бісектрис трикутника.

Серед чинних підручників з геометрії слід виділити [9] і [10], в яких це твердження авторами запропоновано в якості леми. І хоча можливі способи доведення та яскраві застосування цього твердження досить повно висвітлено в літературі (в першу чергу маємо на увазі [5] і [6]), проте дидактичні та методичні аспекти, пов'язані із впровадженням цього матеріалу в шкільний курс геометрії, потребують уваги та відповідних напрацювань.

Більше того, з досвіду спілкування зі студентами та вчителями математики (і не лише молодими), із прикрістю слід констатувати, що сам зміст цього твердження є маловідомим сучасній академічній спільноті.

З урахуванням зазначеного, **метою** статті є: з одного боку – популяризація зазначеної формули-твердження та вибраних способів його доведення; з іншого боку – пропагування ідеї змістовно-виваженого добору дидактичного матеріалу з метою ознайомлення учнів з твердженнями, які мають геометричну цінність та широкі застосування.

1. Основні поняття та попередні відомості

Наслідуючи І.А. Кушніра ([5], [6]), має місце «одна з головних» або ж «важлива формула геометрії трикутника»

$$OM_1 = \frac{1}{2}AH\,, \tag{1}$$

де: O – центр описаного навколо $\triangle ABC$ кола; M_1 – середина сторони BC; H – ортоцентр $\triangle ABC$.

В підручниках [9, С. 107] і [10, С. 129] це твердження подано у вигляді леми наступного змісту

Лема. *Якщо H – ортоцентр трикутника ABC, OM_1 – перпендикуляр, опущений із центра O описаного кола на сторону BC, то $AH = 2OM_1$.*

Слід також зауважити, що авторами підручників [9] і [10] властивість точки перетину медіан трикутника запропоновано доводити за допомогою зазначеної леми, так само як і автором книги [5].

Також маємо своїм обов'язком відзначити, що зміст зазначеної формули-твердження подано:

в [3, С. 54] у вигляді наслідку з властивостей кола Ейлера

«Следствие. *Расстояние от вершин треугольника до ортоцентра равно удвоенному расстоянию от центра описанного круга до противоположной стороны»,*

а в [14, С. 42] – у вигляді задачі

«Задача 630. *Докажите, что расстояние от вершины треугольника до точки пересечения высот вдвое больше, чем расстояние от центра описанного круга до противоположной стороны».*

Автори представленої статті схильні формулювати зазначену формулу-твердження (у без символьному варіанті) в наступній редакції

Лема*. *Відстань від вершини (непрямого) кута трикутника до (ортоцентра) точки перетину його висот вдвічі більша за відстань від центра описаного кола до сторони, протилежної зазначеному куту.*

Відтепер і в подальшому будемо використовувати наступні позначення для елементів трикутника:
M – центроїд – точка перетину медіан (центр тяжіння) $\triangle ABC$; H – ортоцентр – точка перетину прямих, що містять висоти $\triangle ABC$; O – центр кола, описаного навколо $\triangle ABC$; A_0, B_0, C_0 – середини сторін BC, CA та AB (відповідно) $\triangle ABC$; A_1, B_1, C_1 – основи висот $\triangle ABC$; α, β, γ – (градусні) міри кутів $\angle A$, $\angle B$ і $\angle C$ $\triangle ABC$; a, b, c – довжини сторін BC, CA та AB (відповідно) $\triangle ABC$; R – довжина радіуса кола, описаного навколо $\triangle ABC$.

Детально із суміжними питаннями щодо відстаней від вершини трикутника до чудових його точок та відстаней між іншими важливими точками трикутника можна ознайомитися, наприклад, в [4], [1], [3].

2. Основна частина

Знайомство із зазначеним твердженням можна розпочати у 8 класі, пропонуючи учням в якості усної вправи, переконатися в його справедливості для правильного трикутника.

Потім доцільно перейти до розгляду прямокутного трикутника (рис. 1) та запропонувати учням обґрунтувати справедливість наступних рівностей

$$AH = AC = 2C_0A_0 = 2OA_0;\ BH = BC = 2C_0B_0 = 2OB_0;\ CH = 2OC_0.$$

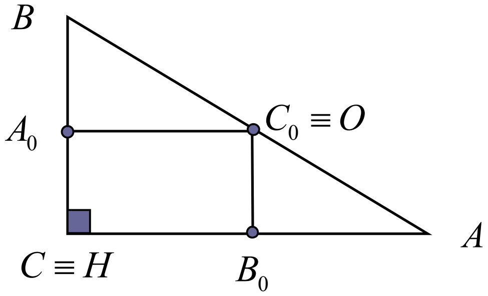


Рис. 1.: до випадку прямокутного трикутника.

Виокремлення випадку прямокутного трикутника є більш ніж доцільним, оскільки в подальшому, в залежності від обраного способу доведення (за умов дотримання належного рівня математичної строгості) такий підхід позбавляє від необхідності розгляду цього випадку. Більше того, вкрай важливо запропонувати учням довести

Твердження 1. *Ортоцентр трикутника співпадає з його вершиною тоді і лише тоді, коли центр описаного кола співпадає із серединою протилежної сторони.*

Це твердження доцільно пропонувати (як наслідок) після усвідомленого опанування учнями наступних тверджень:

«*ортоцентр трикутника співпадає з його вершиною тоді і лише тоді, коли трикутник є прямокутним з гіпотенузою напроти цієї вершини»;*

«центр описаного кола трикутника співпадає із серединою його сторони тоді і лише тоді, коли трикутник є прямокутним з прямим кутом напроти цієї сторони».

2.1. Способи доведення

У восьмому класі доцільно пропонувати наступні способи доведення

1) За допомогою рівності трикутників та властивостей середньої лінії трикутника

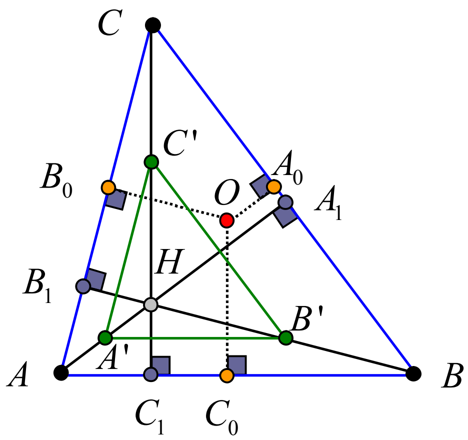


Рис. 2.: $a)$

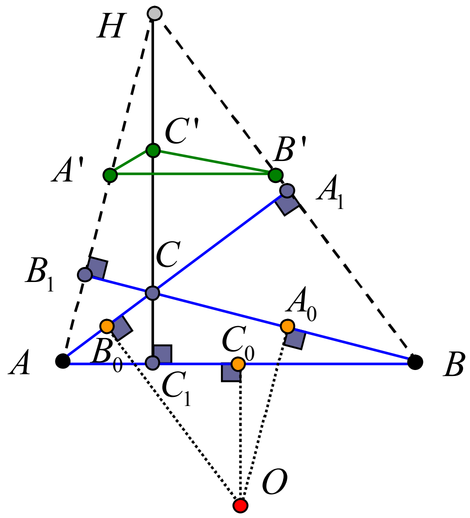


Рис. 2.: $b)$

1) Нехай A', B', C' – середини відрізків AH, BH і CH відповідно. Оскільки $A'C'$ – середня лінія $\triangle AHC$, то $A'C' \parallel AC$, $2A'C' = AC$; аналогічно, оскільки A_0C_0 – середня лінія $\triangle ABC$, то $A_0C_0 \parallel AC$, $2A_0C_0 = AC$.

Розглянемо $\triangle A'HC'$ та $\triangle A_0OC_0$.

Оскільки $CC_1 \perp AB$ і $OC_0 \perp AB$, то (за ознакою паралельних прямих) $HC' \parallel OC_0$. Аналогічно, оскільки $AA_1 \perp BC$ і $OA_0 \perp BC$, то $HA' \parallel OA_0$. Таким чином, в $\triangle A'HC'$ та $\triangle A_0OC_0$ прямі, що містять відповідні сторони, є паралельними. А тому відповідні кути є рівними. Крім того, оскільки $A'C' = A_0C_0 = \dfrac{1}{2}AC$, то $\triangle A'HC' = \triangle A_0OC_0$ (за стороною та прилеглими кутами). Звідки $OC_0 = HC'$, $OA_0 = HA'$. А з того що C' і A' є серединами відрізків CH і AH, остаточно одержуємо, що $2OC_0 = CH$, $2OA_0 = AH$.

2) В аналогічний спосіб можна показати, що $\triangle A'HB' = \triangle A_0OB_0$. Звідки й випливатиме рівність $OB_0 = HB'$. А з урахуванням умови $HB' = B'B$ – (третя) доводжувана рівність $2OB_0 = BH$.

Зауваження 1. *Використовуючи допоміжні точки A', B' і C' (середини відрізків AH, BH і CH), наведені міркування (з очевидними змінами) можна перетворити на доведення подібності (за двома кутами та з коефіцієнтом $k = 2$) наступних пар трикутників: $\triangle A_0OC_0$ і $\triangle AHC$ та $\triangle A_0OB_0$ і $\triangle AHB$. З подібностей пар трикутників й випливатимуть три доводжувані рівності.*

Таким чином, вже у 8-му класі, є принципова можливість знайомити учнів зі змістом Леми, незалежно від того, за яким підручником здійснюється навчання геометрії ([5] і [6] – «другий спосіб»).

DOI: https://doi.org/...

Ще один досить цікавий спосіб («шостий спосіб» в [5] і [6]) ґрунтується на розгляді пар чотирикутників $OC_0A'B_0$ та $OC_0B'A_0$ або $OB_0A'C_0$ та $OB_0C'A_0$, або ж $OA_0B'C_0$ та $OA_0C'B_0$ (в термінах попереднього способу), які є паралелограмами – рис. 2 $a)$, $b)$.

2) За допомогою описаного кола та паралелограма

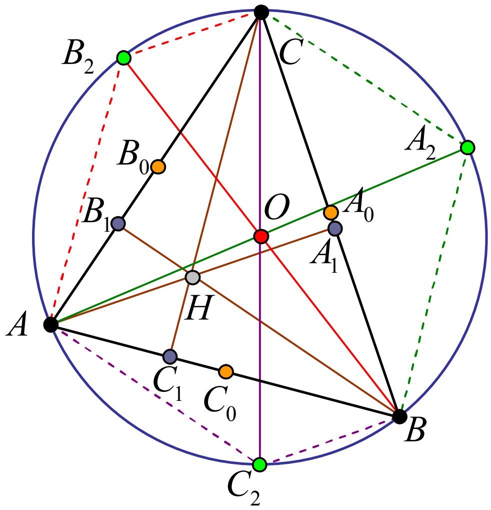


Рис. 3.: $a)$

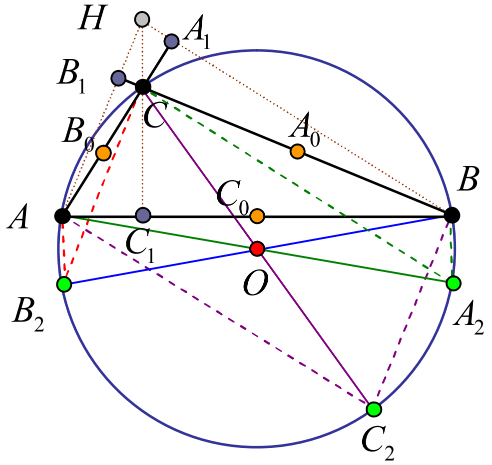


Рис. 3.: $b)$

1) Нехай AA_2 – діаметр кола, описаного навколо $\triangle ABC$ – рис. 3 $a)$, $b)$. Тоді $\angle ACA_2 = \angle ABA_2 = 90^0$ як кути, що спираються на діаметр AA_2.

2) За ознакою паралельних прямих $A_2C \parallel BH$ (бо $A_2C \perp AC$ і $BH \perp AC$) та $A_2B \parallel CH$ (бо $A_2B \perp AB$ і $CH \perp AB$). Звідки за визначенням чотирикутник HCA_2B є паралелограмом і тому

$$A_2C = BH\,,\ A_2B = CH\,. \tag{1}$$

3) З іншого боку, B_0O і C_0O є середніми лініями $\triangle ACA_2$ та $\triangle ABA_2$ відповідно. Звідки (за властивістю середньої лінії трикутника) маємо, що

$$2OB_0 = A_2C\,,\ 2OC_0 = A_2B\,. \tag{2}$$

Зі співвідношень (1) і (2), одержуємо рівності

$$2OB_0 = BH \text{ та } 2OC_0 = CH\,. \tag{3}$$

4) Повторюючи кроки 1)-3), наприклад, для діаметра BB_2, одержимо відповідні рівності

$$2OA_0 = AH \text{ та } 2OC_0 = CH\,. \tag{4}$$

4*) Повторюючи кроки 1)-3), наприклад, для діаметра CC_2, одержимо відповідні рівності

$$2OA_0 = AH \text{ та } 2OB_0 = BH\,. \tag{4*}$$

З (3) і (4) (або (3) і (4*)) маємо справедливість доводжуваних рівностей.

Ще з двома способами доведення за допомогою описаного кола можна ознайомитися в [5] і [6] («п'ятий» і «дев'ятий» способи).

3) За допомогою подібності – див. зауваження 1 вище.

4) За допомогою «подвоєного трикутника» та подібності.

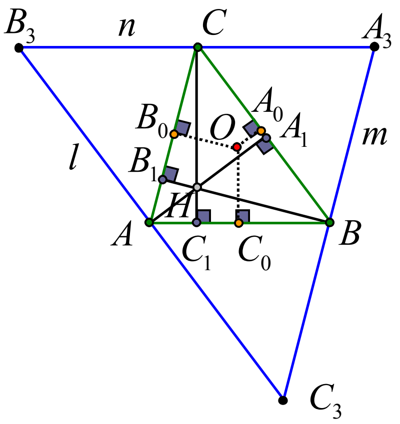


Рис. 4.: $a)$

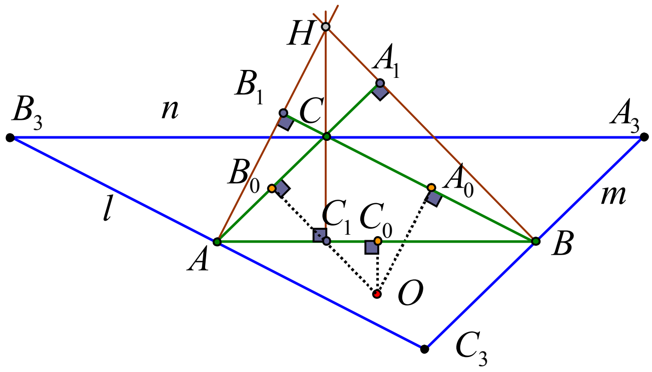


Рис. 4.: $b)$

1) Нехай маємо довільний $\triangle ABC$. Проведемо прямі l, m, n, що проходять через вершини A, B і C паралельно до протилежних сторін BC, CA та AB відповідно.

Оскільки прямі, що містять сторони трикутника не є паралельними, то і зазначені прямі l, m, n не є паралельними. А тому позначимо їх точки перетину як $C_3 = l \cap m$, $A_3 = m \cap n$ та $B_3 = n \cap l$.

2) $\triangle ABC$ є подібним до $\triangle A_3B_3C_3$ (за двома кутами). Більше того, оскільки чотирикутники CB_1AB і CAC_1B є паралелограмами (за визначенням), то $B_3A = CB = AC_3$ (як протилежні сторони паралелограмів). Звідки A – середина сторони B_3C_3 та $B_3C_3 = BC$. Аналогічно: B – середина сторони C_3A_3 та $C_3A_3 = CA$; C – середина сторони A_3B_3 та $A_3B_3 = AB$.

Таким чином $\triangle A_3B_3C_3$ є подібним до $\triangle ABC$ з коефіцієнтом $k = 2$.

3) Очевидно, що:

прямі AA_1, BB_1 і CC_1 (які містять висоти $\triangle ABC$ та перетинаються в точці H) є серединними перпендикулярами до відповідних сторін $\triangle A_3B_3C_3$;

а прямі A_0O, B_0O і C_0O – серединними перпендикулярами до відповідних сторін $\triangle ABC$ та перетинаються в точці O.

Таким чином відрізки AH і A_0O, BH і B_0O, CH і C_0O є відповідними відрізками подібних трикутників $\triangle A_3B_3C_3$ та $\triangle ABC$. Звідки й випливає, що справджуються рівності $AH = 2OA_0$, $BH = 2OB_0$, $CH = 2OC_0$.

Маємо своїм приємним обов'язком відзначити, що додаткова побудова та ідея, які викладено в пунктах 1)-3), належать відомому математику Карлу Гаусу, який першим у зазначений спосіб запропонував доведення твердження про перетин прямих, які містять висоти трикутника. (напр., [8, С. 73])

Зауваження 2. *Не важко переконатися у тому, що зазначений вище $\triangle A_3B_3C_3$ є образом $\triangle ABC$ при гомотетії H_M^{-2}. І тоді справедливість доводжуваної формули-твердження можна показати так, як це зроблено в* [5, С. 95-96] і [6, С. 141] *(«Третій спосіб»).*

Тому у 9-му класі є принципова можливість знайомити учнів зі змістом Леми, незалежно від того, за яким підручником здійснюється навчання геометрії.

У девятому класі доцільно пропонувати наступні способи доведення

5) За допомогою теореми синусів

пропонуємо самостійно ознайомитися в [5] або [6] («сьомий спосіб»).

Зауваження 3. *Найбільш рясними є прийоми доведення, пов'язані з обчисленням в загальному вигляді окремо величин AH та OA_0. Більшість з них (з точністю до перепозначень) мають своїм результатом наступні співвідношення:* $AH = 2OA_0 = 2R\cdot|\cos\alpha|$; $AH = 2OA_0 = a\cdot|\mathrm{ctg}\,\alpha|$;

$AH = 2OA_0 = \sqrt{4R^2 - a^2}$; $AH = 2OA_0 = 2R + r - r_a$.

При зазначеному підході слід пам'ятати, що не кожен обраний прийом можна «за аналогією перенести» від пари відповідних відрізків, один з яких містить вершину гострого кута, на пару відповідних відрізків, один з яких містить вершину тупого кута. І тому, якщо для тупокутного трикутника встановлено відношення лише для однієї пари відповідних відрізків, то такий спосіб доведення не можна вважати цілком коректним в сенсі повноти.

6) За допомогою теореми синусів, двох описаних кіл та паралельного перенесення

1) Оскільки $\angle BHC = 180^0 - \angle A$, то за теоремою синусів радіуси кіл ω і ω_1, описаних навколо (відповідно) $\triangle BAC$ та $\triangle BHC$, є рівними.

2) Оскільки BC є спільною хордою кіл ω і ω_1 (з центрами O і O_1 відповідно), то лінія центрів OO_1 є перпендикулярною до хорди BC та ділить її навпіл у точці A_0. Звідки $OA_0 = A_0O_1$.

3) З іншого боку, коло ω_1 є образом кола ω при паралельному перенесені на вектор $\overrightarrow{OO_1} = 2\cdot\overrightarrow{OA_0}$.

За ознакою паралельних прямих $AH \parallel OA_0$ (бо $AH \perp BC$ і $OA_0 \perp BC$), тому $AH \parallel OO_1$. Більше того, для вершини непрямого $\angle A$ вектори $\overrightarrow{AH}$ та $\overrightarrow{OA_0}$ є співнапрямленими. (*Дійсно: для вершин гострих кутів прямокутного трикутника та вершин гострокутного трикутника (O і H належать внутрішній частині трикутника) це очевидно; для вершин гострих та тупого кутів тупокутного трикутника в цьому можна переконатися шляхом безпосередньої перевірки*).

Таким чином, оскільки $\overrightarrow{AH} \uparrow\uparrow \overrightarrow{OO_1}$, $A \in \omega$, $H \in \omega_1$, то точка H (кола ω_1) є образом точки A (кола ω) при паралельному перенесенні на вектор $\overrightarrow{OO_1}$. Тому справджується векторна рівність $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OO_1} = 2\overrightarrow{OA_0}$.

Звідки й випливає справедливість доводжуваної рівності $AH = 2OA_0$.

Схожий підхід (2-ий спосіб до задачі №53528) наведено в [15].

7) ***За допомогою осьової симетрії, описаного кола та паралелограма*** пропонуємо самостійно ознайомитися в [5] або [6] («восьмий спосіб»).

8) ***За допомогою гомотетії - 1 – див. зауваження 2 вище.***

9) ***За допомогою гомотетії - 2.***

1) Нехай $\triangle ABC$ – довільний трикутник. Розглянемо гомотетію $H_M^{-\frac{1}{2}}$ з центром у точці M (перетину медіан $\triangle ABC$) та коефіцієнтом $k=-0,5$.

Оскільки (за властивістю точки перетину медіан трикутника) справджуються рівності $\dfrac{AM}{MA_0}=\dfrac{BM}{MB_0}=\dfrac{CM}{MC_0}=\dfrac{2}{1}$ (а точка M є внутрішньою точкою кожного з відрізків AA_0 BB_0 CC_0), то справджуються й векторні рівності $\dfrac{\overrightarrow{MA_0}}{\overrightarrow{MA}}=\dfrac{\overrightarrow{MB_0}}{\overrightarrow{MB}}=\dfrac{\overrightarrow{MC_0}}{\overrightarrow{MC}}=-\dfrac{1}{2}$. Тому (за визначенням гомотетії) точки A_0, B_0 і C_0 є образами точок A, B і C (відповідно) в цій гомотетії.

2) Оскільки гомотетія (площини) є подібністю (площини), то образом прямої є пряма. Очевидно, що образом прямих AB, BC і CA є прямі A_0B_0, B_0C_0 та C_0A_0 відповідно. За властивістю середньої лінії трикутника $AB \parallel A_0B_0$, $BC \parallel B_0C_0$ та $CA \parallel C_0A_0$.

Більше того, оскільки при гомотетії зберігаються кути між прямими, то образами прямих AA_1, BB_1 і CC_1 в цій гомотетії є прямі l_0, m_0, n_0, що проходять через точки A_0, B_0 і C_0 перпендикулярно до прямих B_0C_0, C_0A_0 і A_0B_0, а тому і до прямих BC, CA та AB відповідно.

Крім того, образом ортоцентру H (як точки перетину прямих AA_1, BB_1 і CC_1) є точка перетину (їх образів –) прямих l_0, m_0 і n_0, тобто точка O – центр кола, описаного навколо $\triangle ABC$. Звідки $H_M^{-0,5}\left(H\right)=O$.

3) Таким чином при гомотетії $H_M^{-0,5}$ образами відрізків AH, BH і CH є відрізки A_0O, B_0O і C_0O відповідно. Оскільки $H_M^{-0,5}$ є подібністю з коефіцієнтом $k'=|k|=\frac{1}{2}$, то мають місце рівності $AH=2A_0O$, $BH=2B_0O$, $CH=2C_0O$. Звідки й випливає справедливість доводжуваного твердження.

Зауваження 4. *Добре відомо, що одним з основних результатів застосування до трикутника зазначеної гомотетії є співвідношення*

$$H_M^{-\frac{1}{2}}\left(H\right)=O \Leftrightarrow \overrightarrow{MO}=-\tfrac{1}{2}\overrightarrow{MH} \Leftrightarrow \overrightarrow{HM}=2\overrightarrow{MO},$$

безпосереднім наслідком якого є твердження, що носить назву «Пряма Ейлера» (напр. [1, С. 40], [2, С. 28] або [7, С. 194])*, а саме*

Теорема (Ейлера). В довільному (нерівносторонньому) трикутнику ортоцентр, центр тяжіння (центроїд) та центр описаного кола належать одній прямій, причому точка M розташована між точками O і H та справджується рівність $HM:MO=2:1$.

DOI: https://doi.org/...

10) Векторний спосіб.

1) Нехай $\triangle ABC$ – довільний трикутник. Доведемо спочатку векторну рівність, яка носить назву «формула Гамільтона» (див., напр., [7, С. 178] або [13, С. 51])

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

Оскільки C_0 – середина AB, то за правилом паралелограма $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OC_0} = \overrightarrow{OC_2}$. Крім того, оскільки $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \left|\overrightarrow{OB}\right|$ (як радіуси описаного кола), то медіана OC_0 є висотою $\triangle AOB$. Звідки $OC_2 \perp AB$. І тому $OC_2 \parallel CC_1$.

Нехай далі $\overrightarrow{OC_2} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OQ}$, тоді $\overrightarrow{OC_2} = -\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{CQ}$. Звідки $OC_2 \parallel CQ$ і тому $CQ \perp AB$. Звідки й випливає, що точка Q належить прямій, яка містить висоту CC_1.

Більше того, з припущення про те, що

$$\overrightarrow{OQ^*} = \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) + \overrightarrow{OC} = \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) + \overrightarrow{OB} = \left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) + \overrightarrow{OA},$$

матимемо, що точка Q^* належить кожній з прямих, які містять висоти $\triangle ABC$. І тому така точка Q^* співпадатиме з ортоцентром H $\triangle ABC$.

2) Оскільки (за першою частиною) справджується векторна рівність

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OC_0} + \overrightarrow{OC},$$

то $2\overrightarrow{OC_0} = -\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{CH}$. Звідки й випливає, що $\left|\overrightarrow{CH}\right| = 2\left|\overrightarrow{OC_0}\right|$. Звідки й випливає справедливість доводжуваного твердження.

Слід відзначити, що зміст 1)-ої частини (формули Гамільтона) наведеного розв'язання подано в [11, С. 140] та [12, С. 153] у вигляді теореми та ключової задачі відповідно. Тому є принципова можливість знайомити учнів з доводжуваною формулою-твердженням у вигляді безпосередніх наслідків із зазначених теореми та ключової задачі.

Зауваження 5. *Відсутність рисунків до 9-го та 10-го способів не є випадковим а саме цілеспрямованим аспектом викладу, бо рисунки до зазначених способів носять суто ілюстративний характер, а їх відсутність аж ніяк не применшує математичної строгості наведених обґрунтувань.*

Більше того, автори щиро переконані в тому, що з певного моменту фахової підготовки студентів (майбутніх вчителів математики) слід приділяти увагу тим вправам і типам геометричних задач, методам та прийомам в геометрії, які не потребують рисунків.

На превеликий жаль, слід також констатувати, що для багатьох студентів та молодих вчителів рисунок до задачі є відправним пунктом та цілковито визначальним для побудови ланцюжка обґрунтувань.

Крім того, добре відомо, що поширеними помилками в геометрії є помилки, пов'язані, наприклад з видом трикутника, який аж ніяк не задовольняє умову задачі, або ж навпаки – є одним з можливих випадків реалізації.

2.2. Наслідки та прикінцеві зауваження

З урахуванням Твердження 1, на думку авторів, зміст Леми*, більш ніж доцільно формулювати в термінах векторної рівності, а саме

Лема.** *Для довільного* $\triangle ABC$ *справджуються векторна рівність*

$$2\overrightarrow{A_0O} = -\overrightarrow{AH} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA_0},$$

де: *O – центр кола, описаного навколо $\triangle ABC$; A_0 – середина сторони BC; H – ортоцентр $\triangle ABC$.*

Тобто, для повноцінного опанування зазначеного відношення, важливо усвідомлювати, що для довільного трикутника ABC:

– або кінці (колінеарних протилежно направлених) векторів $\overrightarrow{AH}$ та $\overrightarrow{A_0O}$ одночасно належать внутрішній частині трикутника; що можливо тоді і лише тоді, коли трикутник є гострокутним;

– або кінці (колінеарних протилежно направлених) векторів $\overrightarrow{AH}$ та $\overrightarrow{A_0O}$ одночасно належать зовнішній частині трикутника; що можливо тоді і лише тоді, коли трикутник є тупокутним;

– або ж вектори $\overrightarrow{AH}$ та $\overrightarrow{A_0O}$ одночасно є нульовими векторами; що можливо тоді і лише тоді, коли трикутник є прямокутним.

На практиці доцільно використовувати наступні формули для довжин відрізків, про які йдеться в твердженні (напр., [4]):

$$\begin{cases} AH = 2OA_0 = \sqrt{4R^2 - a^2} = 2R \cdot |\cos\alpha| = a \cdot |\operatorname{ctg}\alpha| = 2R + r - r_a \\ BH = 2OB_0 = \sqrt{4R^2 - b^2} = 2R \cdot |\cos\beta| = b \cdot |\operatorname{ctg}\beta| = 2R + r - r_b \\ CH = 2OC_0 = \sqrt{4R^2 - c^2} = 2R \cdot |\cos\gamma| = c \cdot |\operatorname{ctg}\gamma| = 2R + r - r_c \end{cases}, \qquad (*)$$

де: r – радіус вписаного кола трикутника ABC; r_a, r_b і r_c – радіуси зовні вписаних кіл, які дотикаються до сторін BC, AC та AB відповідно та продовжень двох інших сторін $\triangle ABC$.

Пропонуємо читачам для самостійного опрацювання наступні задачі

Вправа 1. *Чи існує трикутник, ортоцентр та центр описаного кола якого належать середній лінії трикутника. Відповідь обґрунтуйте.*

Задача 1 ([7, С. 159]). *AM_1 – медіана рівнобедреного $\triangle ABC$ ($AB = AC$). Знайти $\angle A$, якщо $OM_1 = OH$ (O – центр описаного кола, H – ортоцентр).*

Задача 2 ([7, С. 214]). *У коло з центром O вписано чотирикутник зі взаємно перпендикулярними діагоналями. Довести, що відстань від точки O до сторони чотирикутника дорівнює половині довжини протилежної сторони.*

Задача 3 ([16, задача 3 для 11 класу]). *В гострокутному $\triangle ABC$ точки H і O є точками перетину висот і центром описаного кола відповідно. Пряма HO перетнула сторони AB і AC в точках X та Y відповідно, причому точка H належить відрізку OX. Виявилося, що $XH = HO = OY$. Знайдіть градусну міру $\angle BAC$. (Олексій Масалітін)*

Більш детально з можливими застосуваннями зазначеної формули-твердження можна ознайомитися в [5, С. 98-102] та [4, С. 2-3].

Висновки

Власний досвід та наведені результати дозволяють стверджувати, що застосування наведеної формули-твердження є досить дієвим підходом до розв'язування широкого кола геометричних задач.

На думку авторів, запропонований підхід до впровадження важливих геометричних тверджень під час навчання геометрії є саме тим видом особистого розвитку та фахової діяльності, які повинні бути включені не лише в програму підготовки майбутніх вчителів математики, а й у програму курсів підвищення кваліфікації вчителів математики. Вважаємо, що це дасть можливість опановувати справжню математичну культуру та більш помірковано підходити до дидактичного забезпечення тем шкільного курсу геометрії.

Також переконані, що наведений матеріал доцільно використовувати в освітньому процесі як основу для змістового модуля вибіркових освітніх компонентів (таких як «вибрані питання методики навчання математики) освітніх програм підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика).

Література

1. Бевз Г.П. Геометрія трикутника : Навч.-метод. посіб. для загальноосвіт. навч. закл. К. : Генеза, 2005. 120 с.
2. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. 2-е изд., испр. М.: МЦНМО, 2003. 56 с
3. Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. 2-е изд. М.: Учпедгиз, 1962. 153 с.
4. Карлюченко О., Філіпповський Г. Про відстані від вершини трикутника до його чудових точок. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://usnd.to/Celo
5. Кушнір І.А. Методи розв'язання задач з геометрії. Книга для вчителя. К.: Абрис, 1994. 464 с.
6. Кушнир И. Альтернативные способы решения задач (Геометрия). К.: Факт, 2006. 368 с.
7. Кушнір І. Повернення втраченої геометрії. Серія : Математичні обрії України. К. : Факт, 2000. 280 с.
8. Кушнир И.А., Финкельштейн Л.П. Геометрия. Школа боевого искусства. Учебное пособие для учеников 7-9 классов. К. : Факт, 1999. 232 с.
9. Мерзляк А.Г. Геометрія : підручник для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. 2-ге видання, перероблене. Х. : Гімназія, 2021. 208 с.

10. Мерзляк А.Г. Геометрія : підручник для 8 кл. з поглибленим вивченням математики закладів загальної серед. освіти / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. 2-ге видання, перероблене. Х. : Гімназія, 2021. 224 с.
11. Мерзляк А.Г. Геометрія : підручник для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Х. : Гімназія, 2017. 240 с.
12. Мерзляк А.Г. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики : підручник для 9 кл. загальноосвітніх навчальних закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Х. : Гімназія, 2017. 304 с.
13. Федак І.В. Готуємося до олімпіади з математики Ч.ІІ. Геометрія та нестандартні конструкції. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://usnd.to/C8CU
14. Шарыгин И.Ф., Гордин Р.К. Сборник задач по геометрии. 5000 задач с ответами. М. : ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2001. 400 с.
15. Система задач по геометрии Р.К. Гордина. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://usnd.to/Celf
16. Умови та вказівки до розв'язань задач ІІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з математики. LXXVII Київська міська олімпіада юних математиків. (1 тур, 2022 р.) [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://matholymp.com.ua/wp-content/uploads/2022/01/tekst-2021-22-tur-1-5.pdf

Diana S. Bondar, Svitlana Iv. Vorobiova, Oleksandr A. Kadubovs'kyi
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Donetsk Regional Institute of Postgraduate Pedagogical Education, Ukraine.

About one important relationship in triangle geometry and related issues

The article is devoted to the introduction of an important relationship between the lengths of the segments connecting the vertex of the triangle and the orthocenter and the center of the circumcircle and the middle of the opposite side in the school course of geometry. Implementation is proposed by improving the didactic support of certain topics of the school course of geometry for students of 8th and 9th grades of general secondary education. In addition, the article reviews the existing methods and selects some of them to bring this statement.

Keywords: *triangle, orthocenter, center of the circumscribed circle, distance correlation, methods of proof, school course of geometry, training.*

УДК 373.5.091.322:51

Гриценко Т.Ю., Турка Т.В., Шулик Т.В.
[1] *студент 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: taras.gritsenko@gmail.com, ORCID 0000-0002-3199-2730
[2] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: tvturka@gmail.com, ORCID 0000-0001-6445-2223
[3] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри матем. та інформ., ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: Schulik111@gmail.com, ORCID 0000-0001-8527-127X

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена особливостям організації самостійної роботи учнів в процесі навчання математики, висвітленню деяких видів самостійної роботи, використання яких сприяє усвідомленню позиції активного учасника освітнього процесу, розкриттю значущості самостійної роботи як ефективного засобу активізації пізнавальної діяльності учнів.

Ключові слова: *самостійна робота, пізнавальна діяльність, дидактичні вимоги, індивідуальна робота.*

Вступ

Постановка проблеми. В останні роки суспільне життя зазнало серйозних змін, і система освіти потребує перегляду. Її переорієнтовують у бік демократизації та гуманізації, яка спрямована виховувати людину з функціональною грамотністю та методичними здібностями, володіти інформаційними технологіями, мати можливість адаптуватися до навколишнього середовища, вміти аналізувати та розмірковувати, а також робити свідомий вибір.

Освіта передбачає створення найбільш сприятливих умов для прояву та розвитку здібностей та обдарованості дітей, що знаходить своє відображення у процесі навчання, орієнтованому на людей. Тому метою навчання є не лише озброєння учнів комплексом систематичних знань, умінь і навичок, а й розвиток їхніх особистісних здібностей та якостей.

Дослідження останніх років показали, що зниження інтересу до навчання, формування негативного відношення до самостійної роботи й незадоволеність нею, переживання негативних психічних станів у процесі навчання безпосередньо пов'язані з тим, що вчитель не враховує в достатній мірі різний рівень навчально-пізнавальних можливостей школярів. Учителю необхідно знати інтереси учнів, рівень їх навченості, математичного розвитку, враховувати індивідуальні навчальні можливості своїх вихованців та диференційовано підходити до організації їх самостійної роботи.

Пошук ефективних шляхів організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів при вивченні математики в умовах диференціації навчання дозволить удосконалити навчально-пізнавальний процес, підвищити його результативність, сприятиме інтелектуальному розвитку, самостійності та творчій активності школярів.

У зв’язку зі стрімким розвитком інформаційних технологій в останні десятиліття, а також сучасними епідемічними умовами, особливого значення набула можливість використання дистанційного навчання в роботі закладів освіти. Так як самостійна робота є важливою складовою освітнього процесу, під час дистанційного навчання вона потребує особливої уваги вчителів, бо потрібно формувати нові підходи до її організації та контролю.

Метою статті є висвітлити особливості організації самостійної роботи учнів в процесі навчання математики, розкрити значущість самостійної роботи як ефективного засобу активізації пізнавальної діяльності учнів.

Основна частина

Самостійність учнів у навчанні є найважливішою передумовою повноцінного засвоєння знань, умінь і навичок. Часте і правильне застосування самостійного домашнього завдання може виховувати довільну увагу учнів, їх здатність міркувати, запобігати формалізму в процесі засвоєння знань, зазвичай сприймати самостійність як рису особистості. Це змушує виконувати різні самостійні завдання.

Одним із способів є ставлення до самостійної роботи як до відповідної форми освітнього процесу. Його стандартом для відгалуження від несамостійної роботи є безпосередня участь вчителів у навчанні. Мають на увазі, що цей вид роботи має певну тривалість. Дослідники, що розглядають дану проблему з цих позицій, виділяють навчальні ситуації, в яких учні зайняті протягом досить тривалого відрізку часу, але тривалість його чітко не визначена. Так, в Педагогічному енциклопедичному словнику самостійну роботу учнів визначено як «індивідуальна або колективна навчальна діяльність, що здійснюється без керівництва вчителя» [1].

Розуміння самостійної роботи, в якій остання зводиться до думок учнів і виражається лише через словесні відповіді, приховуючи небезпеку обмеження навчальної діяльності словесним характером, не призведе до самостійності та ініціативи студентів у освітньому процесі.

Самостійна робота учнів на уроці є невід’ємною частиною всіх ланок освітнього процесу. За змістом і характером підручника завдання можуть бути простими або складними, короткими або тривалими, що вимагає від учнів інтенсивної пізнавальної діяльності.

Основні дидактичні вимоги, які висувають при побудові системи самостійних робіт:

1. Система самостійних робіт повинна сприяти вирішенню основних дидактичних завдань – оволодінню учнями глибокими і міцними

DOI: https://doi.org/...

знаннями, розвитку у них пізнавальних здібностей, формуванню уміння самостійно здобувати, розширювати і поглиблювати знання, застосовувати їх на практиці.

2. Система повинна відповідати основним принципам дидактики, і перш за все, принципам доступності і систематичності, зв’язку теорії з практикою, свідомої і творчої активності, принципу науковості.

3. Завдання, які входять у систему, повинні бути різноманітні за навчальною метою і змістом, щоб забезпечити формування в учнів різноманітних умінь і навичок.

4. Послідовність виконання домашніх і класних самостійних робіт повинна логічно випливати з попередніх і готувати ґрунт для виконання подальших. У цьому випадку між окремими роботами забезпечуються не тільки «ближні, але і дальні зв’язки». Успіх вирішення цього завдання залежить не тільки від педагогічної майстерності вчителя, але і від того, як він розуміє значення і місце кожної окремої роботи в системі, у розвитку пізнавальних здібностей учнів, їх мислення і інших якостей [2].

Тому значення самостійної роботи в процесі навчання неможливо переоцінити. Самостійна робота сприяє формуванню самостійності як якості особи, сприяє реалізації принципу індивідуального підходу, дозволяє диференціювати навчальні завдання і тим самим сприяє досягненню дійсно свідомого і міцного оволодіння знаннями.

Одне з головних завдань сучасної математики – навчити учнів працювати самостійно. Зі стрімким збільшенням наукової інформації практично кожен, хто хоче працювати, повинен постійно оновлювати свої знання або навіть заново вчитися. Тільки так можна сформувати вміння й навички самостійної роботи.

Самостійна робота школярів є одним із основних методів систематичного та швидкого засвоєння матеріалів. Діти, які вчяться працювати самостійно, набувають навичок роботи з книгою і отримують більше задоволення від роботи, тому що самі долали перешкоди, шукаючи кращих шляхів швидкого виконання роботи та досягнення результату без сторонньої допомоги. Для самостійної роботи поставляються різні завдання. Це може бути розвиток певних навичок, перевірка володіння матеріалами, методами, вмінням пояснювати причини, а іноді навіть справжнім контролем.

У залежності від задачі самостійної роботи допускається або не допускається (при контрольній роботі) допомога вчителя, іншого учня, підручника й інших посібників.

Самостійна робота розвиває в учнів кмітливість, ініціативу, творчість, твердість волі, наполегливість і завзяття в роботі, дисциплінованість; сприяє зміцненню знань і навичок, дає можливість поглиблювати й розширювати знання, привчає до роботи з книгою; активізує викладання, надає можливість вчителеві вивчити можливість кожного учня в процесі його роботи, спостерігати й відзначати його сильні і слабкі сторони; полегшує проведення поточного обліку роботи учня.

Розглянемо деякі види самостійної роботи, використання яких сприяє усвідомленню позиції активного учасника освітнього процесу, позиції суб'єкта навчальної діяльності.

Видова характеристика самостійної роботи приводиться з урахуванням наступних критеріїв:

– часу і місця її здійснення;
– кількості учасників;
– характеру завдань, що виносяться на самостійну роботу.

Відомим різновидом самостійної роботи є *індивідуальна робота*.

Індивідуальна робота – самостійна робота в режимі колективної взаємодії. Термін індивідуальна робота нерідко використовується як синонім терміну самостійна робота і найчастіше, кажучи про самостійну роботу, мають на увазі саме індивідуальну роботу. Проте індивідуальна робота володіє достатньо чіткими критеріями, які дозволяють розглядати її як вид самостійної роботи.

Індивідуальна робота обмежується одним або в крайньому випадку двома учасниками: вчителем і учнем. Коли учню потрібна його допомога, вчитель виступає в ролі консультанта та організатора особистих завдань (в даному випадку персональне завдання є різновидом персонального уроку або консультації). Мета індивідуальної роботи – врахування особистих інтересів та особистісних особливостей, щоб учні мали можливість писати навчальні матеріали у зручний час. В процесі виконання індивідуальної роботи учень звільняється від впливу партнерів-лідерів, які нерідко пригнічують ініціативу. Відповідно до вимог особистої роботи сучасних організацій, учні повинні мати можливість вибирати з низки доступних навчальних матеріалів, які відповідають їхнім інтересам, потребам, і фактично можуть використовуватися індивідуально. Учень повинен мати нагоду самостійно вирішити, які завдання виконувати, регулювати швидкість виконання завдань і їх кількість, виходячи з розуміння того, наскільки міцно він освоїв матеріал.

Перша умова розвивального навчання зводиться до принципового рівня – індивідуалізації та диференціації освітнього процесу. Нагальна потреба в індивідуалізованому навчанні обумовлена індивідуальними відмінностями в якості учнів, від яких залежать результати навчання: рівень знань, умінь і навичок. Крім того, діти мають різні особливості, які постійно чи тимчасово впливають на їхню працездатність, мотивацію до навчальної діяльності, формування нових інтересів. Специфічна навчальна мета індивідуалізації – сприяння реалізації освітніх програм, поглиблення та розширення знань учнів. Індивідуалізація навчання сприяє збереженню та розвитку особистості учнів.

Іншим різновидом самостійної роботи є *домашня робота*. Домашня робота – це самостійна робота учня. У процесі індивідуалізації та

DOI: https://doi.org/...

диференціації домашніх завдань учитель має враховувати різний рівень самостійності:

1-й рівень – відтворення способів діяльності;

2-й рівень – застосування того самого способу діяльності «за зразком»;

3-й рівень – виконання вправ із застосуванням того самого способу, але в нових умовах, які вимагають хоч би незначного самосійного пошуку;

4-й рівень – створення пошукових ситуацій, коли школяр шукає способи діяльності, визначає завдання, які необхідно розв'язати.

Однією з важливих функцій учнівської домашньої роботи є сприяння формуванню в учнів самоконтролю та самооцінки, а також здійснення вчителем контрольно-оціночної діяльності. Сполучною ланкою, яка пов’язує клас учнів з домашнім завданням, є контрольна робота.

Спостерігаючи за виконанням учнями домашніх завдань і перевіряючи результат цього виконання, можна отримати картину успіхів учнів. Із цією метою вчитель застосовує різні види перевірки на уроці математики, наприклад:

• набуття учнями досвіду володіння загальними навчальними компетентностями (уміння спланувати всю роботу, розподілити її в часі, уміння працювати з підручником, уміння контролювати себе в ході та в кінці виконання роботи тощо);

• формування вмінь самостійно діяти в навчально-пізнавальній роботі;

• виховання морально-вольових якостей школярів (працелюбності, відповідальності тощо);

• сприяння творчому ставленню до навчання, підтриманню стійкого інтересу до самостійної роботи;

• формування рефлексивних умінь – здійснювати самоконтроль, самооцінку, ставити завдання для самовдосконалення тощо [3].

У процесі визначення завдань для домашньої роботи з математики вчитель має передбачати особливості змісту курсу математики.

Одним з видів самостійної роботи учнів з математики є *самостійне вивчення теорії за підручником*. Ця форма роботи організовується при вивченні нового матеріалу або при повторенні. Проводиться мотивація, ставиться мета, дається інструкція і система питань, на які учень повинен відповідати. Мета таких самостійних робіт – навчити учнів раціональним прийомам роботи з підручником математики, самостійного читання математичної літератури, прищепити інтерес до читання математичної літератури, навчити складати доповідь на математичну тему.

Велику увагу слід приділяти прищепленню культури роботи з книгою, вихованню вміння школярів читати підручник, математичну літературу. Пропонувати учням самостійно опрацьовувати за підручником теоретичний матеріал треба хоча б три – чотири рази за семестр (залежно від того, як вони вміють працювати з книгою). Основна мета таких завдань – навчити учнів читати математичний текст, інакше кажучи, навчити їх вчитися.

Математичний текст має свої особливості, а саме:

1) наявність багатьох математичних понять, термінів, формул, символів. Коли учень не знає хоч якого-небудь терміну чи символу, що є в тексті, він не зможе його зрозуміти;

2) наявність різних схематичних рисунків, тісно пов'язаних з текстом. На них треба дивитися паралельно з читанням тексту; читати доводиться не абзацами і навіть не реченнями, а частинами речень;

3) наявність багатьох шрифтів, якими виділяють означення, теореми, правила, примітки;

4) стиль викладання, чіткість, лаконічність, строгість. Читання математичної книги потребує максимальної уваги, міцних знань всього попереднього матеріалу;

5) у математичному тексті на кожному кроці доводиться зустрічатися з різними посиланнями на наведені раніше теореми, означення, задачі, аксіоми [4].

Уміння читати математичний текст виробляється поступово. Нові знання з алгебри чи геометрії сприймаються з певними труднощами. Тому потрібні поради вчителя щодо роботи з математичним текстом.

Під час навчання в закладі освіти учень повинен не тільки набути знань, умінь і навичок, а й навчитися самостійно здобувати ці знання, творчо застосовувати їх на практиці. Досягти цього допомагає реалізація всіх принципів навчання і, зокрема, принципу систематичності навчання, бо, як відомо, успіх будь-якої діяльності зумовлюється її цілеспрямованістю, упорядкованістю, послідовністю.

Висновки

Аналіз організації самостійної роботи в масовому педагогічному досвіді вчителів та можливостей організації різноманітних видів самостійної роботи у завданнях підручника, а також узагальнення результатів спостереження після уроків, дозволяють констатувати, по-перше, що самостійна робота учнів має певну структуру (складається з трьох етапів: підготовки (інструктажу), виконання та тестування), по-друге, наявність певних змін, які відбулися в організації самостійної роботи (розширення видів самостійних завдань, зростання завдань, що сприяють розвитку пізнавальної діяльності).

На основі аналізу психолого-педагогічної літератури визначено організаційні умови виконання самостійних завдань на уроках математики: різноманітність змісту і характеру навчальних завдань, їх диференціація, організаційний контроль і самоконтроль навчальної діяльності.

Тому для успішного виховання пізнавальної самостійності учнів необхідно формувати в учнів пізнавальну проблематику, виховувати бажання та вміння працювати самостійно, досягати результатів із наполегливістю у самостійному виконанні завдань. Цей шлях формування полягає в раціональному поєднанні регенеративної та продуктивної діяльності для збільшення частки деяких пошукових методів: запровадження спеціальної системи пізнавальних завдань, використання ефективних засобів управління пошуковою діяльністю учнів на різних етапах навчання.

Література

1. Гончаренко С.У. Український педагогічний енциклопедичний словник. Вид. 2, допов. й виправ. Рівне : Волинські обереги, 2011. 552 с.
2. Освітні технології : Навч.-метод. посіб. / О.М. Пєхота, А.З. Кіктенко, О.М. Любарська та ін.; За заг. ред. О.М. Пєхоти. Київ : А.С.К., 2001. 256 с.
3. Сіра Т. М. Батьки і домашні завдання. *Фізика в школах України*. 2013. №22 (242), 2013 р.
4. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні основи вивчення математики : Методичний посібник. Київ : Рад. школа, 1983 р. 192 с.

Taras Y. Gritsenko, Tatiana V. Turka, Tetiana V. Shulyk
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Peculiarities of organizing independent work of students in the process of studying mathematics

The article is devoted to the peculiarities of organization of independent work of students in the process of studying mathematics, coverage of some kinds of independent work, the use of which helps to realize the position of active participant of educational process, reveal the importance of independent work as an effective means of activation of cognitive activity of pupils.

Keywords: *independent work, cognitive activity, didactic requirements, individual work.*

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ТА ВИЩОЇ ОСВІТИ

УДК 372.853

Лимарєва Ю.М., Масич В.В., Єкімов Є.О.

[1.] *кандидат педагогічних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри фізики ДВНЗ «ДДПУ»,*
e-mail: ulialymareva23@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-5828-0231
[2.] *доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики ХНПУ ім. Г. С. Сковороди,*
e-mail: antineutrino9@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-8943-7756
[3.] *магістрант 1 курсу фізико-математичного факультету ДВНЗ «ДДПУ».*
e-mail: yevgeniy.yekimov@gmail.com, ORCID ID 0000-0003-1336-5289

ГРАФІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ВАЖЛИВИЙ ЕТАП ВИРІШЕННЯ ФІЗИЧНОЇ ЗАДАЧІ

У статті акцентовано увагу на необхідності формування у здобувачів освіти навичок активного використання наочності під час вирішення фізичних задач. Зазначені прийоми візуалізації можуть стати в нагоді для визначення можливих шляхів пошуку рішень та обрання доцільнішого для отримання кінцевого результату з мінімальною витратою часу та енергії. Сформованість стійких навичок різноманітної роботи з графічною інформацією є ознакою наявності свідомого підходу особистості до вирішення поставленої задачі та до навчання в цілому.

Ключові слова: *навчальний процес, фізична задача, повторюваність, запитання, наочність, навички, свідомість, здатність, активність.*

Вступ

Питання наочності та візуалізації багаторазово висвітлювалися у методичній літературі. Та на перший погляд здається, що вона є остаточно дослідженою, а її актуальність вже давно вичерпала себе. Між тим, це помилкове враження, бо звертаючись до практики знається, що вона все більше загострюється. І показником того виступає результативність навчання, успішність здобувачів освіти під час виконання практичних завдань найрізноманітнішого спрямування. Окремим аспектом проблеми є наочне моделювання фізичних процесів та відтворення вхідної інформації у графічній формі. Отже, **метою** статті є розгляд основних видів графічного унаочнення змісту фізичних задач та дидактичної доцільності їх використання.

Основна частина.

Відомий той факт, що переважна більшість здорових людей 80 % вхідної інформації сприймає через органи зору.

«Вага» наочності яскраво висвітлена у народному прислів’ї «Краще один раз побачити, ніж 100 разів почути».

Наочність у навчанні має відображати максимально суттєві елементи, аби не розсіювати увагу, бо сприймається вона не одномоментно, а викладач повинен поєднувати наочність з поясненням. Адже його слово передусім спрямовує безпосереднє сприйняття змісту навчального матеріалу, відображеного в наочності, в певній послідовності, допомагає осмислити спостережуване і сформулювати зв'язки між фактами і явищами. Тому принципово важливим для педагога є усвідомлення того, що, коментуючи наочність, він дає додаткову інформацію про спостережуваний об'єкт чи явище, їхні зв'язки, які не сприймаються безпосередньо.

Видатні педагоги, такі як М. М. Коцюбинський, Т. Г. Лубінець та інші, наполягали на візуалізації через екскурсію: вона поставала поштовхом, мотиватором, стартовим етапом у здійсненні активної розумової та практичної діяльності здобувачів освіти та одночасно витупала індикатором свідомого ставлення особистості до практичного навчання та здатності до успішного здійснення самоосвітньої діяльності.

Наочність у фізичній задачі постає у вигляді експерименту, графіку, малюнка, таблиці чи схеми. Тому, графічні та текстово-графічні задачі вимагають аналізу наявних наочностей та їх поєднання у створенні фізичної моделі. Дуже часто, наявні графічні елементи натякають на шляхи пошуку рішення. Єдиною причиною «дискомфорту» можуть бути графіки, якщо здобувач не був своєчасно навчений їх «читати».

Максимально безпроблемними для учнів у вирішенні є текстові задачі. У збірках вони складають переважну більшість. Значна їх кількість вирішується учнями на основі поєднання відомих даних у визначену формулу або відтворення певного алгоритму. Такі задачі переважно виконують роль тренувальних завдань для відпрацювання навичок механічного застосування визначеного математичного апарату покладеного в основу фізичної задачі.

Зовсім інший бік проблеми наочності фізичної задачі криється у необхідності «унаочнення» текстової інформації, її візуалізації. Така робота із текстовою задачею має на меті:

– проведення поточного моніторингу навичок створення фізичних моделей, розуміння суті фізичного явища;

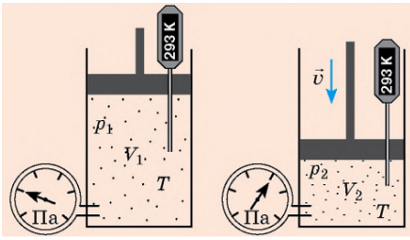
– висвітлення варіанту пошуку рішення, конкретизація;

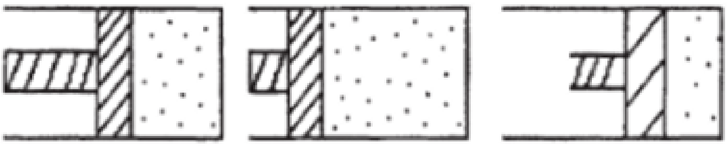
– спрощення вирішення та можливість знаходження максимально простого рішення.

Унаочнення є обов'язковим етапом (елементом) у вирішенні фізичної задачі. Тому, для наочного висвітлення важливості графічного відтворення інформації наведемо кілька прикладів базових фізичних задач, що використовуються під час вивчення фізики у ЗЗСО.

1. Як змінюється концентрація молекул ідеального газу під час ізотермічного процесу?

Унаочнення може податися, наприклад, двома запропонованими малюнками.

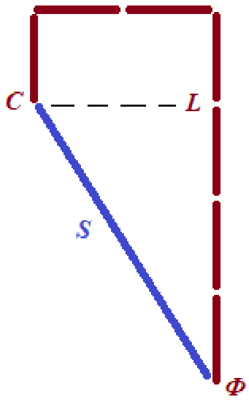




а б в

При цьому, перший із них моделює ізотермічний процес під час вивчення нового матеріалу. Подане на малюнку 2 унаочнення (схематично змодельовані процеси: Б-розширення, В-стискання) натякає на відповідь до поставленої якісної задачі. Окрім того, отримання відповіді спрощується відмовою, у такий спосіб, від застосування аналітичного методу вирішення задачі (від використання певної кількості формул та аргументування доцільності їх використання).

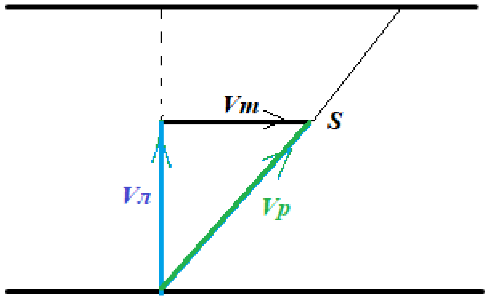
2. Взявши старт на північ турист двічі повертав праворуч проходячи при цьому шлях вдвічі більший ніж попередня ділянка. Який шлях подолав турист та яким було його переміщення? Мінімальна з відстаней, яка була подолана, дорівнює x.



Задача вимагає створення графічної моделі умови з метою уникнення випадкової появи помилки під час розрахунку. Задача елементарна, тим не менш поспішність може зіграти злий жарт у отриманні правильної відповіді, що однозначно виключається за умови створення малюнку.

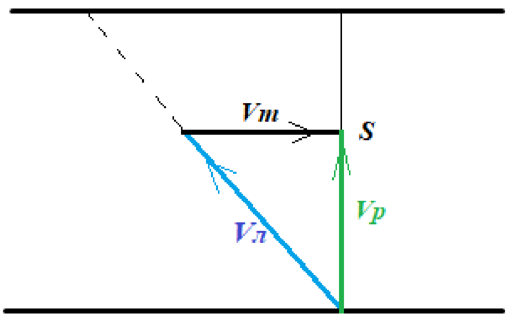
3. Людина перепливає річку завширшки S (власна швидкість людини та швидкість течії відповідно дорівнюють $V_л$ та $V_т$). Скільки часу триватиме переправа?

А) спрямовуючи свій рух перпендикулярно до берегів.



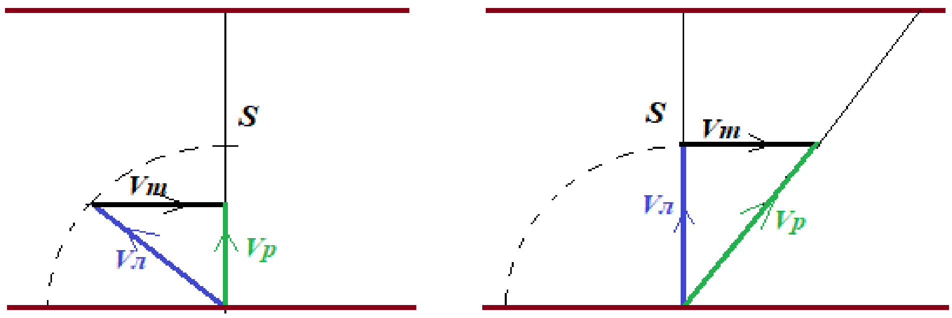
Унаочнення умови допомагає встановити, що в умові є зайві дані, визначити їх та використати лише необхідні для отримання відповіді.

Б) рухаючись найкоротшим шляхом.



Створення графічної моделі задачі забезпечує розуміння результату сумісного впливу вільного та вимушеного переміщення людини: результуюча швидкість має бути спрямована перпендикулярно до берегів (вздовж найкоротшого шляху).

В) Доведіть, як саме має рухатися людина, щоб дістатися іншого берега за мінімальний час.

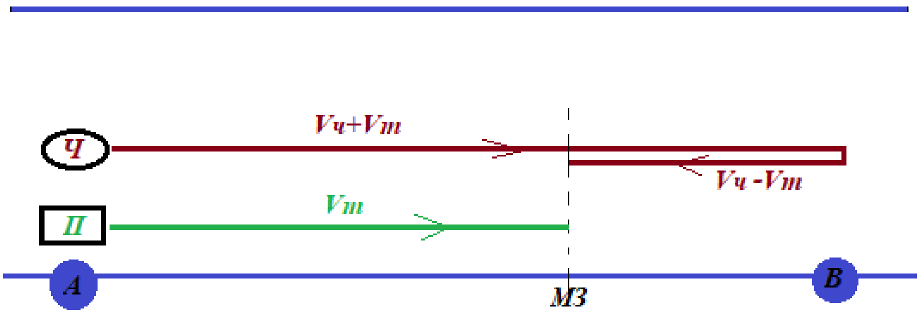


Швидкість людини є величиною сталою. Так само людина не може впливати на дію течії. Зважаючи на те, що швидкість течії не впливає на швидкість руху людини у напрямку перпендикулярному до берегів, то, відповідно, результат буде залежати лише від «внеску людини» у подолання відстані ***S*** між берегами.

DOI: https://doi.org/...

Ця задача є прикладом отримання відповіді на поставлене запитання лише завдяки правильному графічному моделюванню і взагалі не вимагає проведення обчислень.

4. Пліт та човен рухаються річкою між населеними пунктами ***A*** і ***B*** та у зворотному напрямі. Визначте яку відстань подолає пліт до першої зустрічі з човном. Відстань між пунктами ***S***, власна швидкість човна та швидкість течії відповідно дорівнюють ***Vч*** та ***Vт***.



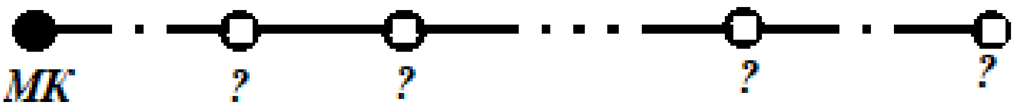
Правильна графічна інтерпретація умови неодмінно наштовхне учня правильні подальші кроки, враховуючи, що:

– час руху тіл однаковий;
– пліт рухається лише за течією;
– на шляху ***A→B*** течія допомагає човну рухатися, а на шляху ***B→A*** – заважає;
– пліт та човен разом пройшли дві відстані ***S*** між поселеннями.

5. І наостанок, **задача Незнайки**. Незнайка отримав задачу в умові якої випадково переплутали послідовність речень. Допоможи у найкоротший строк отримати відповідь.

– Герой вирушив у подорож із Міста Квітів до Міста Чарівників.
– У Смарагдовому місті жодних змін не відбулося.
– Відстань між стартом та фінішем становить 260 км.
– Подорож розпочалася о 5 годині ранку.
– Останній проміжок подоланий зі швидкістю 20 км/год.
– У Місті Зірок відбулася запланована зупинка тривалістю 30 хвилин.
– Від Міста Зірок до селища Лісова Поляна герой рухався зі швидкістю 15 км/год.
– На кожній ділянці герой рухався прямолінійно рівномірно.
– Від початку руху до Смарагдового міста мандрівник рухався зі швидкістю 20 км/год.
– Від Лісової Поляни до Міста Чарівників 25 км.
– Від Міста Зірок так само далеко до Міста Квітів як і до міста Чарівників.
– О котрій годині герой дістанеться фінішу?

Така задача виступає яскравим прикладом 100%-го «невирішення» задачі без унаочнення умови через складання маршруту руху героя.



Отже, у задачах такого типу, як можна бачити що унаочнення виступає обов’язковим елементом (етапом) у пошуку відповіді.

Висновки

На основі вище зазначеного можна зробити **висновок**, що практика викладання фізики у ЗЗСО дає можливість констатувати, що проблема унаочнення вхідної інформації впродовж вивчення фізики є значною дидактичною проблемою. Вона полягає у необхідності навчати максимально якісно опрацьовувати різні види графічної інформації, поєднувати їх між собою, подавати фізичні явища та процеси у графічному вигляді (створювати фізичні моделі) та використовувати наочну інформацію для пошуку відповідей на поставлені запитання.

Проблема залишається актуальною та вимагає активності як від учителя, так і від здобувачів освіти; вимагає подальшого вивчення та винайдення раціональних прийомів її подолання під час організації освітнього процесу, що й становитиме перспективу подальших розвідок.

Література

1. Барибіна О. В. Проблема практичних методів навчання (за сторінками підручників з педагогіки) / О. В. Барибіна // Засоби навчальної та науково-дослідної роботи: Зб. наук. пр. – Харків: ХДПУ ім.. Г. С. Сковороди, 2005. – Вип. 19. – С. 159 – 163.
2. Лимарєва Ю. М., Єкімов Є. О. Наочність у фізичній задачі / Матеріали II Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2021» Форум молодих дослідників» (12 листопада 2021 року) Суми. 2021. Р. 84 – 86.
3. Подалов М. Использование принципа наглядности в формировании исследовательской компетенции / М. Подалов / – Наукові записки. – Випуск 4. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім.. В. Винниченка, 2013. – С. 78 – 81.
4. Шарко В. Д. Сучасний урок фізики: технологічний аспект : посіб. для для вчителів і студ. / В. Д. Шарко. – К. : Есе, 2005. – 220 с.

DOI: https://doi.org/...

Yuliya N. Lymareva, Vitalii V. Masych, Yevhenii A. Yekimov
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Ukraine.

Graphic modeling as an important stage of solving a physical problem

The article focuses on the need to develop in students the skills of active use of clarity in solving physical problems. These visualization techniques can be useful to identify possible ways to find solutions and determine which of them can be used to obtain the end result with minimal time and energy. The formation of stable skills of various work with graphic information is a sign of a conscious approach of the individual to learning in general.

Keywords: *learning process, physical task, repetition, questions, clarity, skills, consciousness, ability, activity*.

УДК 372.853

Лимарєва Ю.М., Масич В.В., Турка В.М.

[1.] *кандидат педагогічних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри фізики ДВНЗ «ДДПУ»,*
e-mail: ulialymareva23@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-5828-0231

[2.] *доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики ХНПУ ім. Г. С. Сковороди,*
e-mail: antineutrino9@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-8943-7756

[3.] *викладач фізики вищої кваліфікаційної категорії, в. о. директора Слов'янського енергобудівного технікуму*
e-mail: vnturka@gmail.com, ORCID ID 0000-0001-6445-2223

НАВЧАЛЬНА «ПАСТКА» ЯК МЕТОДИЧНИЙ ПРИЙОМ АКТИВІЗАЦІЇ РОЗУМОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ

Стаття присвячена дослідженню проблеми активізації розумової діяльності здобувачів освіти через використання проблемних завдань, що містять помилки та протиріччя. Розглянуто приклади, що дають підстави учителю самостійно варіювати рівень складності та форми подачі матеріалу з урахуванням індивідуальних особливостей здобувачів освіти. Розкрито можливості формування компетентностей для подолання шаблонних алгоритмічних підходів до вирішення фізичної задачі.

Ключові слова: *навчальний процес, методичний прийом, розумова діяльність, активність, запитання, вмотивованість.*

Вступ

Формування навичок свідомого та комплексного застосування знань є запорукою результативності навчання та можливості, відповідно, отримання високого ККД освітньої діяльності.

Зазначена проблема не є новою. Між тим із плином часу та з урахуванням динаміки освітнього процесу взагалі, вона вимагає винайдення, апробації та впровадження нових або вдосконалення й зміни вже відомих методів та прийомів навчання.

Досвід роботи свідчить про те, що одним із вдалих сучасних прийомів активізації діяльності здобувачів освіти є навчальна «пастка». Тому за **мету** статті ставимо розкриття поняття навчальної «пастки» та подання на прикладах можливої умовної їх класифікації.

Основна частина

Навчальна «пастка» може буди визначена як навмисно створена ситуація, що натякає на заздалегідь хибний шлях вирішення проблеми та отримання правильного результату. Однією із можливих основ для такої класифікації може стати система відомих базових методів та прийомів навчання фізиці.

Найпоширенішою є «пастка» на основі помилки (навмисної). Так під час отримання розрахункової формули до задачі, яку пояснює вчитель, «випадково» на певному етапі позначення деяких фізичних величин займають помилкове місце або взагалі втрачаються, тоді кінцева формула може подаватися як з помилкою так і без неї. При цьому подальше завдання може полягати у пошуку помилки.

Наприклад: При вивчені газових законів, що отримуються на основі рівняння Мєндєлеєва-Клапейрона $pV=mRT/M$, підсумкова таблиця може виглядати приблизно так: звідки $m= pVR /(MT)$ або $m= pVM / T$ – маса речовини у посудині.

Або створення на основі «правильного» пояснення нового матеріалу підсумкової «помилкової» таблиці.

Нариклад:

СТАЛИЙ ПАРАМЕТР	**ПРОЦЕС**	**ЗАКОН**	**ФОРМУЛА**
Т - температура	ізотермічний	Бойля-Маріотта	$p_1V_1= p_2V_2$
Р - об'єм	ізобаричний	Гей-Люссака	$V_1/V_2=T_1/T_2$
V - тиск	ізохоричний	Шарля	$P_1/T_1=P_2/T_2$

Створення навчальної «пастки» також може відбуватися через порушення логічності.

Наприклад, при розгляді ІІ закону Ньютона. Яка з наведених формул є правильною ***a=F/m*** чи ***F=ma*** ?

А) Причиною зміни руху є взаємодія, а отже – сила, зовнішній вплив, як вимірювана характеристика. Маса ж взагалі жодним чином у класичній механіці не залежить від прискорення і є сталою величиною. Отже, сила та маса виступають незалежними параметрами, а прискорення – залежною величиною. Тому, перший вираз є логічнішим ніж другий.

В) Для зміни швидкості тіла більшої маси треба докласти більшу силу та щоб тіло швидше змінило швидкість (набуло більшого прискорення) треба також докласти більшу силу. Отже, логічніший другий вираз?

Наведений приклад дає підстави стверджувати, що для розуміння фізичних процесів, що відбуваються навколо принципово важливим є формування здатності в учнів встановлювати логічні причинно-наслідкові зв'язки.

Для закріплення вивченого або первинного застосування матеріалу стають в нагоді якісні задачі. Вони також можуть містити «провокацію» (навмисну помилку) у формулюванні.

Наприклад: При вивченні кипіння доречною буде така якісна задача. Зростання об'єму бульбашки при кипінні супроводжується зростанням тиску у ній. Це суперечить закону Бойля-Маріотта. Як пояснити явище?

Або *наприклад*: Супутник Землі робить перший оберт за 1 год 40 хвилин, а другий за лише 100 хвилин. Як можна пояснити причину цього явища?

Готовий розв'язок із «пасткою» може бути запропонований для самостійного розгляду. Подальший розгляд задачі та викриття «пастки» є показником якості проведення самостійної діяльності здобувачів освіти. При цьому варто зазначити, що індикатором якості опрацювання наданої інформації є наявність питань та / або висловлювання власної позиції (думок) стосовно задачі та її запропонованого рішення. При цьому слід звернути увагу на можливість ускладнення завдання через зміну його формулювання наприклад: «Перевірити правильність». Порівняно від попереднього таке формулювання відрізняється тим, що невідомо чи є насправді помилка, чи її немає та скільки саме тих помилок є. Таку пастку доцільніше використовувати для навчання здобувачів, що мають високий рівень навчальних досягнень або для студентів у закладах вищої освіти.

Наприклад: Визначити масу речовини (вважайте її ідеальним газом), що знаходиться під поршнем (1 літр вуглекислого газу за нормальних умов).

Масу речовини можна знайти скориставшись рівняння Мєндєлеєва-Клапейрона: $pV=mRT/M$, звідки $m= pVR /(MT)$ – «помилкова» маса речовини.

За умовою:

об'єм V=1 л = 10^{-3} м^3,

температура t=27 ^{0}C (або T=27+273=300 K) та тиск p=10^6 Па.

молярна маса CO_2 дорівнює M=12+16*2=44 г/моль=44*10^{-3} кг/моль.

універсальна газова стала R=8,31 Дж/(кг*K).

Далі можливі, принаймні, два підходи (на вибір учителя):

1 – користуємося правильною формулою для обчислення результату:

Тоді, m=10^6 * 10^{-3} *44*10^{-3} / 8,31*300 ≈ 0,01765 (кг) ≈ 17,65 (г).

2 – користуємося хибною формулою для обчислення результату:

Тоді, m=10^6 * 10^{-3} *8,31/ 44*10^{-3} *300 ≈ 629,546 (кг) ≈ 629,55 (кг).

Однак, літрова банка з вуглекислим газом не може мати масу близько 630 кг. Тому, наведений приклад переконує у необхідності формування в учнів звички намагатися за допомогою логічних умовиводів перевіряти результат на достовірність.

Класичною «пасткою» можуть бути завдання щодо встановлення залежності різних характеристик речовини або приладів від однієї з вимірюваних.

Наприклад, визначення залежності:

А) опору або питомого опору від сили струму та напруги, що натякає у пошуку відповіді на використання закону Ома та спрямовує думку хибним шляхом;

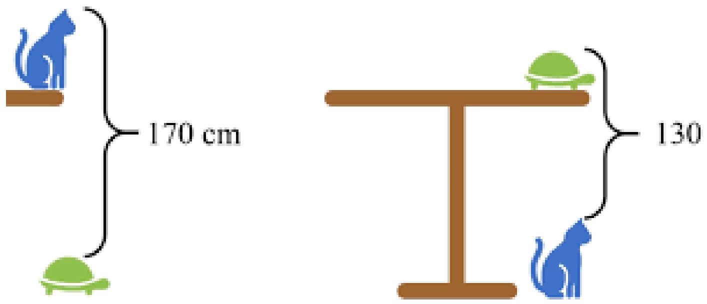
В) ємності конденсатора від напруги та заряду, до кожної з яких також першочергово виникає бажання щодо використання хибної формули для відповіді.

Завдання з недостатніми даними в умові націлені на формування комплексного бачення поставленої проблеми та набуття компетентностей для здатності різнобічного її вирішення.

Наприклад: Запропонувати кілька способів прямого та опосередкованого визначення об’єму твердих тіл та рідин. При цьому доречним буде мати на увазі запитання без відповіді: «Чи можна взагалі визначити об’єм твердого тіла прямим способом?». Саме воно надасть можливість вчителю встановити глибину та різнобічність у підходах здобувачів освіти до пошуку відповідей.

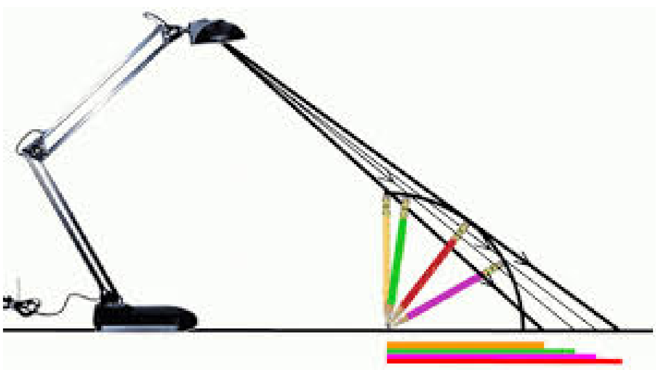
Пасткою може бути задача на основі експерименту або графічної інформації.

Наприклад: Яку максимальну роботу може виконати сила тяжіння, що діє на кожну з тварин (маси тварин вважайте рівними по 2 кг)? Визначте як відрізняються потенціальні енергії взаємного розташування кожної з тварин відносно іншої.



Пасткою також може виступати експериментальна задача.

Наприклад: Олівець, що стоїть перпендикулярно на столі, починає падати. Його положення показані різними кольорами. Олівець освітлений точковим джерелом світла. Одночасно з падінням дослідник фіксує тіні від олівця. Чи правильний малюнок подав дослідник для перевірки? Якою буде мінімальна тінь? Чи однозначною є відповідь?



Будь-яка <u>прикладна задача</u> є своєрідною пасткою, бо за своєю суттю вимагає інтеграції знань з різних навчальних дисциплін.

Наприклад: Визначте, яку суму коштів за місяць (рік) витратить родина даремно, якщо хтось буде щодня забувати вимкнути на 1 годину світильник на 4 лампочки потужністю 60 Вт та телевізор потужністю 150 Вт.

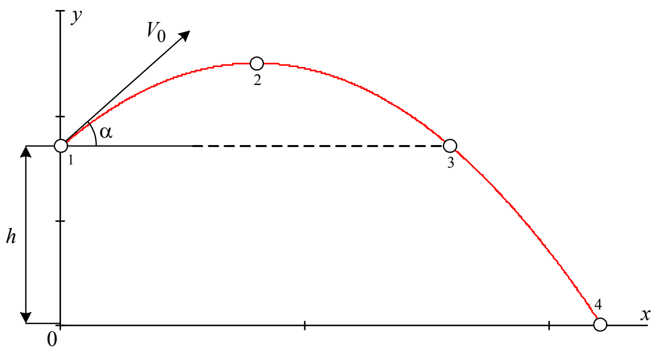
Окремим видом навчальної пастки може бути <u>багатоетапна фізична задача підвищеної складності</u>. Зазвичай, у таких задачах вимагається визначення великої кількості величин за умови дуже обмеженої кількості заданих.

Наприклад: Тіло кинули під кутом 20^0 до горизонту зі швидкістю 12 м/с з висоти 15 м. Тіло рухається у полі сили тяжіння.

A) Визначити для тіла висоту підняття, дальність польоту, швидкість у момент падіння, кривизну траєкторії у верхній точці, шлях, який пройшло тіло, переміщення від максимальної висоти та загальне переміщення.

B) Записати рівняння руху, швидкості та траєкторії.

C) Побудувати графіки залежності швидкості, модуля швидкості, вертикальної та горизонтальної координати від часу, а також графік траєкторії за весь час руху.



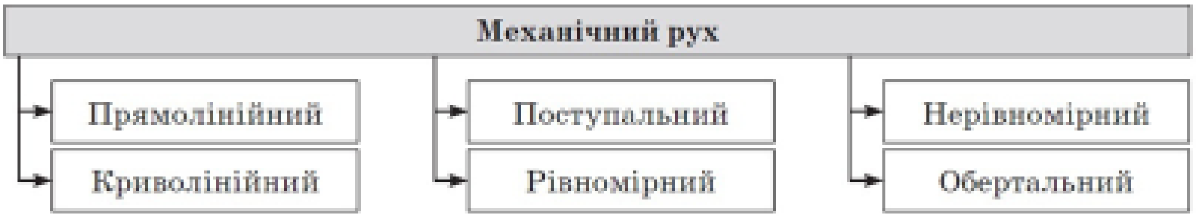
Варто при цьому зауважити, що наявність (відсутність) в умові супровідної графічної інформації має залишитися на вибір учителя: візуалізація умови текстової фізичної задачі та графічне відтворення є окремим етапом її вирішення.

Не менш успішною «пасткою» для стане <u>навмисна обірваність</u> лекції чи розповіді на певному запитанні (можливо, не до кінця вирішеному), але, разом із тим, з подальшим «неповерненням» до нього після перерви. Такий підхід чітко визначатиме свідомий підхід до отримання освіти: зацікавленість темою розмови та розглядуваними питаннями викриє себе через нагадування про необхідність подальшого розгляду «перерваного» питання.

<u>Методична помилка</u> як навчальна «пастка» стане в нагоді при роботі зі студентами (майбутніми учителями фізики). Так, *наприклад,* під час вивчення методів та прийомів навчання подання домашнього завдання можна запропонувати у вигляді такого слайду (див. приклади нижче) та запропонувати дати методичну оцінку.

DOI: https://doi.org/...

або



Так на першому слайді його основа (картинка) та запропонована задача за тематикою зовсім не відповідають одна одній. Для більшого контрасту та звуження можливостей для пошуку «пастки» можна навести план-конспект уроку, що добре розроблений, наголосити на виваженому ускладненні підібраних задач і т. ін. (аби відволікти увагу).

На другому – подана класифікація механічного руху за формою траєкторії та характером зміни швидкості є переплутаною та змішаною, що не є припустимим.

Висновки

На основі вище зазначеного можна зробити **висновок**, що навчальна «пастка»:

– здатна робити вагомий внесок у свідоме навчання здобувачів освіти з фізики;

– з методичної точки зору є виправданою для використання у навчальному процесі у закладах освіти різних рівнів;

– розкриває можливості учителю для широкого варіювання залежно від дидактичної мети, рівня сформованості базових знань учнів та набуття ними відповідних компетентностей;

– здатна забезпечити можливість урізноманітнювати завдання під час роботи зі здобувачами освіти, що мають високий рівень навчальних досягнень та з обдарованим учнями;

– вимагає активності й винахідливості від учителя, а також його самовдосконалення.

Зазначена тема не є остаточно дослідженою, вимагає подальшого щільнішого розгляду в проекції на особливості вивчення певних тем або розділів фізики як загальноосвітньої навчальної дисципліни. Тому перспективи подальших розвідок доцільно зорієнтувати в напрямку визначення тем та розділів фізики які перш за все потребують використання такого методу з метою підняття рівня зацікавленості матеріалом та вмотивованості здобувачів освіти.

Література

1. Горденко Т. Елементи технології навчання як дослідження на уроках фізики / Т. Горденко / – Наукові записки. – Випуск 4. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2013. – С. 133 – 138.
2. Подалов М. Использование принципа наглядности в формировании исследовательской компетенции / М. Подалов / – Наукові записки. – Випуск 4. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2013. – С. 78 – 81.
3. Шарко В. Д. Сучасний урок фізики: технологічний аспект :посіб. для для вчителів і студ. / В. Д. Шарко. – К. : Есе, 2005. – 220 с.

Yuliya N. Lymareva, Vitalii V. Masych, Victor N. Turka
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Ukraine;
Slavyansk energobuilding technical school, Ukraine.

Training trap as a methodical method of activating mental activities of educators

The article is devoted to the study of the problem of activating the mental activity of students through the use of problematic tasks that contain errors and contradictions. Examples are given that give teachers a reason to independently vary the level of complexity and forms of presentation of the material, taking into account the individual characteristics of students. Possibilities of formation of competences for overcoming of standard algorithmic approaches to the decision of a physical problem are proved.

Keywords: *educational process, methodical reception, mental activity, activity, questions, motivation*.

УДК 372.853

Лимарєва Ю.М., Масич В.В., Олійник О.М.
[1]*кандидат педагогічних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри фізики ДВНЗ «ДДПУ»,*
e-mail: ulialymareva23@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-5828-0231
[2]*доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики ХНПУ ім. Г. С. Сковороди,*
e-mail: antineutrino9@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-8943-7756
[3]*магістрант 1 курсу фізико-математичного факультету ДВНЗ «ДДПУ».*
e-mail: oleksandr.don.obl@gmail.com, ORCID ID 0000-0003-1886-2912

БАГАТОЕТАПНІ ГРАФІЧНІ ЗАДАЧІ З ФІЗИКИ У НАВЧАННІ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ, ЩО МАЮТЬ ВИСОКИЙ РІВЕНЬ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ

Стаття присвячена дослідженню проблеми роботи зі здібними учнями, що навчаються у звичайних, різнорівневих колективах закладів загальної середньої освіти. На прикладі графічних задач з фізики, що передбачають багато етапів у розв’язку, показано можливі шляхи їх використання на уроках під час організації навчання на високому рівні складності.

Ключові слова: *навчальний процес, логічна послідовність, самостійність, графічна задача, індивідуальна робота, складність.*

Вступ

Досвід роботи у закладах загальної середньої освіти дозволяє стверджувати, що робота зі здібними учнями (які не становлять більшість у звичайних класах) стає все більшою проблемою з огляду на продуктивність роботи кожного в межах навчального колективу в цілому. В більшості випадків це саме ці учні які позбавлені достатньої уваги викладачів. Це стає приводом для втрати зацікавленості та результативності навчання особистості.

Якщо ж говорити про сучасні профільні класи, то для більшості здобувачів освіти навчання на високому рівні складності не є великою проблемою. Отже, **метою** статті є встановлення та висвітлення, на прикладі багатоетапних графічних задач, можливостей проектування основних методів та прийомів вивчення фізики на організацію роботи здібних учнів, що навчаються у різнорівневих колективах.

Основна частина

Продуктивна робота з учнями високого рівня успішності в умовах різнорівневого учнівського колективу вимагає урізноманітнення методів роботи з метою утримання високого рівня пізнавальної активності тривалий час аби такі учні не ставали «одинаками» та повноцінно розвивалися у межах власних природніх можливостей.

Важливим чинником плідної роботи є підтримка вчителя (обов'язкова відповідь на всі питання, що ставить учень) та найтісніший зв'язок змісту, методів роботи та технологічних прийомів з «мрією» учня.

Враховуючи вище зазначене, в умовах різнорівневого учнівського колективу продуктивну роботу з учнями, що мають високий рівень навчальних досягнень можна поділити на такі різновиди як навчання на підвищеній швидкості та високому рівні складності, а також творча робота.

У порівнянні з двома іншими навчання на високому рівні складності створює максимальні навантаження на особистість: індивідуальні задачі з великим «кроком складності», завдання підвищеної складності, нетипові завдання та багатоетапні задачі.

Зупинимося окремо на багатоетапних графічних задачах. Вони стають знахідкою для вчителя під час організації індивідуальної роботи зі здібними учнями у звичайних учнівських колективах з кількох причин:

– передбачають високу самостійність роботи учня та дають можливість її стимулювати через натяки та допоміжні запитання;

– висвітлюють незрозумілі для учня елементи та, тим самим, вказують учителю на напрям подальшої співпраці;

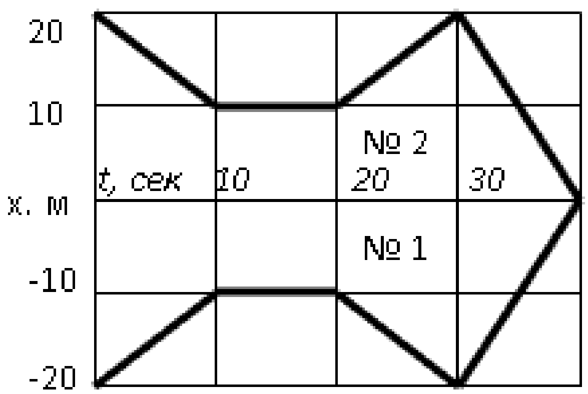
– створюють ситуації для підтримки впевненості учня у власних силах та можливість самостійного продуктивного навчання поза освітнім закладом;

– мотивують до взаємодії,

– формують навички задавати запитання та розширювати власні світоглядні позиції через аналіз різного світосприйняття іншими;

Більшість таких завдань вимагають комплексного застосування знань. Розглянемо їх особливості на прикладах.

1. «Вартові». Двоє вартових, рухаючись прямолінійно, охороняють протилежні боки одного невеликого об'єкту. Графіки залежності координат вартових від часу дано на малюнку:



Побудуйте:

1) Графіки залежності швидкості від часу;
2) Графік залежності швидкості першого вартового відносно другого від часу.

Задача не виявляється складною для учнів які вільно можуть оперувати графіками:

– Аналіз графіку – усвідомлення того «що саме» відображено (зміни яких характеристик);

– Встановлення характеру змін та створення аналітичної моделі (рівняння руху);

– Визначення характеристик (швидкості) на основі аналітичної або графічної моделі;

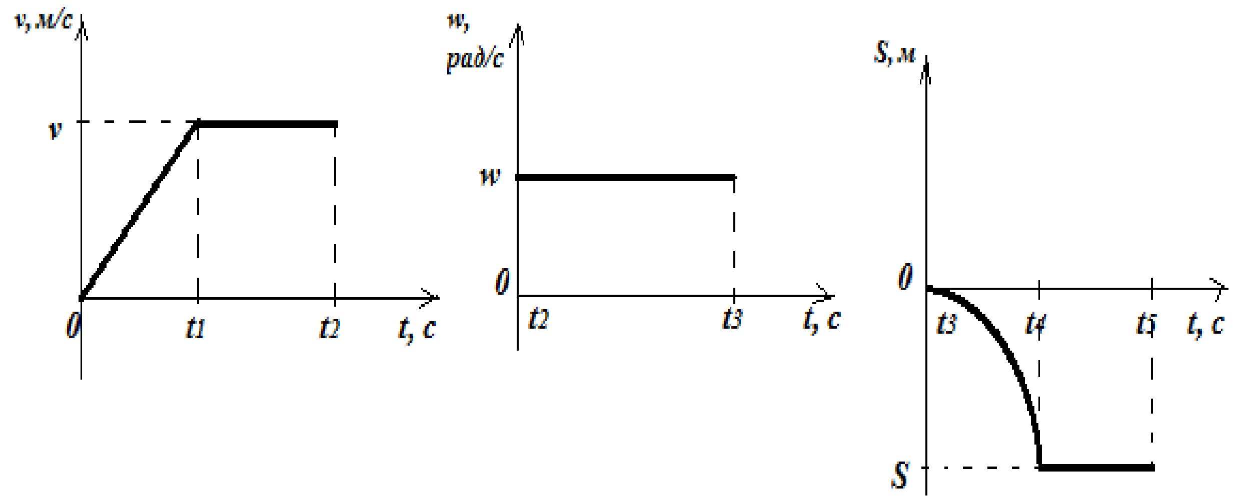
– Проведення математичних перетворень (рівняння швидкості на основі рівняння руху);

– Перетворення аналітичної залежності у графічну (побудова графіка швидкості за рівнянням «по точках»).

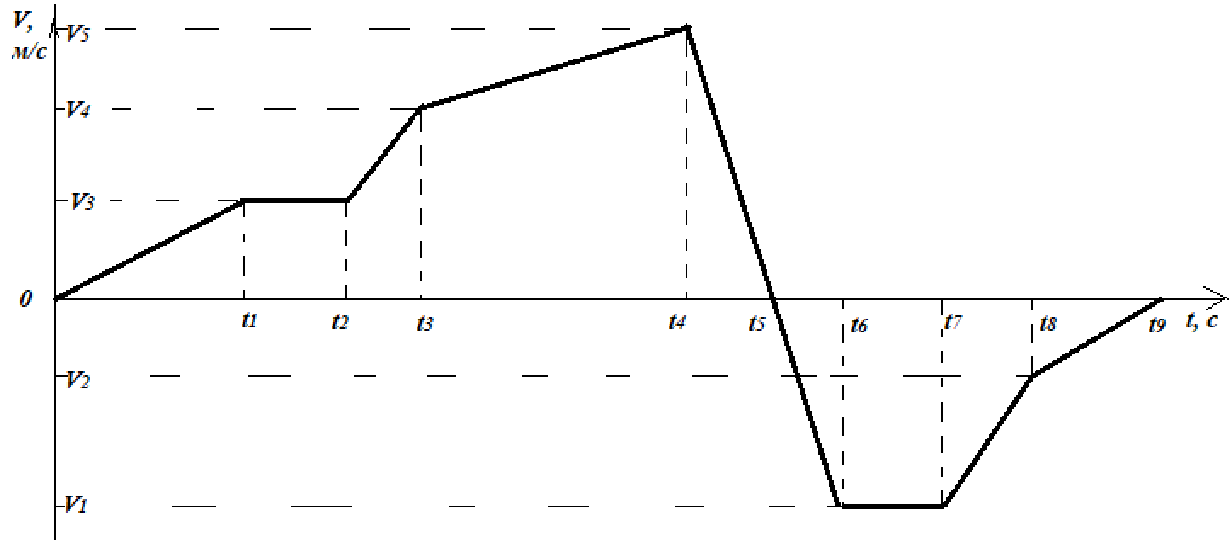
Визначений у такий чи аналогічний спосіб план дій призводить до послідовного отримання бажаного результату та формування здатності комплексного застосування знань, а також вчить самоорганізації власної діяльності (в т. ч. навчальної).

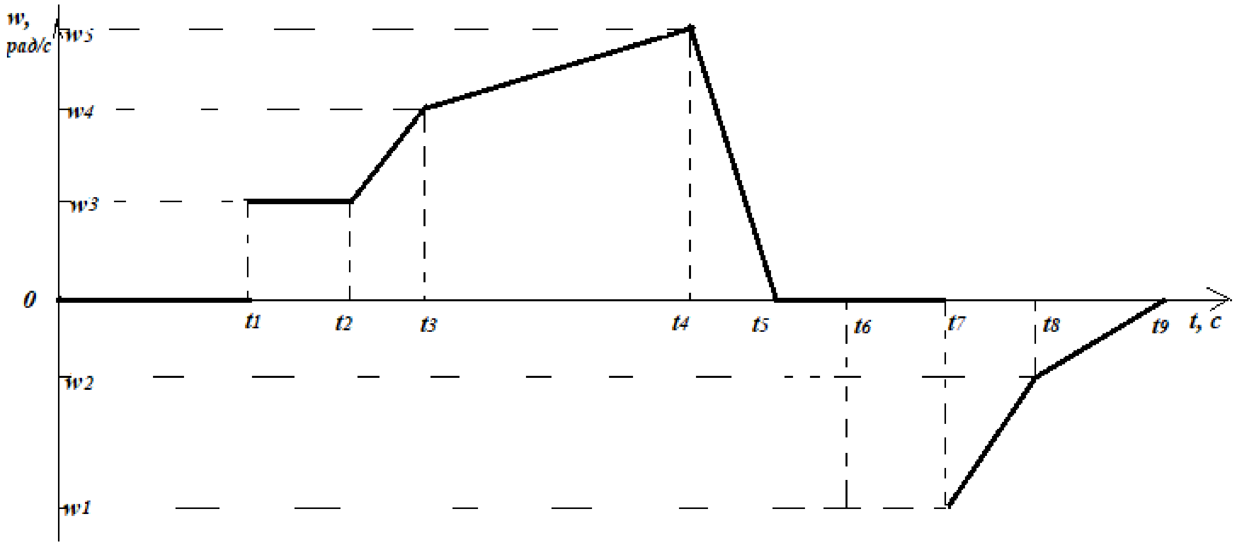
2. «Різні рухи». Описати рух тіла за поданими графіками залежності кінематичних величин від часу. Визначити шлях та переміщення тіла за весь час руху. Побудувати траєкторію руху.

Приклад 1.

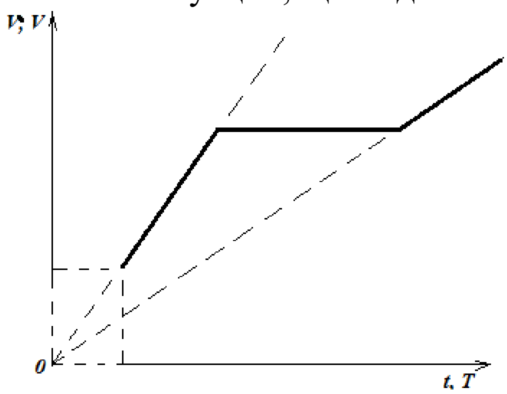


Приклад 2.





3. «Хто про що?» Опишіть ситуацію, що подана малюнком.

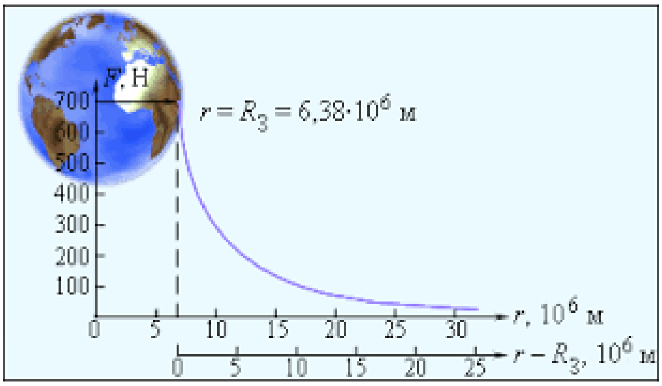


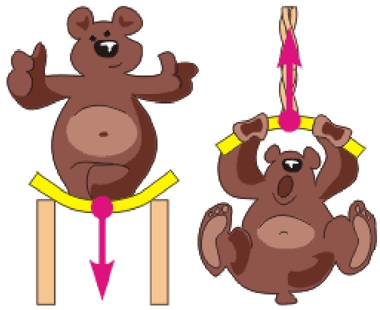
Тут можливі два варіанти:

– Описати ситуацію, що може бути задана кожним окремим графіком;

– Описати ситуацію, що може бути задана поєднанням окремих графіків.

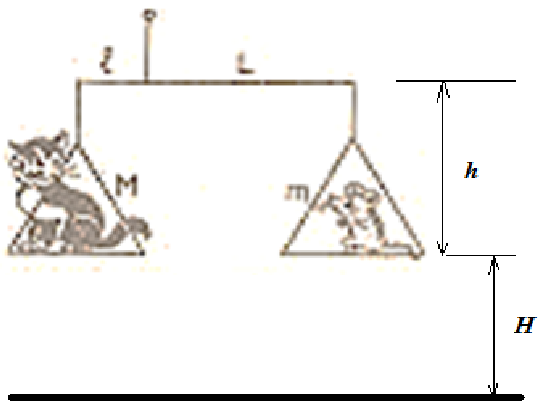
4. «Точка опори». Визначте силу, яка діє на кожну з опор та підвіс. Чи рівні вони? Якщо «Ні», то спробуйте знайти спосіб щоб їх рівняти (запропонуйте кілька варіантів)?





При вирішенні такої задачі важливі як правильний аналіз кожного малюнка, так і їх поєднання.

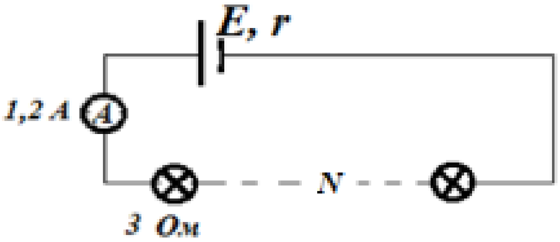
5. «Чи буде здобич?» Сполошена миша пильно дивиться на небезпеку, якій нібито байдуже сусідство. Як саме має діяти кіт, щоб вхопити здобич?

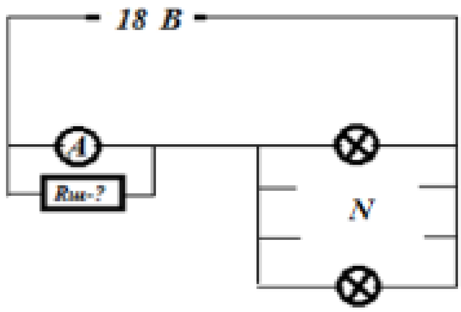


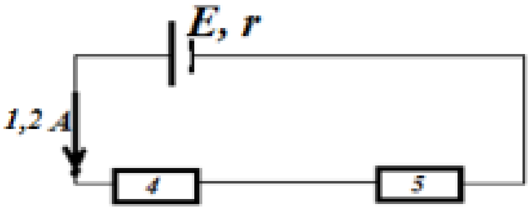
Доцільно звернути увагу вчителів, що запитання у задачі досить абстрактне. Тому, перш ніж намагатися дати швидку відповідь, варто проаналізувати можливості знаходження усіх можливих рішень:

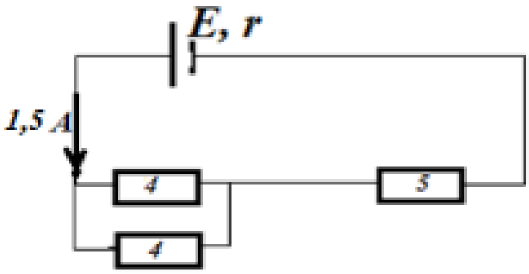
– Що відбуватиметься з важелем, якщо кіт плигне?
– Як при цьому буде змінюватися координата миші?
– Що має бути результатом вдалого полювання?
– Який напрямок треба обрати для стрибка?
– і т. ін.

6. «Шунт». Обчисліть опір шунта, якщо у досліді використовується амперметр із 100 поділками ціна яких 0,02 А. Лампи усі однакові та всі використовуються. Опір амперметра 0,07 Ом.



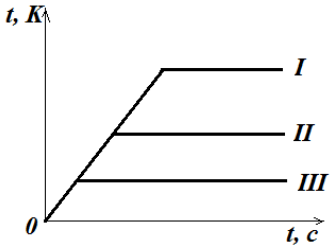




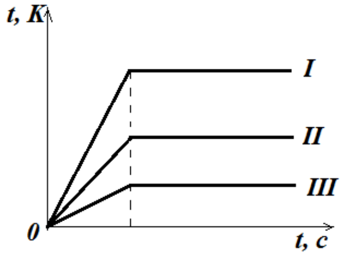


Задачі поданого типу вимагають послідовного аналізу всіх графічних елементів (окремих частин задачі), встановлення логічних зав'язків між ними для послідовного отримання відомостей та подальшого використання даних. Іншими словами, слід встановити у якій послідовності слід працювати зі схемами для отримання кінцевого результату.

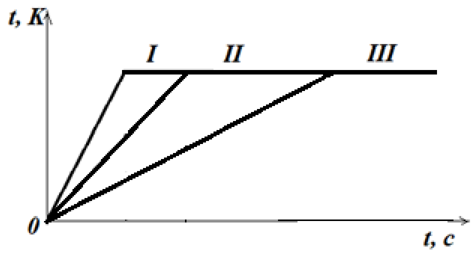
7. «У чому справа?». Про що можуть свідчити відмінності у графічних залежностях зміни температури від часу?



А)



Б)



В)

Питання є складним і, можливо, вимагатиме якогось додаткового натяку на пошук відповідей. Тому, в деяких випадках, є сенс його зробити: підказати учням на що доцільно було б звернути увагу, що саме (суто теоретично) може впливати на відмінність отриманих графічних залежностей. Наприклад, відмінність маси, об'єму, використаної речовини

DOI: https://doi.org/...

(певної її характеристики), зовнішніх факторів (температури, тиску, освітлення, …), нагрівачів (їх технічних характеристик) і т. ін.

Подані приклади не є вичерпними для надання всебічної допомоги учителю, що працює з обдарованими дітьми в умовах різнорівневих учнівських колективах. Тим не менш, вони здатні натякнути учителю на можливості урізноманітнення навчального матеріалу та його практичного використання, що стане корисним під час їхнього навчання.

Висновки

Вище зазначене дає підстави зробити такі **висновки** щодо доцільності використання багатоетапних графічних задач роботі зі здібними учнями. А саме, вони дозволяють:

– проводити щільну диференціацію використовуваних завдань;
– організовувати плідну індивідуальну роботу зі здібними учнями впродовж уроку;
– підтримувати навчання на високому рівні складності;
– мотивувати до самоосвітньої діяльності;
– підтримувати самостійність у навчанні;
– розвивати критичне мислення;
– виховувати здатність до адекватної самооцінки та комунікації з метою отримання додаткових знань (поради, підказки, іншої думки);
– формувати навички планування власної діяльності;
– розвивати здатність бачити перспективи діяльності;
– вчити проведенню моніторингу шляхів досягнення поставлених цілей.

Перспективи подальших розвідок зазначеної проблеми вбачаємо у розширенні та дослідженні спектру сучасних підходів до роботи зі здобувачами освіти, що мають високий рівень навчальних досягнень.

Література

1. Євлахова О. М., Бондаренко М. В. Фізика: навч. посіб. К.: Український центр оцінювання абітурієнтів, 2015. 224 с.
2. Мартынова Р. Ю. Педагогические основы интегрированного обучения образовательной и иноязычной речевой деятельности студентов неязыковых специальностей : монография. Одеса : «Освіта України», 2017. 208 с.
3. Ненашев І. Ю. Фізика. Експрес-підготовка. К.: Літера ЛТД, 2015. 304 с.
4. Подалов М. Использование принципа наглядности в формировании исследовательской компетенции. Наукові записки. Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2013. Випуск 4. С. 78 – 81.
5. Садовий А. І. Основи фізики з задачами і прикладами їх розв'язування. Київ: Кондор, 2008. 382 с.

Yuliya N. Lymareva, Vitalii V. Masych, Oleksandr M. Oliynyk
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Ukraine.

Multiple graphic tasks in physics in the education of educators with high levels of educational achievements

The article is devoted to the study of the problem of working with gifted students studying in ordinary, multilevel teams of general secondary education institutions. The example of graphical problems in physics, which involves many stages in the solution, shows the possible ways to use them in lessons when organizing training at a high level of complexity.

Keywords: *educational process, logical sequence, independence, graphic task, individual work, complexity*.

УДК 372.853

Лимарєва Ю.М., Масич В.В., Удовиченко В.В.
[1.] *кандидат педагогічних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри фізики ДВНЗ «ДДПУ»,*
e-mail: ulialymareva23@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-5828-0231
[2.] *доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики ХНПУ ім. Г. С. Сковороди,*
e-mail: antineutrino9@gmail.com, ORCID ID 0000-0002-8943-7756
[3.] *магістрант 1 курсу фізико-математичного факультету ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: vikki_1995@ukr.net, ORCID ID 0000-0001-6296-4583

САМОСТІЙНИЙ ФІЗИЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ЗАГАЛЬНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ОСОБИСТОСТІ

Стаття присвячена дослідженню дидактичної ролі самостійного експерименту в освітньому процесі з фізики та встановленню основних його видів і можливостей використання впродовж навчання у закладах загальної середньої освіти.

Ключові слова: *навчальний процес, самостійна робота, експеримент, активна діяльність, повторюваність, самоосвіта.*

Вступ

Активність сучасного здобувача освіти у закладі загальної середньої освіти та його свідоме сприйняття матеріалу з фізики, що передбачений програмою Міністерства освіти і науки України для вивчення, напряму залежить від різноманітності використовуваних форм, методів та прийомів навчання. Такий курс освітнього процесу не може бути продуктивним без організації максимально урізноманітненої самостійної діяльності, в тому числі й експериментальної. Отже, **метою** статті є встановлення основних різновидів самостійного фізичного експерименту та його дидактичної мети й ролі у освітньому процесі з фізики як природничої загальноосвітньої дисципліни у загальної середньої освіти.

Основна частина

Будь – яка навчальна діяльність здобувача освіти неможлива без його пізнавальної активності та внутрішньої мотивації [3]. На думку вчених [2] однією з умов прояву пізнавальної активності є стимулювання й мотивація до такої діяльності та формування уміння самостійно набувати і поглиблювати здобуті знання. Це пояснюється необхідністю набуття знаннями практичної ваги і значення. Тому слід навчитися застосовувати їх на практиці, наприклад, при виконанні лабораторних досліджень, розв’язуванні теоретичних та експериментальних фізичних завдань та ін.

Самостійна діяльність є ознакою свідомого ставлення особистості до навчання, методом організації освітнього процесу та поточного моніторингу рівня сформованості компетентностей, ознакою активної розумової діяльності.

Найвагомішою та найпродуктивнішою задля досягнення загальної мети навчання у ЗЗСО є самостійна експериментальна діяльність особистості. Це можна аргументувати тим, що вона передбачає планування діяльності на основі здобутої ідеї та обробку результату, як наслідку безпосередньої практичної діяльності.

Виходячи із вищезазначеного, навчання здобувачів методиці проведення дослідів повинне включати формування наступних експериментальних умінь:

1) самостійне формулювання мети досліду;
2) формулювання й обґрунтування гіпотези, що лежить в основі експерименту;
3) виявлення умов, необхідних для постановки досліду;
4) проектування експерименту;
5) добір необхідних приладів і матеріалів;
6) складання експериментальної установки і створення необхідних умов для виконання досліду;
7) здійснення вимірювань;
8) проведення спостережень;
9) фіксування (кодування) результатів вимірювань і спостережень;
10) математична обробка результатів вимірювань;
11) аналіз результатів і формулювання висновків [1].

Тому, варто зазначити, що самостійний експеримент з фізики може бути поділений на кілька видів. Розглянемо найбільш поширені з методичної та дидактичної точки зору.

Домашній самостійний експеримент залежно від мети проведення в більшості випадків може бути навчальний, поточний перевірочний, контрольний.

Домашній експеримент, будучи невід'ємною складовою частиною системи фізичного експерименту, має свої характерні риси:

ISSN 24132667 (Print), ISSN 24153079 (Online)

– він має бути органічним продовженням та доповненням виконуваних лабораторних робіт або спостережуваних демонстраційних дослідів;

– враховувати диференційований підхід до вивчення фізики;

– передбачати використання знань на практиці та в умовах, наближених до повсякденного життя;

– передбачати довгострокове виконання серії завдань, кожне наступне з яких є розвитком попереднього і базується на ньому;

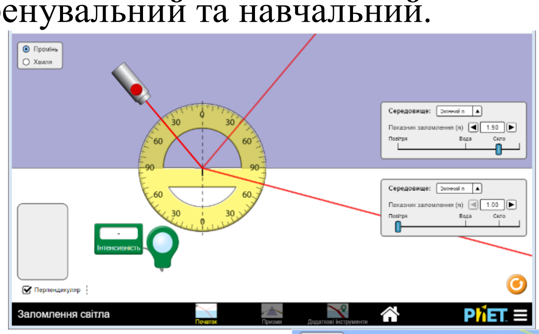
– дослідження складної практичної проблеми через вивчення окремих складових з наступним їх поєднанням;

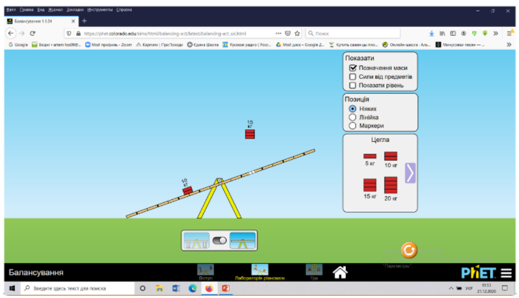
– розробка, створення і виготовлення діючих макетів та установок, де передбачені різні види завдань та різні види діяльності тощо.

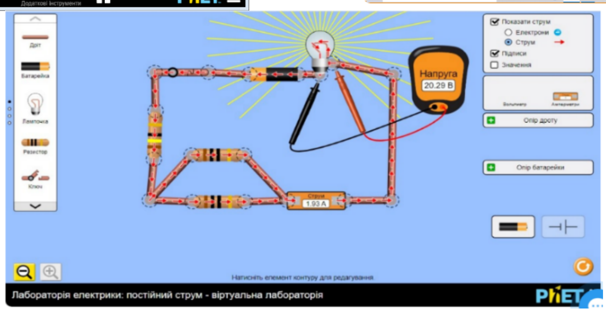
В той же час, основними перевагами домашнього експерименту є легкість обладнання, що дає можливість кожному учню, навіть із низьким рівнем навчальних досягнень, його виконувати без наявності спеціального обладнання, а також можливість повторення за відео прикладами, що є значно легшим ніж самостійне відтворення за попереднім описом учителя.

Досвід показує, що зазначений експеримент успішно може бути домашнім завданням або його частиною: здобувачі освіти з більшою зацікавленістю проводять досліди ніж вирішують задачі. Відповідно, є підстави говорити про гарну можливість підвищення ККД засвоєння теми. До того ж, добровільне створення та проведення учнями домашнього експерименту є показником високого рівня вмотивованості та свідомого підходу до навчання.

Віртуальний фізичний експеримент здебільше розглядається як тренувальний та навчальний.







Такий вид експерименту незважаючи на відсутність реального фізичного обладнання має свої переваги у навчальному процесі, а саме:

– забезпечує повну безпечність навчання;

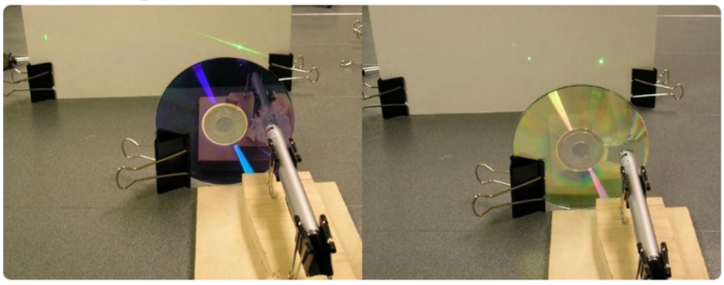
– виконується самостійно та віддалено;

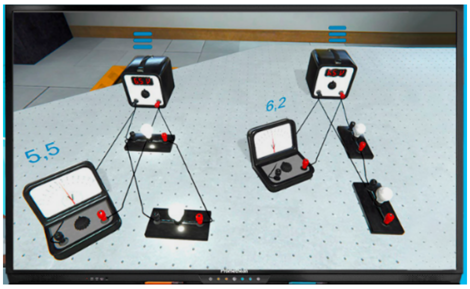
– надає можливості багаторазового повторення;

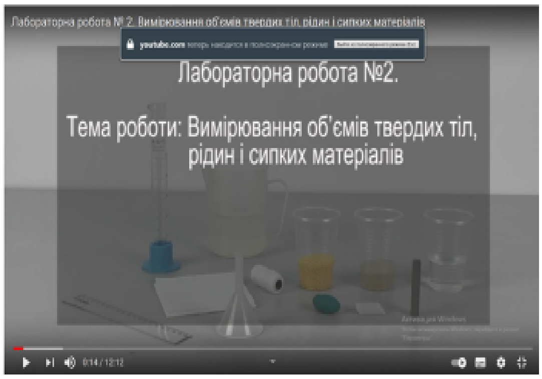
– забезпечує як найширші та найбезпечніші можливості для самостійного експериментування та розширення знань за власною ініціативою.

– мотивує до використання гаджетів з користю для розвитку особистості.

Реальний фізичний експеримент з використанням відповідного фізичного обладнання переважно проводиться з навчальною, діагностичною або контрольною метою.







Такий експеримент має безсумнівно максимально корисне значення в отриманні знань з фізики як природничої та експериментальної дисципліни. Робота з реальним обладнанням знайомить та одночасно навчає роботі з приладами в реальних умовах, коли варто враховувати сукупність факторів що можуть впливати (або впливають) на його перебіг та, відповідно, – на результат. Наприклад, вплив навколишнього середовища: атмосферний тиск, температура, вологість, вітер і т. ін.

Однак, якщо розглядати його як самостійний, то варто акцентувати увагу на його обмеженості. Самостійна робота з приладами може бути лише у фізичному кабінеті, на факультативах та додаткових заняттях у чітко визначений час. За таких умов самостійність дещо втрачає дидактичну вагу: якщо експеримент стає колективним (поєднуються ідеї та створюється єдиний простір для практичної діяльності), то втрачається індивідуальність.

Експериментальна задача (комплексний фізичний експеримент) являє собою поставлену проблему, що вимагає встановлення та організації послідовного виконання череди дослідів за результатами яких здобувач може отримати кінцевий результат у вирішенні проблеми.

DOI: https://doi.org/...

Розв'язування задач є однією з обов'язкових умов вивчення курсу фізики, що в свою чергу сприяє ефективному засвоєнню системи знань і розвитку мислення учнів. Розв'язування експериментальних фізичних завдань:

– вимагає як достатніх теоретичних знань, так і певних практичних навичок;

– максимально наближає процес навчання до життєвого середовища;

– відкриває можливість різностороннього розвитку індивідуальних можливостей кожної особистості.

Саме експериментальні задачі дають можливість перевірити деякі фізичні закони, визначити фізичні сталі в реальних умовах, що ефективно сприяє засвоєнню та поглибленню отриманих знань на заняттях різних форм; допомагають внутрішньо зрозуміти і з'ясувати питання, які на теоретичному рівні не завжди вдається сприйняти у повному обсязі.

Для того, щоб розв'язування експериментальної задачі було ефективним і результативним слід дотримуватися певних вимог:

– перед постановкою експерименту потрібно чітко сформулювати його мету;

– провести аналіз умови задачі, виявити закономірності, яким підкорюються описані процеси;

– слід розкрити методику і техніку виконання експерименту;

– підготувати необхідне обладнання й бланки для запису та обробки результатів;

– провести аналіз одержаних результатів й оцінити похибки вимірювань [3].

Саме від виконання зазначених вимог залежить правильність розв'язку сформульованої задачі або вирішення поставленої проблеми.

Варто зазначити, що використання експериментальних задач в переважній більшості передбачає самостійну або індивідуальну навчальну діяльність та націлене на здобувачів освіти, що мають високий рівень навчальних досягнень: в іншому випадку – скоріше за все втрачатиметься будь-який інтерес через заплутаність та багатокроковість у пошуку рішень.

Додатковий фізичний експеримент переважно має на меті розширення та / або поглиблення пояснень учителя й сприяння усвідомленню знань учнями під час вивчення нового матеріалу. Це – досліди які можуть бути запропоновані здобувачам освіти як у готовому вигляді для спостереження, так і для самостійного відтворення з метою отримання нових знань або їх кращого закріплення.

Як свідчить досвід, з максимальним ККД додаткові досліди використовуються як засіб індивідуальної роботи з активними учнями з метою їх заохочення до подальшої науково-практичної діяльності.

Додатковий експеримент умовно поділяють на:

А) експеримент, що проводиться з метою додаткового розширення знань та глибшого розуміння розглядуваної теми;

Б) попередній – для мотивації подальшої діяльності впродовж вивчення теми;

В) такий, що може виступати окремим елементом дослідницької роботи, до якої доцільно залучати здобувачів освіти на певному етапі їхнього навчання.

Віддалений відео-експеримент, що запропонований на різних сторінках в системі Internet успішно:

– виступає зразком дослідницької діяльності, забезпечуючи наочність навчання;

– виступає інструментом візуалізації навчального матеріалу;

– постає прикладом для здійснення подальшої самостійної експериментальної роботи як індикатору самоосвітньої діяльності;

– забезпечує можливості самостійного його відтворення за допомогою реального обладнання;

– створює підґрунтя для організації здобувачем освіти самостійної експериментальної діяльності, що включатиме організацію (підготовку) та проведення дослідів з подальшим умовиводом;

– за дистанційної форми організації навчання виконує пряму навчальну функцію виступаючи як у ролі демонстраційного експерименту так і виступає технічною частиною фронтальних лабораторних робіт та / або робіт фізичного практикуму (навчального експерименту) залежно від мети та часу використання.

Висновки

На основі вище зазначеного можна зробити такі **висновки:**

– самостійний експеримент відіграє важливу роль та має займати почесне місце у вирішенні освітніх задач та формуванні загальних компетентностей здобувачів освіти;

– взаємозамінність, віддаленість та повторюваність виступають важливими та дидактично виваженими характеристиками в оцінці використовуваних форм, методів та прийомів навчання;

– всі різновиди експериментальної (в тому числі і самостійної) діяльності здобувачів освіти посідають важливе місце у розумінні практичності навчального матеріалу;

Перспективи подальших розвідок проблем методики викладання фізики у закладах загальної середньої освіти, а саме – використання самостійного експерименту к начальному процесі з фізики, вбачаємо у дослідженні його дидактичних можливостей в аспекті формування стійкої самомотивації здобувачів освіти до вивчення природничих дисциплін та зокрема фізики через їх послідовне залучення до науково-практичної та науково-дослідної діяльності.

DOI: https://doi.org/...

Література

1. Войтович І., Галатюк Ю. Впровадження творчих експериментальних завдань у структуру шкільного фізичного експерименту / І. Войтович, Ю. Галатюк // Наукові записки. – Серія: педагогічні науки. Вип.55. 2004. – С. 191-195
2. Грудинін Б. Творчі домашні експериментальні завдання учнів під час вивчення МКТ та основ термодинаміки./ Борис Грудинін // Фізика та астрономія в школі № 2. – 2003. – С.30-33.
3. Доросевич С. О роли решения экспериментальных задач в активизации учебно-познавательной деятельности школьников./ С. Доросевич // Научные записки. 2006. – Вып 66. – С. 56-61.
4. Желюк О.М. Засоби НІТ у навчальному фізичному експерименті /О.М. Желюк // Фізика та астрономія в школі. – 2003. – №1. – С.39-43.
5. Лаврова А.В. Шкільний фізичний експеримент з використанням комп'ютерно орієнтованих засобів навчання / А.В. Лаврова, В.Ф. Заболотний // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету ім. Івана Огієнка. Серія : Педагогічна. – 2014. – Вип. 20. – С. 136-139.
6. Ляшенко Ю.О., Дідук В.А. та ін. Розробка та методика застосування автоматизованого апаратно-програмного комплексу для проведення лабораторних робіт з фізики. Вісник Черкаського університету . 2016. № 17. С. 102-109.
7. Петриця А. Особливості використання цифрових лабораторій у навчальному фізичному експерименті / А. Петриця // Молодь і ринок. – 2014. – № 6. –С.44-48.
8. Юрченко А.О., Хворостіна Ю.В. Віртуальна лабораторія як складова сучасного експерименту. Науковий вісник Ужгородського університету. серія: «Педагогіка. Соціальна робота». 2016, № 2 (39). С. 281-283.

Yuliya N. Lymareva, Vitalii V. Masych, Viktoria V. Udovychenko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Ukraine.

Independent physical experiment as a means of formation of general personality competences

The article is devoted to the study of the didactic role of independent experiment in the educational process in physics and the establishment of its main types and possibilities of use during the organization of education in general secondary education.

Keywords: *educational process, independent work, experiment, active activity, repetition, self-education*.

ЗМІСТ

CONTENTS

Наукове видання

Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ

Випуск 12

Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін в ЗЗС та ВО.

Комп'ютерна верстка та підготовка оригінал-макету О.А. Кадубовський

Відповідальні за випуск О.А. Кадубовський, В.Є. Величко

ISSN 2413-2667

9 772413 266007 12

Підписано до друку 27.06.2022 р.
Формат 60×84 1/16. Ум. др. арк. 9,5.
Тираж 100 прим. Зам. № xxxx.

Підприємець Маторін Б.І.
84116, м. Слов'янськ, вул. Г. Батюка, 19.
Тел./факс +38 06262 3-20-99. Email: matorinb@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК №3141, видане Державним комітетом телебачення та радіомовлення України від 24.03.2008 р.