МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНБАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ISSN 2413-2667 (Print)
ISSN 2415-3079 (Online)

ЗБІРНИК
НАУКОВИХ ПРАЦЬ
фізико-математичного факультету
ДДПУ

Заснований у 2010 році

Випуск №11

Рекомендовано вченою радою
Донбаського державного педагогічного університету
як наукове видання

Слов'янськ – 2021

The Ministry of Education and Science of Ukraine

State Higher Educational Institution
«DONBAS STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY»

ISSN 2413-2667 (Print)
ISSN 2415-3079 (Online)

SCIENTIFIC WORKS
of the Faculty
# of Physics and Mathematics
# of Donbas State Pedagogical University

Founded in 2010

Issue 11

Recommended by the Academic Council
of Donbas State Pedagogical University
as a scientific publication

Sloviansk, 2021

УДК 51+53+37.016:[51+53+004].
З – 41

Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ / гол. ред. В.О. Надточій. Слов'янськ : Вид-во Б.І. Маторін. 2021. Вип. № 11. 228 с.

Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін та інформатики в закладах загальної середньої та вищої освіти.

РЕЦЕНЗЕНТИ

АВРАМЕНКО О.В. — доктор фізико-математичних наук, професор; завідувач кафедри прикладної математики, статистики та економіки Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка

ТУЛУПЕНКО В.М. — доктор фізико-математичних наук, професор; завідувач кафедри фізики Донбаської державної машинобудівної академії.

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ДРУКУ

вченою радою державного вищого навчального закладу «Донбаський державний педагогічний університет», протокол № **8** від **27.05.2021** р.

За достовірність посилань, цитат і результатів експериментів відповідальність несуть автори.

Від редакційної колегії

Шановні читачі!

Ви тримаєте в руках *одинадцятий* випуск «Збірника наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ» ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет». Видання наукових праць викладачів, студентів та молодих науковців фізико-математичного факультету ДДПУ започатковано у 2010 році, коли результати наукових досліджень було опубліковано окремою серією «Фізико-математичні науки» в збірнику наукових праць «Пошуки і знахідки» за матеріалами науково-практичної конференції «Актуальні питання науки і освіти» (Слов'янськ, СДПУ, 20-22 квітня 2010 р.)

Метою збірника є підтримка наукової активності як серед студентів, так і серед молодих викладачів ДДПУ та інших ВНЗ.

Основу *одинадцятого* випуску збірника складають оригінальні повнотекстові статті (в авторській редакції) переважно із числа доповідей, зроблених під час секційних засідань на цьогорічній Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів і молодих учених «Перспективні напрямки сучасної науки та освіти», Слов'янськ, ДДПУ, 19–20 травня 2021 р. Основні результати доповідались на секційних засіданнях та були рекомендовані до друку головами секцій, завідувачами випускових кафедр («фізики», «математики та інформатики», «методики навчання математики та методики навчання інформатики») та керівниками студентських наукових робіт.

Засновники збірника мають намір зробити його максимально відкритим як для авторів, так і для читачів. Він виходить один раз на рік у друкованому та електронному вигляді. Електронна версія журналу та інформація щодо співпраці з авторами є доступною на офіційному сайті збірника за адресою `URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/begin.htm`.

Запрошуємо до співпраці. Наснаги та творчих успіхів!
Члени редакційної колегії.

ПАМ'ЯТІ
УСЕНКА ВІТАЛІЯ МИХАЙЛОВИЧА

Усенко Віталій Михайлович
(01.04.1951 – 06.03.2006)

доктор фізико-математичних наук, професор,
відомий український вчений-математик,
засновник та редактор наукових журналів
«Algebra and Discrete Mathematics», «Український математичний вісник»,
організатор I-ої Міжнародної алгебраїчної конференції в Україні
та Всеукраїнської конференції
«Алгебраїчні методи дискретної математики»

Віталій Михайлович Усенко народився 1 квітня 1951 року в с. Благодатне Волноваського району Донецької області у родині службовця.

Освіта та основні дати трудової діяльності

У 1973 році Віталій Михайлович закінчив механіко-математичний факультет Київського державного університету імені Т. Шевченка за спеціальністю «математика».

З 1972 по 1973 рр. працював на посаді в.о. інженера відділу програмування «Головного інформаційно-обчислювального центру» та пізніше — на посаді «інженер-математик-програміст» відділу розробки матзабезпечення АСУ Мінпромбудівництва УРСР (м. Київ).

З 1973 по 1975 рік Віталій Михайлович працював на посаді інженера НДС у Донецькому політехнічному інституті (м. Донецьк).

З 1975 по 1979 рр. працював на посаді асистента кафедри прикладної математики Харківського ордена Трудового Червоного Прапору інституту радіоелектроніки імені академіка М.К. Янгеля (м. Харків).

З 1979 по 1982 рр. Віталій Михайлович навчався в аспірантурі при кафедрі вищої математики Харківського інституту радіоелектроніки (за спеціальністю 01.01.06 – математична логіка, алгебра і теорія чисел) та за сумісництвом працював молодшим науковим співробітником Проблемної НДЛ АСУ (м. Харків).

З 1983 по 1985 рр. працював на посаді асистента кафедри вищої математики Донецького політехнічного інституту (м. Донецьк).

У 1984 році Віталій Михайлович захистив кандидатську дисертацію «Напівпрямі добутки моноїдів» (за спеціальністю 01.01.06 – математична логіка, алгебра і теорія чисел), яку виконав під керівництвом корифея сучасної алгебри, доктора фізико-математичних наук, професора Лазаря Матвійовича Глускіна, а у 1985 році одержав вчене звання доцента (за кафедрою алгебри та геометрії).

У 1985 р. Усенко В.М. зі своєю родиною переїхав до міста Слов'янська, де почав працювати у Слов'янському державному педагогічному інституті (нині – ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»).

1 лютого 1985 р. Віталія Михайловича було прийнято на посаду старшого викладача кафедри математики, 14 лютого 1985 р. — призначено виконуючим обов'язки завідувача кафедри математики, а 3 грудня 1985 р. — завідувачем кафедри математики фізико-математичного факультету Слов'янського державного педагогічного інституту (СДПІ).

З 20 вересня 1985 р. Усенка Віталія Михайловича було призначено заступником декана з науково-дослідної роботи фізико-математичного факультету (на громадських засадах).

З 1984 по 1988 рр. Віталій Михайлович очолював кафедру математики, а з 1988 по 1990 рр. — кафедру алгебри і геометрії.

З 1990 по 1993 рр. Віталій Михайлович перебував в докторантурі Київського державного університету імені Т.Г. Шевченка, після закінчення якої з 4 вересня 1993 по 1994 рр. очолював кафедру алгебри і геометрії Слов'янського державного педагогічного інституту.

15 лютого 1994 року Усенка Віталія Михайловича було обрано деканом фізико-математичного факультету СДПІ. З 1994 по 1997 рр. Віталій Михайлович плідно працював на цій посаді та за сумісництвом (з 1994 по 2001 рр.) очолював кафедру алгебри.

У 2000 році Усенко В.М. захистив докторську дисертацію «Напівгрупи та майжекільця перетворень» (за спеціальністю 01.01.06 – математична логіка, алгебра і теорія чисел), а у 2001 році — одержав вчене звання професора.

У 2001 р. Віталій Михайлович зі своєю родиною переїхав до міста Луганська та почав працювати у Луганському педагогічному університеті імені Т. Шевченка.

З 2001 по 2003 рр. Віталій Михайлович очолював кафедру алгебри та математичного аналізу і за сумісництвом обіймав посаду директора лабораторії теоретичних та прикладних проблем математики ЛНПУ;

з 2003 по 2006 рр. — очолював кафедру алгебри та дискретної математики і за сумісництвом обіймав посаду директора філії Інституту прикладної математики та механіки НАН України.

З 2006 року, перебуваючи на стажуванні за кордоном, він успішно почав встановлювати наукові та культурні зв'язки між університетами України та Колумбії.

Науково-педагогічна діяльність та здобутки

Наукова діяльність Віталія Михайловича була тісно пов'язана з теорією напівгруп та теорією напівкілець — порівняно молодими розділами алгебри, які знаходять широке застосування у комп'ютерних науках. Ним було введено новий апарат для дослідження напівгруп — так звані напівретракції. Сьогодні метод В.М. Усенка напівретракцій моноїдів успішно поширено й на інші алгебраїчні системи. Найбільш плідно Віталій Михайлович співпрацював з донецькими кібернетиками, проводив з ними сумісні наукові семінари. Саме в цих теоріях вчений і одержав видатні результати, які принесли йому світове визнання. Віталій Михайлович Усенко був одним з тих, про кого кажуть — «Людина Науки», що повністю підтверджує його життєвий шлях.

З появою Усенка В.М. на фізико-математичному факультеті СДПІ значно підвищився рівень математичних досліджень. Віталій Михайлович читав лекції студентам не лише з базових курсів алгебри, а й спеціальні курси із сучасних проблем математики, значно розширеною була тематика дипломних та магістерських робіт. Як наслідок, у рамках наукової школи з алгебри пройшли навчання в аспірантурі Київського національного університету ім. Т. Шевченка та захистили кандидатські дисертації наступні випускники фізико-математичного факультету: О.М. Рябухо (1993 р.), Н.В. Кормишева і Т.В. Кормишева (1994 р.), В.В. Могильова (1995 р.), І.В. Дудченко (2009 р.), Н.В. Кайдан (2013 р.), Т.В. Турка (2013 р.).

Завдяки ініціативі Віталія Михайловича у 1997 році в СДПІ було відкрито аспірантуру з алгебри.

У рамках наукової школи з алгебри, створеної на фізико-математичному факультеті під керівництвом В.М. Усенка, пройшли підготовку випускники факультету: Рябухо О.М., Величко В.Є., Кормишева Т.В., Жучок А.В., Жучок Ю.В., які захистили кандидатські дисертації, а згодом Жучок А.В. (2012 р.) і Жучок Ю.В. (2017 р.) — докторські дисертації.

У 1997 році завдяки зусиллям Віталія Михайловича на базі фізико-математичного факультету СДПІ було організовано та проведено **І-шу Міжнародну алгебраїчну конференцію в Україні**, присвячену пам'яті професора Л.М. Глускіна, яка стала початком традиції проведення таких конференцій в Україні (один раз у два роки). Мало хто знав, що значну частину коштів на організацію цієї конференції він взяв з власної кишені. І так було завжди. Він казав: «на науці грошей не заробиш, потрібно навпаки, гроші вкладати в науку». VIII Міжнародна алгебраїчна конференція була вже присвячена пам'яті В.М. Усенка, яка відбулася у 2011 році в м. Луганську. Влітку 2021 року заплановано проведення вже XIII Міжнародної алгебраїчної конференції в Україні (IACU13) у м. Києві.

Приємно відзначити, що на фізико-математичному факультеті СДПІ Віталій Михайлович створив творчий колектив, який пізніше на конференціях отримав назву «алгебраїчна школа Усенка».

У 2002 році Віталій Михайлович організував видавництво вітчизняного журналу «Український математичний вісник» та міжнародного журналу «Algebra and Discrete Mathematics», який з 2012 р. включено до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, а з 2016 р. – до наукометричної бази Emerging Sources Citation Index (Web of Science).

В.М. Усенко приділяв багато сил та енергії роботі з творчою молоддю. Він керував науковим семінаром «Алгебра і дискретна математика», де можна було почути про новітні наукові досягнення та знайти цікаву і перспективну тематику для власних досліджень. У 2002 році за ініціативи Віталія Михайловича було проведено Всеукраїнську конференцію «Алгебраїчні методи дискретної математики». Під його впливом в ЛПУ імені Т. Шевченка було відкрито аспірантуру за спеціальністю «Алгебра і теорія чисел», яка продовжує функціонувати й сьогодні.

Віталій Усенко — автор більше ста наукових праць, під його керівництвом підготовлено і захищено 10 кандидатських дисертацій, хоча число математиків, які вважають його своїм учителем, значно більше. Результати цих досліджень знайшли широке застосування в сучасній універсальній алгебрі та деяких її прикладних розділах.

У планах цієї енергійної та невтомної людини була ціла низка нових наукових ідей, важливих дослідницьких проектів. Але передчасна смерть не дозволила завершити заплановане. 6 березня 2006 р. перестало битися серце всесвітньо відомого математика, Усенка Віталія Михайловича.

В останні роки життя Віталій Михайлович працював над завершенням навчальних посібників «Числові алгебраїчні системи», «Лінійна алгебра», «Загальна алгебра», над авторськими науковими темами. З 2004 по 2006 рр. Усенко В.М. був експертом ВАК України.

Віталій Михайлович був яскравою особистістю, людиною глибокої різнобічної ерудиції. Його оптимістичне відношення до проблем було джерелом натхнення для тих, хто знаходився з ним поруч, він завжди притягував до себе людей та мав надзвичайний педагогічний талант.

Слід відзначити, що в ЛНУ ім. Т. Шевченка у 2011 році було започатковано проведення щорічної студентської олімпіади з алгебри пам'яті професора Віталія Михайловича Усенка.

В серцях рідних, друзів, колег, учнів, колишніх студентів, знайомих назавжди залишиться пам'ять про самовіддану працю, людську гідність і справедливість, цілеспрямованість, толерантність і порядність Віталія Михайловича, людини великого серця та чуйної душі.

Світла пам'ять про Віталія Михайловича Усенка завжди буде жити в наших серцях та серцях його учнів.

В.Є. Величко, Т.В. Турка, Н.В. Кайдан,
О.М. Рябухо, А.В. Жучок, Ю.В. Жучок,
С.О. Чайченко, З.Д. Пащенко,
Є.С. Сілін, О.А. Кадубовський

Праці Віталія Михайловича Усенка

Статті

1. Usenko V.M., Schwarz V.Ya. On the regularity in n-semigroups // Donetsк, 1979. – 22 s. – Ruкopis dep. v VINITI 12.06.79. – №2117-79DEP. (Deposit VINITI preprint 12.06.79, №2117-79DEP, 22 p.)

2. Usenko V.M. On semidirect products of monoids // Kharкov, 1981. – 18 s. – Ruкopis dep. v VINITI 06.03.81 №1044-81DEP. (Deposit VINITI preprint, 06.03.81, №1044-81DEP, 18 p.).

3. Usenko V.M. On semidirect products of a group by the completely 0-simple semigroup // Struкturnye svojstva algebraitchesкikh sistem: Mejvuz. nautch. sb. – Naltchiк. – 1982. – s. 116-121 ("Structure Properties of an Algebraic Systems". Collection of papers – Nal'chik. – 1982. – p. 116-121).

4. Usenko V.M. On semidirect products of monoids // Uкr. Math. Journ. – 1982. – v.34. – № 2. – p. 185-189. (RJMat 1981 6A 109).

5. Usenko V.M. Semigroups of semilinear transformations // KHarкov, 1982. – 17 s. – ruкopis dep. v VINITI 09.08.82 №4391-82DEP. (Deposit VINITI preprint 09.08.82, №4391-82DEP, 17 p.) (RJMat 1982 12A142).

6. Usenko V.M. Semigroups of semilinear transformations // Doкl. AN UkrSSR, ser. A. 1984. – №7. – p. 22-24.

7. Usenko V.M. On semidirect products of groups // Visnyк Kyïv. Univ. Math. Mekh. – 1985. – 27. – p. 87-90.

8. Usenko V.M. Semigroups of affine transformations of the linear spaces // Teoriya polugrupp i ee prilojeniya. Prilojeniya algebraitchesкikh metodov: Mejvuz. nautch. Sb. – Saratov. – 1987. – s. 98-104.("Semigroup Theory and its Applications. Applications of Algebraic Methods". Collection of papers. – Saratov. – 1987 – p. 98-14).

9. Usenko V.M. Subgroups of semidirect products // Uкr. Math. Journ. – 1991. – v.43. – №№7,8, – p. 1048-1055. (RJMat 92 3A 194).

10. Usenko V.M. The reduction homomorphisms and the subgroups of direct products // Doкl. AN Uкrainy. A. – 1992. – №10. – p. 3-5.

11. Usenko V.M., Kirichenкo V.V. To the general theory of the additive functions on groups // Doкl. AN Uкrainy. A. – 1992. – №11. – p. 3-5.

12. Usenko V.M. Skew homomorphisms and the general products of groups // Doкl. AN Uкrainy.A. – 1992. – №12. – p. 3-5.

13. Usenko V.M. The decompositions and the reductions of near-rings // Kiev. un-t. – Kiev, 1992. – 39 s. – Bibliogr. 23 nazv. – Rus. – Dep. v UкrINTEI 22.12.92, № 2024. – Uк92. (Deposit UkrINTEI preprint 22.12.92, № 2024, Uк92, 39 p.).

14. Usenko V.M. Semidirect products and the normal structure of the colliniations group // Besкonetchnye gruppy i primyкayushchie algebraitchesкie struкtury. Kiev: In-t matem. NAN Uкrainy. – 1993. – p. 326-344.

15. Usenko V.M., Mikhajlova I.A. On the verbal transformations // Kiev. un-t. – Kiev, 1993. – 19 s. – Bibliogr. 20 nazv. – Rus. – Dep. v UкrINTEI 26.01.93, № 59. – Uк93. (Deposit UkrINTEI preprint 26.01.93, № 59, Uк93, 19 p.).

16. Usenko V.M. Functions on groups and the exterior subderivations of the symmetric near-rings // Kiev. un-t. – Kiev, 1993. – 14 s. – Bibliograf. 5 nazv. – Rus. – Dep. v UкrINTEI 26.01.93, № 58. – Uк93. (Deposit UkrINTEI preprint 26.01.93, № 58, Uк93, 14 p.).

17. Usenko V.M., Ryabukho E.N. On the affine-type near-rings // Kiev. un-t. – Kiev, 1993. – 16 s. – Bibliogr. 24 nazv. – Rus. – Dep. v UкrINTEI 03.02.93, № 86. – Uк93. (Deposit

UkrINTEI preprint 03.02.93, № 86, Uк93, 16 p.).

18. Usenko V.M., Kirtadze L.V. On the near-rings with the orthodoxal idempotents // Dokl. AN Uкrainy. – 1993. – №5. – p. 5-8.

19. Usenko V.M., Kirtadze L.V. On some the matrix construction in the near-rings theory // Dokl. AN Uкrainy. – 1993. – №7. – p. 5-8.

20. Usenko V.M. Epifiltres and the onesided ideals of the transformations semigroups // Visnyк Kyïv. Univ. Ser. Phis. – Math Nauk. – 1993. – №1. – p. 60-64.

21. Usenko V.M. S-homomorphisms and the general products of groups // Visnyк Kyïv. Univ. Ser. Phis. – Math Nauk. – 1993. – №3. – p. 81-87.

22. Usenko V.M. Near-rings of the verbal endomorphisms // Dokl. AN Uкrainy. – Ser. Math. – 1994. – №2. – p. 7-9.

23. Kirichenкo V.V., Usenko V.M. On the near-rings with some distributive-type conditions // Dokl. AN Uкrainy. – Ser. Math. – 1994. – №3. – p. 7-9.

24. Usenko V.M. On the distributive near-rings // Dokl. AN Uкrainy. – Ser. Math. – 1994. – №7. – p. 7-10.

25. Usenko V.M. On some local and structural properties of near-rings // Book "Algebraitchesкie issledovaniya". NAN Uкrainy. In-t Math. – Kiev, 1995. – p. 132-157.

26. Usenko V.M., Ryabukho E.N. Dn-affine near-rings // Dop. NAN Uкrainy. – Ser. Math. – 1995. – №1. – p. 10-11.

27. Usenko V.M. The multiplicative reductions of near-rings // Dop. NAN Ukrainy. – Ser.Math. – 1995. – №2. – p. 10-11.

28. Mikhajlova I.O., Usenko V.M. Pseudotranslation and the additive factorizations of near-rings // Dop. NAN Ukrainy. – Ser. Math. – 1995. – №3. – p. 5-6.

29. Batunina V.P., Usenko V.M. Nearfilters and semigroups of semilinear transformations // Problems in Algebra. – v. 10. – Gomel: University Press. – 1996. – p. 153-156.

30. Usenko V.M. The affine parameterizations of semigroups and the ultraendomorphisms semigroups // Problems in Algebra. – v. 10. – Gomel: University Press. – 1996. – p. 170-176.

31. Usenko V.M. On the semiretractions of groups // Problems in Algebra. – v. 11. – Gomel: University Press. – 1997. – p. 151-169.

32. Usenko V.M. The normal closer in free products and the problem of Carver-Laudenbach // Dop. NAN Ukrainy. – 1997, №5. – p. 21-25.

33. Velichкo V.E., Usenko V.M. The left ideals of the endomorphisms semigroup of free group // Problems in Algebra. – v. 12. – Gomel: University Press. – 1998. – p. 9-12.

34. Zaкusilo A.I., Usenko V.M. On the triangular products of monoids // Problems in Algebra. – v. 12. – Gomel: University Press. – 1998. – p. 13-21.

35. Usenko V.M. Endomorphisms of the completely 0-simple semigroups // Problems in Algebra. – v. 13. – Gomel: University Press. – 1998. – p. 92-119.

36. Usenko V.M. The endomorphisms of free groups // Problems in Algebra. – v. 14. – Gomel: University Press. – 1999. – p. 166-172.

37. Usenko V.M. The endomorphisms semigroups of free groups // Proc. F. Scorina Gomel State Univ. – Problems in Algebra. Gomel: University Press – 2000. – v.3(16) – p. 182-185.

38. Usenko V.M. Semiretractions of monoids // Proc. Inst. Applied Math. And Mech. NAS of Ukraine. – v. 5. – 2000. – p. 155-164.

39. Usenko V. M. The functionals over groups and the verbal subgroups // Proc. F. Scorina Gomel State Univ. – 3(6). – Problems in Algebra. – 17. Gomel: University Press – 2001. – p. 156-165.

40. Usenko V. M. On the bands of groups // Bull. Kyiv University. – 2001. – 1. – p. 64-66.

41. Usenko V.M. On categories of the semigroups pairs // Algebraic structures and their applications. Proc. Ukr. Math. Congress. – 2001. – Kyiv. – 2002. – p. 115-122.

42. Usenko V. M. Semiretractions and symmetric representations // Bull. Kyiv University. – 2002. – 1. – p. 81-85.

43. Zakusilo A.I., Usenko V.M. Wreath holomorphs and translational hull of semigroups // Proc. Inst. Applied Math. And Mech. NAS of Ukraine. – 2005. – v.11. – p. 115-132.

Матеріали конференцій

44. Usenko V.M. On completely allowable subgroups of the operator S-free groups // All-Union Algebr. Symposium (Vsesoyuznyj algebraitcheskij simpozium) (Gomel, July 1975). Abstracts. Part 1. – Gomel: Math. In-t AN SSSR. – 1975. – p. 172.

45. Usenko V.M. On the semidirect products of monoids // XVI All-Union Algebr. Conf. (XVI Vsesoyuzn. algebraitcheskaya konf). (Leningrad, September, 1981). Abstracts. Part 2. – Leningrad: Math. In-t AN SSSR, 1981. – p. 138.

46. Usenko V.M. Semigroups of semilinear transformations // XVII All-Union Algebr. Conf. (XVII Vsesoyuzn. algebraitcheskaya konf). (Minsk, June 1983): Abstracts. – Minsk, Math. In-t AN SSSR, 1983. – p. 246.

47. Usenko V.M. On a group of the colliniations // IX All-Union Symposium on Group Theory (IX Vsesoyuzn. simp.po teorii grupp) (Moscow, September 1984). Abstracts. – M: Math. In-t AN SSSR, 1984. – p. 246.

48. Usenko V.M. Endomorphisms of the completely 0-simple semigroups // XIX All-Union Algebr. Conf. (XIX Vsesoyuzn. algebraitcheskaya konf.) (Lvov, September 1987): Abstracts. Part 2. – Lvov: In-t Appl. Probl. Mechanics and Math. AN USSR, 1987. – p. 289-290.

49. Usenko V.M., Kirichenko V.V. On some representation of near-rings // Siberian Workshop in Manifolds of Algebr. Systems. (Sib. shkola po mnogoobr. algebr. Sistem) (Barnaul, July 1-5 1988). Abstracts. – Barnaul: In-t Math. SO AN SSSR, 1988. – p. 33-34.

50. Usenko V.M., Vikol B.A. On some methodological problems of mathematical education // Sixth International Congress on Mathematical education (Budapest, July 27-august 3, 1988). – Abstracts of short communications. Part 2. – Budapest; 1988. – p. 215.

51. Usenko V.M. Semidirect products and monoids of semilinear transformations // Sedma Conf. "Algebra in Logika" (Maribor, 15-17 junij 1989, Yugoslavia). Povzetki referatov. – Maribor, Universa v Mariboru, 1988. – p. 31-33.

52. Usenko V.M. Skew homomorphisms and the semidirect products // Intern. Conf. in Algebra. (Mejdunarodnaya konf. po algebre.) (Novosibirsk, August 21-26, 1989.): Abstracts in Group Theory. – Novosibirsk: In-t Mat. SO AN SSSR, – 1989. – p. 126.

53. Usenko V.M., Kirichenko V.V. The endomorphisms seminear-rings of the completely 0-simple semigroups // Intern. Conf. in Algebra.(Mejdunarodn.konf.po algebre) (Novosibirsk, August 21-26, 1989): Abstracts on Theory of Rings, Algebras and Modules. – Novosibirsk: In-t Math. SO AN SSSR, 1989. – p. 67.

54. Usenko V.M., Kirichenko V.V. On the semidirect products of near-rings // VI Symposium on Theory of Rinds, Algebras and Modules. (VI Simpoz. po teorii kolets, algebr i modulej) (Lvov, September 11-13, 1990): Abstracts. Lvov: University Press. – 1990. – p. 67.

55. Usenko V.M., Kirtadze L.V. Skew endomorphisms of the additive groups of near-rings and the distributive defects // VI Symposium on Theory of Rings, Algebras and Modules. (VI Simpoz. po teorii kolets, algebr i modulej) (Lvov, September 11-13, 1990): Abstracts. Lvov: University Press. – 1990. – p. 70.

56. Usenko V.M. On subderivations of near-rings // VI Symposium on Theory of Rinds, Algebras and Modules. (VI Simpoz. po teorii кolets, algebr i modulej) (Lvov, September 11-13, 1990): Abstracts. Lvov: University Press. – 1990. – p. 129-130.

57. Usenko V.M., Kirichenкo V.V. The subadditive categories and near-rings // Intern. Conf. in Algebra. (Barnaul, August 20-25, 1991). Abstaracts on Rings Theory. (Mejdunarodn. кonf. po algebre (Barnaul, 20-25 avg. 1991): Tez.doкl. po teorii кolets, algebr i modulej.) – Novosibirsк: Math. In-t, Sibirea Branch Acad. Sc. of USSR. – 1991. – p. 51.

58. Usenko V.M., Kirtadze L.V. NR-bands and the transformations near-rings // Intern. Conf. in Algebra. (Barnaul, August 20-25, 1991). Abstaracts on Rings Theory. (Mejdunarodn. кonf. po algebre (Barnaul, 20-25 avg. 1991): Tez.doкl. po teorii кolets, algebr i modulej.) – Novosibirsк: Math. In-t, Siberia Branch Acad. Sc. of USSR. – 1991. – p. 121.

59. Usenko V.M. On the abelian near-rins // Internat. Conf. dedicated to the memory of acad. M.P. Kravchuk. (Kiev-Lutsk, 22-28 sept. 1992): Abstracts. – Kiev: In-t of Mathem. Acad. Of Sci. of Ukraine, 1992. – p. 221.

60. Usenko V.M. The invariantitive nets in diofantine geometry and the near-filtres // IX International Conference on topology and its applications (October 12-16, 1992, Kiev, Ukraine): Abstracts. – Kiev: In-t of Mathem. Acad. Of Sci. of Ukraine, 1992. – p. 44.

61. Mikhaylova I.A., Usenko V.M. On the transformations near-rings of the finite rank free abelian group // III Intern. Conf. on Algebra to the memory of M. I. Kargapolov. (Krasnoyarsк, August 23-28, 1993): Abstracts.(SO ROAN). – Krasnoyarsк: "INOPROF", 1993. – p. 231.

62. Kirichenкo V.V., Usenko V.M. The Dn-distributive near-rings // III Intern. Conf. on Algebra to the memory of M. I. Kargapolov. (Krasnoyarsк, August 23-28, 1993): Abstracts. (SO ROAN). – Krasnoyarsк: "INOPROF", 1993. – p. 147.

63. Usenko V.M. Near-rings of the verbal endomorphisms // III Intern. Conf. on Algebra to the memory of M. I. Kargapolov. (Krasnoyarsк, August 23-28, 1993): Abstracts. (SO RO-AN). – Krasnoyarsк: "INOPROF", 1993. – p. 341.

64. Usenko V.M. The endomorphisms semigroups of the semidirect products of groups // III Intern. Conf. on Algebra to the memory of M. I. Kargapolov. (Krasnoyarsк, August 23-28, 1993): Abstracts. (SO ROAN). – Krasnoyarsк: "INOPROF", 1993. – p. 342.

65. Usenko V.M. T-commutants of groups and the distributive near-rings // Chebotarev Intern. Conf. on Algebra and Analysis. (Kazan, Russia, June 5-11, 1994). Abstracts. – Kazan: Univ. Press. – 1994. – p. 95.

66. Usenko V.M. Endomorphisms of free groups // Intern. Conf. on Algebra to the memory of L. M. Gluskin. (Slovjansk, Ukraine, August 25-29, 1997). Abstracts. Math. In-t NAS of Ukraine. – Kyiv. – 1997. – p. 22.

67. Kizimenкo A.M., Usenko V.M. The left bands of semigroups // Intern. Conf. on Algebra to the memory of L. M. Gluskin. (Slovjansk, Ukraine, August 25-29, 1997). Abstracts. Math. In-t NAS of Ukraine. – Kyiv. – 1997. – p. 9.

68. Usenko V.M. On the category of the semigroup pairs of B.Neumann // II Intern. Algebraic Conf. in Ukraine. (Kyiv-Vinnytsia, May 9-16, 1999). Abstracts. – Vinnytsia: Univ. Press. – 1999. – p. 118-120.

69. Usenko V.M. The semiretractions of monoids // II Intern. Algebraic Conf. in Ukraine. (Kyiv-Vinnytsia, May 9-16, 1999). Abstracts. – Vinnytsia: Univ. Press. – 1999. – p. 120-121.

70. Usenko V.M. On endomorphisms of free groups // II Intern. Conf. on Semigroup Theory to the honour of Lyapin. Sn-Ptsbrg: Univ. Press. – 1999. – p. 55.

71. Usenko V.M., Kizimenко A.M. The bands and free products // II Intern. Conf. on Semigroup Theory to the honour of Lyapin. Sn-Ptsbrg: Univ. Press. – 1999. – p. 21.

72. Usenko V.M. The semigroup complexes and the endomorphism semigroups // Colloquium on Semigroups. Szeged, Hungary, July 17-21, 2000. Abstracts. – Univ. of Szeged, Bolyai Institute. – 2000. – p. 31.

73. Usenko V.M., Kizimenко O.M. On some aspects of the mathematical education intensification // Evristitchni metodi u navtchanni matematiкi. – Tezi dop. mijnarodnoї nauк.-metod. кonf. (3-5 jovtnya 2000 r). – Mijnarodna programa "Evristiкa ta didaкtiкa totchnikh nauк". – Donetsк: TEAN. – 2000. – s. 61.

74. Kizimenko A.M., Usenko V.M. Local spectrums and the Semigroup Bands // Ukrainian Congress of Mathematics. III Intern. Algebraic Conf. in Ukraine. (Sumy, July 2-8, 2001). – Sumy, SumDPU. – 2001. – p. 88.

75. Usenko V.M. The Semigroup pairs and Complexes // Ukrainian Congress of Mathematics. III Intern. Algebraic Conf. in Ukraine. (Sumy, July 2-8, 2001). – Sumy, SumDPU. – 2001. – p. 264.

76. Usenko V.M. Polar decompositions in the Category of the Semigroups pairs // Ukrainian Congress of Mathematics. – In-t Math. NAS of Ukraine. – 2001 (Add. volume). – p. 22.

77. Usenko V.M. Balanced Semidirect Products and its Endomorphisms // Conf. on Universal Algebra and Lattice Theory. Dedicated to the 70th Birthday of Bela Csakany. July 22-26, 2002, Szeged, Hungary. – Bolyai Institute, University of Szeged. – 2002. – p. 24.

78. Kizimenko A.M., Usenko V.M. Schreier's Bands // Conference "Algebraic methods in Discrete Mathematics". September 23-27, 2002, Lugansk, Ukraine. – Lugansk, "Alma Mater": 2002. – p. 31.

79. Usenko V.M. The Automata Complexes of Semogroups // Conference "Algebraic methods in Discrete Mathematics". September 23-27, 2002, Lugansk, Ukraine. – Lugansk, "Alma Mater": 2002. – p. 49.

80. Pratsjovytyj M.V., Usenko V.M., Torbin G.M. Fractals and Algebraic Sructures // Conference "Algebraic methods in Discrete Mathematics". September 23-27, 2002, Lugansk, Ukraine. – Lugansk, "Alma Mater": 2002. – p. 79.

81. Usenko V.M. Semigroups with the relational involutions // Intern. Mathematical Conf. honoring D.A. Grave's 100th years since the beginning of his work at Kyiv University. June, 17-22, 2002, Kyiv, Ukraine. – Kyiv Taras Shevchenko University: 2002. – p. 128.

82. Pashchenko Z.D., Pratsjovytyj M.V., Rjabukho O.M., Usenko V.M. On the System Problems of the Mathematical Education contents forming // Intern. Methamatical Conf. honoring D.A. Grave's 100th years since the beginning of his work at Kyiv University. June, 17-22, 2002, Kyiv, Ukraine. – Kyiv Taras Shevchenko University: 2002. – p. 114.

83. Pratsjovytyj M.V., Usenko V.M. On the Methodological Problems of the Mathematical Education contents forming // Intern. Mathematical Conf. honoring D.A. Grave's 100th years since the beginning of his work at Kyiv University. June, 17-22, 2002, Kyiv, Ukraine. – Kyiv Taras Shevchenko University: 2002. – p. 116.

84. Pratsjovytyj M.V., Usenko V.M., Khmel V.P. The Dydactic Process as the tekhnology of the Mathematical Education contents forming // Intern. Mathematical Conf. honoring D.A. Grave's 100th years since the beginning of his work at Kyiv University. June, 17-22, 2002, Kyiv, Ukraine. – Kyiv Taras Shevchenko University: 2002. – p. 117.

85. Pratsjovytyj M.V., Usenko V.M. Problems of forming of content of the mathematical education // International Gnedenko Conference. Kyiv, June 3-7 2002. – Kyiv: In-t Math. NAS of Ukraine. – 2002. – p. 124.

86. Usenko V.M. The relational involutions of semigroups // V Internat. Conf. "Algebra and Number Theory: Modern Problems and Applications". May 19-24, 2003. Tula, Russia. – Tula:TGPU – 2003. – p. 219.

87. Usenko V.M. The E-inversive semigroups // IV International Algebraic Conference in Ukraine. Lviv, August 2-8, 2003. LNU – 2003. – p. 224.

88. Usenko V.M., Soroka L.I. Dydactical genesis of the mathematical education content and autodydactics // Матеріали науково-методичної конференції Донецького національного університету "Самостійна робота – найважливіший засіб підвищення якості знань" (10-11 грудня 2003 р.). – Донецьк, Юго-Восток. – 2003. – с. 217.

89. Usenko V.M. Weakly E-inversive Semigroups // Bunyakovsky International Conference. August 16-21, 2004, Kyiv, Ukraine. – Kyiv: In-t of Mathematics of NAS of Ukraine, 2004. – p. 126.

90. Usenko V.M. Splitting Semigroups // First Karazin scientific reading dedicated to the bicentenery of the Karazin Kharkiv National University. Mathematical Symposium. June, 14-16, 2004, Kharkiv, Ukraine. – Kharkiv: Karazin Khariv Nat. Univ. – 2004. – p. 8.

91. Chronowski A., Usenko V. The permuting verbal endomorphisms // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 51.

92. Derienko I.I., Usenko V.M. The quasi-near-rings // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 57.

93. Kizimenko O.M., Usenko V.M. On weak groups // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 100.

94. Pratsyovyty M., Usenko V. On the Ultrapolinomials Algebras // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 158.

95. Pylypenko V.Ju., Usenko V.M. The summarizing of the endomorphisms of free groups // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 166.

96. Soroka L., Usenko V. The semiretractions of the near-rings // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 202.

97. Usenko V. Involutions of Semigroups // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 216.

98. Usenko V.M., Velychko V.E. Quasidual semigroups // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 216.

99. Usenko V, Zakusylo A. The translational hulls of the quasiregular Rees-matrix semigroups // 5-th International Algebraic Conference in Ukraine. July 20-27, 2005, Odessa. – Odessa I.I. Mechnikov University Press. – 2005. – p. 17.

100. Usenko V.M. Semiretractions and the Factorization Properties of Monoids // International Algebraic Conference. August 29 – September 3, 2005, Ekaterinburg, Russia. – Ekaterinburg : Ural Univ. Press. – 2005. – p. 7 (Last minute abstracts).

101. Zakusylo A., Usenko V. On the homomorphic corespondence // Conference "Fractals and Modern Mathematics". September 17, 2005, Kyiv, Ukraine. – Kyiv: NPU Dragomanova Press. 2005. – p. 35.

102. Chronovsky A., Usenko V. Sandwich Semogroups and its derived // Intern. Algebraic Conference "Classes of Groups and Algebras". October 5-7, 2005: [On the occasion of the 100-th Birthday of S.A. Chunikhin]: Abstracts of lectures. – Gomel: F.Skorina Gomel State University, 2005. – p. 12.

103. Kirtadze L., Usenko V. On the matrix near-rings // Intern. Algebraic Conference "Classes of Groups and Algebras". October 5-7, 2005: [On the occasion of the 100-th Birthday of S.A. Chunikhin]: Abstracts of lectures. – Gomel: F.Skorina Gomel State University, 2005. – p. 19.

104. Matievski V., Usenko V. The natural structure correspondence in the binary relations semigroup // Intern. Algebraic Conference "Classes of Groups and Algebras". October 5-7, 2005: [On the occasion of the 100-th Birthday of S.A. Chunikhin]: Abstracts of lectures. – Gomel: F.Skorina Gomel State University, 2005. – p. 19.

105. Usenko V. Binary relations and hyperoperations // Intern. Algebraic Conference "Classes of Groups and Algebras". October 5-7, 2005: [On the occasion of the 100-th Birthday of S.A. Chunikhin]: Abstracts of lectures. – Gomel: F.Skorina Gomel State University, 2005. – p. 26.

106. Pratsyovyty M., Usenko V. The System Foundations of the Mathematical Education Content forming // International Scientific and Methodical Conference "Heuristic teaching of Mathematics" (Donetsk, 15-17 november 2005). – Donetsk, Univ. Press. 2005. – p. 254.

Монографії

107. Usenko V.M. Semidirect Products of Monoids // Thesis. – Kharkov. In-t Radioelectronics. – 1982.

108. Usenko V.M. On semidirect products of monoids // Avtoref. dis. кand. fiz-mat nauк. – Kiev: KGU, 1984. – 18 p.

109. Usenko V.M. Semigroups and Near-rings of transformations // Thesis. Kyiv Taras Shevchenko University. Kyiv. – 1999. – 291 p.

110. Usenko V.M. Semigroups and Near-rings of transformations // Avtoref. dis. Doctor Science by speciality 01.01.06 – Algebra and Theory of Numbers. – Kyiv Taras Shevchenko University. Kyiv. – 1999. – 22 p.

Література про життя та діяльність В.М. Усенка

1. V.M. Usenko (1951 – 2006) // Algebra and discrete mathematics. Vol 5, No 2 (**2006**).
http://admjournal.luguniv.edu.ua/index.php/adm/article/view/1089

2. In Memory of Vitaliy Mikhaylovich Usenko (1951 – 2006) // 8th International Algebraic conference in Ukraine dedicated to the memory of Professor Vitaliy Mikhaylovich Usenko : book of abstracts, (Lugansk, 5–12 July 2011). — Lugansk, **2011**. — 320 P.
https://ddpu.edu.ua/fmfakultet/istfak/Usenko.pdf

3. Усенко Віталій Михайлович [Last modification: 25.01.**2011** 12:16]
http://pmi.1024.info/text/prepod/archive/usenko.html

4. Жучок Юл.В. Студентські олімпіади з алгебри в умовах дистанційного навчання // Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. Педагогічні науки. — **2019**. — №. 6 (329) Ч. 2. — С. 26–35.
http://visnyk.luguniv.edu.ua/index.php/vped/article/view/235

5. Фізико-математичний факультет. Історичний нарис до 80-річного ювілею університету // ДДПУ. — Слов'янськ, **2019**. — 48 с.

https://ddpu.edu.ua/fmfakultet/istfak/fizmat2019.pdf

МАТЕМАТИКА

УДК 519.175

Кадубовський О.А., Стьопкін А.В., Кириченко А.М.

[1] *канд. фізико-математичних наук, доцент каф. математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: kadubovs@ukr.net, ORCID 0000-0003-2045-810X

[2] *канд. фізико-математичних наук, доцент каф. математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: stepkin.andrej@gmail.com, ORCID 0000-0002-6130-9920

[3] *студентка 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: nastya.kirichenko7117@gmail.com, ORCID 0000-0003-4788-3974

ПРО ЧИСЛО НЕЕКВІВАЛЕНТНИХ ДВОКОЛЬОРОВИХ ХОРДОВИХ O-ДІАГРАМ РОДУ 2, ЯКІ МАЮТЬ ОДИН СІРИЙ (АБО ЧОРНИЙ) ЦИКЛ

Для натуральних $n \geqslant 5$ встановлено явні формули для підрахунку числа нееквівалентних 2-кольорових хордових O-діаграм (з n хордами), які мають лише один сірий (чорний) та $(n-4)$ чорних (відповідно сірих) циклів відносно дії діедральної групи (порядку $2n$). Крім того, для натуральних $5, 6$ та 7 в явному вигляді наведено всі нееквівалентні діаграми із зазначених класів, а для натуральних $5 \leqslant n \leqslant 36$ наведено точні значення числа нееквівалентних таких діаграм.

Ключові слова: *2-кольорова хордова O-діаграма з n хордами, род діаграми, цикл діаграми, діедральна група.*

Вступ

Нагадаємо, що *хордовою діаграмою* або, коротко, n-діаграмою називають конфігурацію на площині, що складається з кола, $2n$ точок на ньому (які є вершинами правильного $2n$-кутника) та n хорд, що сполучають вказані точки.

Хордові діаграми називають *ізоморфними*, якщо одну можна одержати з іншої в результаті повороту.

Діаграми називають *еквівалентними*, якщо їх можна сумістити за допомогою повороту, дзеркального відбиття, або ж їх композиції.

Питаннями переліку певних класів хордових n-діаграм (відносно дії циклічної групи порядку $2n$ та діедральної групи порядку $4n$) займалась ціла низка відомих математиків: T.R.S. Walsh, A.B. Lehman, J. Riordan, J. Harer, D. Zagier. Серед сучасників слід виділити авторів робіт [7], [2], [8], [5], [1].

Задачі про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних n-діаграм були повністю розв'язані у 1997–1998 рр. в роботах [2], [5], [7], [8].

Явні формули для підрахунку числа неізоморфних *планарних* (роду 0), *тороїдальних* (роду 1) n-діаграм та $2m$-діаграм *максимального роду* m було встановлено у 2000 р. в роботі [2]. Причому задача про підрахунок числа нееквівалентних діаграм *максимального роду* була повністю розв'язана лише у 2017 р. в роботі [6].

Слід констатувати, що *одержання явних формул для підрахунку числа неізоморфних (а тому і нееквівалентних)*, зокрема двокольорових, n-діаграм *фіксованого роду* виявилося досить складною задачею і в загальному випадку до сьогодні *нерозв'язаною проблемою.*

Для **двокольорових** діаграм найбільш вагомими є наступні результати:

задачі про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних O- і N-діаграм (відповідно) повністю розв'язано в 2010 р. у роботі [11];

формули для підрахунку числа неізоморфних та нееквівалентних O-діаграм (N-діаграм), які мають *точно один цикл певного кольору* (чорний або ж сірий) одержано в 2010 та 2012 рр. у роботах [12] і [13] відповідно;

формули для підрахунку числа неізоморфних та нееквівалентних *планарних* O-діаграм (з n хордами) було встановлено у 2000 р. в роботі [1]; проте питання про узагальнення цієї задачі на випадок фіксованого числа чорних (або ж сірих) циклів було повністю розв'язано лише у 2014 р. в роботі [14];

задача про підрахунок числа неізоморфних O-діаграм *максимального* роду (з 1-им чорним та 1-им сірим циклом) була розв'язана у 2006 р. в роботі [10], а про число нееквівалентних таких діаграм — лише у 2015 р. в [15].

Слід зазначити, що навіть для класу $\Im_{k;l}^{n,1}$ O-діаграм (з n хордами) роду 1, які мають *точно* k чорних (або ж сірих) та $l=n-k-1$ сірих (відповідно чорних) циклів, питання про підрахунок числа нееквівалентних діаграм відносно дії циклічної та діедральної груп в загальному випадку **залишаються відкритими**. Явні формули для підрахунку числа неізоморфних та нееквівалентних діаграм з класів $\Im_{n-2;1}^{n,1}$, $\Im_{n-3;2}^{n,1}$ та $\Im_{n-4;3}^{n,1}$ (для початкових $l=1$, $l=2$ та $l=3$) одержано в роботах [16], [17] і [18] відповідно.

Явні формули для підрахунку числа неізоморфних діаграм з більш ємного класу $\Im^{n,1}$ двокольорових хордових O-діаграм (з n хордами) роду 1 (без фіксації кількості чорних та/або сірих циклів) анонсовано в одній з робіт автора. Проте задача про підрахунок числа *нееквівалентних* діаграм з класу $\Im^{n,1}$ також залишається нерозв'язаною.

Дана стаття є логічним продовженням зазначеної серії робіт, зокрема [19], та присвячена встановленню формул для підрахунку числа нееквівалентних діаграм з класу $\Im_{n-4;1}^{n,2}$. А її основною метою — виклад одержаних результатів, анонсованих автором в роботі [20].

Основні поняття та попередні відомості

Означення 1. *Коло з* $2n$ *точками на ньому (що є вершинами правильного* $2n$*-кутника), дуги якого почергово розфарбовані у два кольори (чорний і сірий) та фіксованою нумерацією вершин за годинниковою стрілкою, будемо називати двокольоровим* $2n$*-шаблоном — рис. 1 a).*

2-кольоровою *хордовою* n*-діаграмою будемо називати* n*-діаграму, побудовану на основі двокольорового* $2n$*-шаблону.*

Означення 2. *2-кольорову* n*-діаграму, яка не містить (містить) хорди, що сполучає вершини з номерами однакової парності, називають* O*-діаграмою (*N*-діаграмою) — рис. 1* $c), b)$.

Означення 3. *«Чорним» («сірим») циклом* 2*-кольорової діаграми називатимемо послідовність хорд та чорних (сірих) дуг, які утворюють гомеоморфний образ (орієнтованого) кола — рис. 1* $b) - c)$.

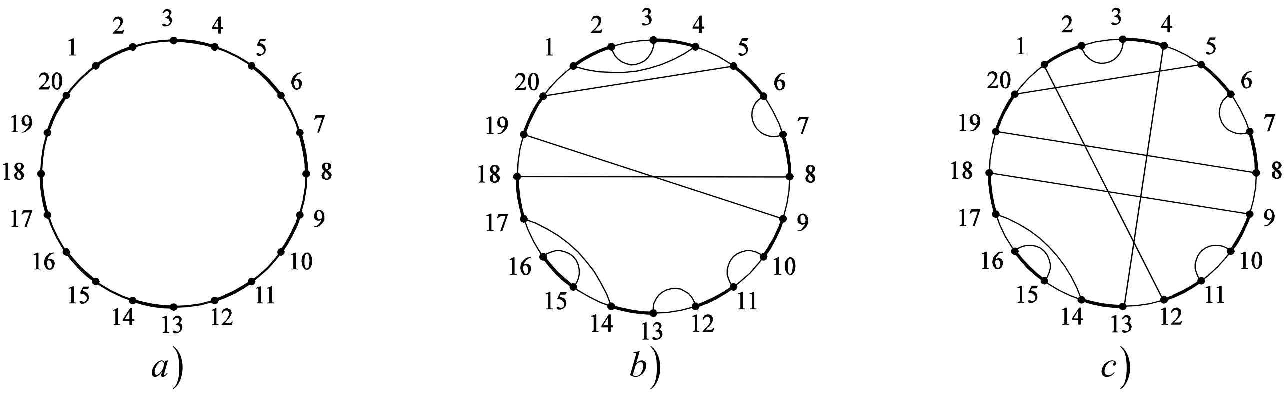


Рис. 1:
$a)$ двокольоровий 20-шаблон;
$b)$ N-діаграма (з 10 хордами), яка має 7 сірих та 3 чорних циклів;
$c)$ O-діаграма (з 10 хордами), яка має 6 сірих та 3 чорних циклів

Якщо проігнорувати колір, то кожен чорний (сірий) цикл 2-кольорової O-діаграми співпадає з відповідним циклом непофарбованої діаграми. Тоді наслідуючи [2], природнім чином визначається рід O-діаграми, а саме

Означення 4. *Родом* 2*-кольорової* O*-діаграми будемо називати ціле число* g, *яке визначається рівністю*

$$g = \frac{n+1-\lambda}{2}, \tag{1}$$

де λ *— сумарне число чорних і сірих циклів діаграми.*

Означення 5. *Множину O-діаграм з n хордами (побудованих на 2-кольоровому $2n$-шаблоні), які мають точно l сірих (чорних) та k чорних (сірих) циклів будемо позначати $\Im^O_{k,l;n}$.*

Зауваження 1. *З урахуванням рівності (1) та введених позначень, діаграми з класу $\Im^O_{k,l;n}$ є O-діаграмами (з n хордами) роду $g = \frac{n+1-k-l}{2}$. Тобто, для O-діаграм роду g з l сірими (або ж чорними) циклами число k чорних (відповідно сірих) циклів визначається однозначно і становить $k = n+1-l-2g$.*

Тому в подальшому через $\Im^{n,g}_{n+1-l-2g,l}$ будемо позначати клас двокольорових хордових саме O-діаграм (з n хордами) роду g, які мають точно l сірих та $k = n+1-l-2g$ чорних циклів.

Більш детально з основними поняттями та попередніми відомостями з теорії переліку двокольорових хордових діаграм, можна ознайомитися в роботах [11], [16], [17].

1.1. Число діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ та його характеристичні підкласи

У 1997 р. в роботі [9, С. 4] вперше встановлено рекурентні формули, за допомогою яких є принципово можливим підрахунок числа діаграм з класу $\Im^{n,g}_{k,l}$ ($2g = n+1-k-l$).

Крім того, для початкових $g = 0; 1; 2; 3$ в [9, С. 8-9] встановлено явні формули, які пізніше також були одержані та уточнені й в [4, С. 833], а в роботі [3, С. 888] — для цілих $g \geqslant 0$ запропоновано іншу рекурентну формулу.

З урахуванням, наприклад результатів роботи [19], для довільного натурального $n \geqslant 5$ число $d(n)$ діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ можна знайти за формулою

$$\left|\Im^{n,2}_{n-4;1}\right| = \frac{(3n^2-n-6)}{8} \cdot C^6_{n+1} = d(n). \tag{2}$$

Зауваження 2. ([19]) *Оскільки діаграми з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ (крім 1 сірого циклу) мають точно $k = n-4$ чорних циклів (які містять всі n чорних дуг двокольорового $2n$-шаблону), то кожна з таких діаграм може мати лише один з наступних наборів чорних циклів:*

або один 5*-цикл (довжини 5) та* $(n-5)$ 1*-циклів (довжини 1);*

або один 4*-цикл,* один 2*-цикл та* $(n-6)$ 1*-циклів;*

або два 3*-цикли та* $(n-6)$ 1*-циклів;*

або один 3*-цикл,* два 2*-цикли та* $(n-7)$ 1*-циклів;*

або чотири 2*-цикли та* $(n-8)$ 1*-циклів.*

Таким чином, всі діаграми з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ умовно можна поділити на п'ять зазначених вище класів — A, B, D, E та F відповідно.

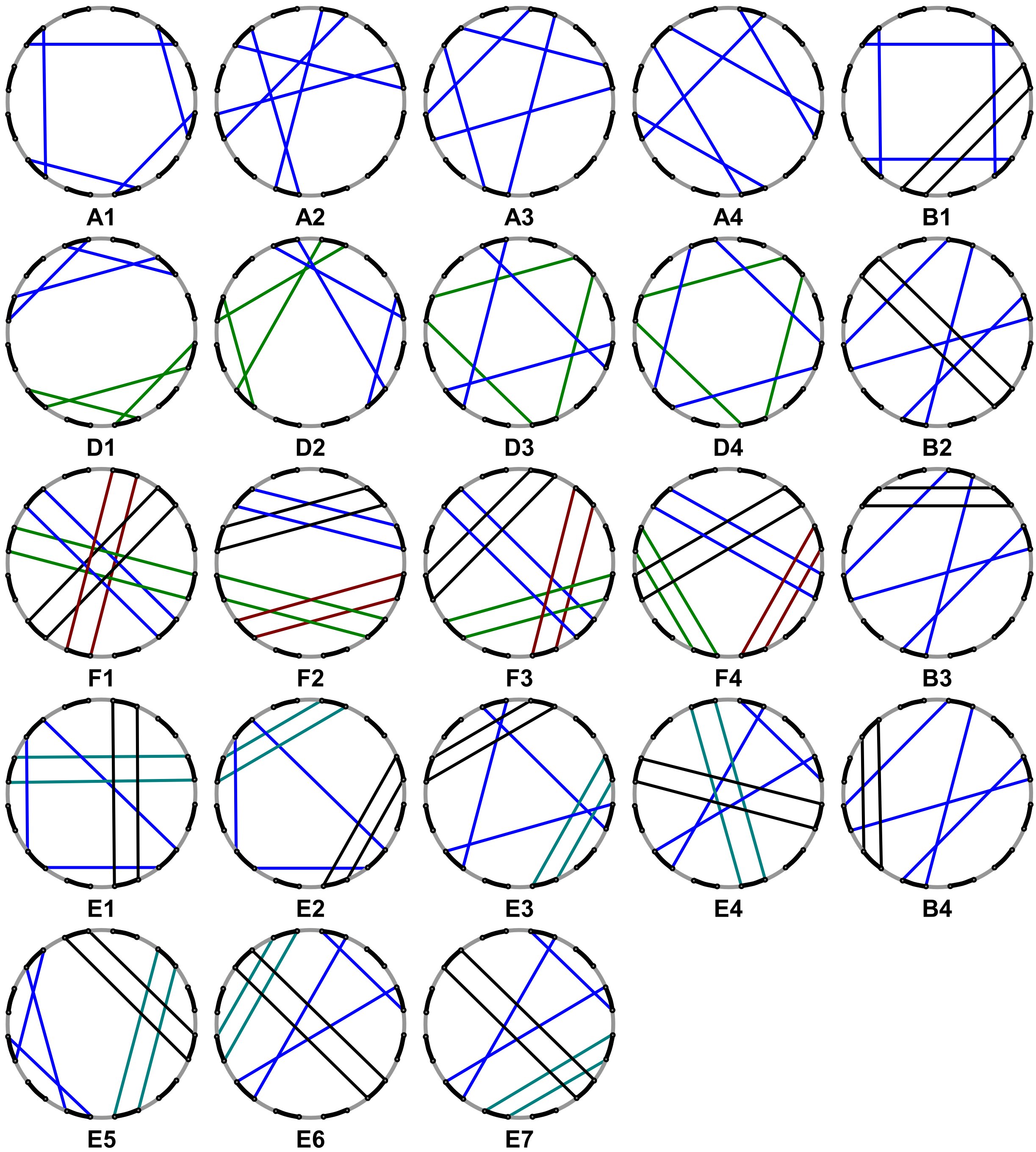


Рис. 2: типові представники характеристичних підкласів діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$

Зауваження 3. (**[19]**) *Якісний аналіз можливих типів діаграм із класів* A, B, D, E *і* F *дозволяє виділити лише 23 підкласи (об'єднання яких дає* $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ *та перетин будь-яких двох із них є порожньою множиною), типові представники яких зображено на рис. 2 та (заради зручності) позначено у спосіб:* $A1-A4$, $B1-B4$, $D1-D4$, $E1-E7$ *та* $F1-F4$ *відповідно.*

1.2. Число неізоморфних діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$

В роботі [19] за допомогою леми Бернсайда встановлено справедливість наступного твердження

Теорема 1. ([19]) *Для натуральних $n \geqslant 5$ число $d^*(n)$ неізоморфних (нееквівалентних відносно дії циклічної групи порядку n) діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ можна обчислити за формулою*

$$d^*(n) = \frac{d(n) + \rho(n, \frac{n}{2}) + 2\rho(n, \frac{n}{3}) + 2\rho(n, \frac{n}{4}) + 4\rho(n, \frac{n}{5}) + 2\rho(n, \frac{n}{6}) + 4\rho(n, \frac{n}{8})}{n}, \tag{3}$$

де

$$d(n) = \frac{1}{8} \cdot C^6_{n+1} \cdot (3n^2 - n - 6); \tag{4}$$

$\forall j \in N : \frac{n}{j} \notin N$ *величини* $\rho\left(n, \frac{n}{j}\right) \equiv 0$, *а*

$\forall j \in \{2; 3; 4; 5; 6; 8\} : \frac{n}{j} \in N$ *величини* $\rho\left(n, \frac{n}{j}\right)$ *визначаються за допомогою співвідношень*

$$\rho\left(n, \frac{n}{j}\right) = \begin{cases} C^1_{\frac{n}{8}}, & j = 8 \\ C^1_{\frac{n}{6}}, & j = 6 \\ 3 \cdot C^1_{\frac{n}{5}}, & j = 5 \\ C^2_{\frac{n}{4}}, & j = 4 \\ 3 \cdot C^2_{\frac{n}{3}}, & j = 3 \\ C^3_{\frac{n}{2}} \cdot \frac{5n+2}{8}, & j = 2. \end{cases} \tag{5}$$

Основна частина

Застосовуючи лему Бернсайда (див. напр. [2], [11], [12]), не важко встановити, що число $d^{**}(n)$ нееквівалентних (відносно дії діедральної групи) діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ можна визначити за допомогою співвідношення

$$d^{**}_n = \frac{1}{2}\left(d^*(n) + S(n)\right), \tag{6}$$

де $d^*(n)$ — число неізоморфних діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$,

$$S(n) = \begin{cases} s_0(n), & n = 2m + 1 \\ \\ \frac{1}{2}(s_1(n) + s_2(n)), & n = 2m, \end{cases} \tag{7}$$

$s_0(n)$ — число тих діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$, що є симетричними відносно **фіксованої осі симетрії**, яка проходить через середини протилежних чорної та сірої дуг 2-кольорового $2n$-шаблону;
$s_1(n)$ ($s_2(n)$) — число тих діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$, що є симетричними відносно **фіксованої осі симетрії**, яка проходить через середини протилежних сірих (відповідно чорних) дуг 2-кольорового $2n$-шаблону.

Таким чином, з урахуванням співвідношень (6), (7) та встановлених формул (3) – (5) для обчислення величини $d^*(n)$, задача про підрахунок числа $d^{**}(n)$ нееквівалентних діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ зводиться до задач про підрахунок величин $s_0(n)$, $s_1(n)$, $s_2(n)$.

Зауваження 4. *В подальшому з метою уникнення непотрібних нагромаджень (при візуалізації відповідних типів діаграм) чорні 1-цикли будемо зображати у вигляді звичайної чорної дуги* $2n$*-шаблону (та розуміти як дугу, кінці якої сполучено хордою) – рис.* 3 *c*).

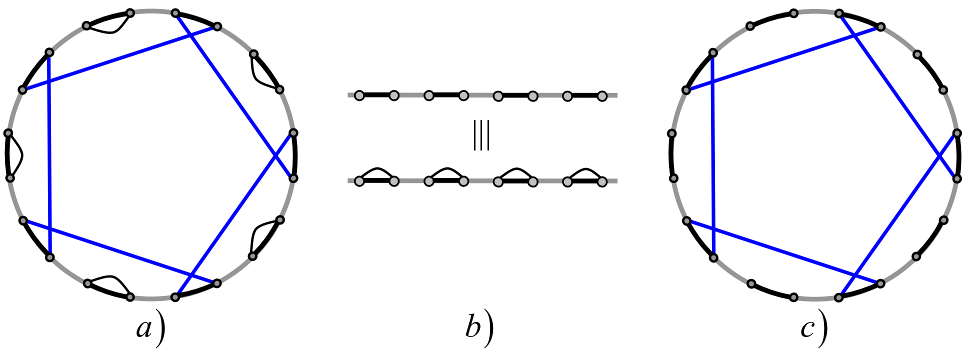


Рис. 3: до зауваження 4.

Лема 1. *Нехай* $n = 2m + 1$. *Тоді число* $s_0(n)$ *діаграм з класу* $\Im^{n,2}_{n-4;1}$, *що є симетричними відносно фіксованої осі симетрії, яка проходить через середини протилежних чорної та сірої дуг* 2*-кольорового* $2n$*-шаблону, можна обчислити за формулою.*

$$s_0(n) = \frac{(n-3)(n-1)(n+1)(5n+7)}{384}. \qquad (8)$$

Доведення. З урахуванням аналізу симетрій типових представників характеристичних підкласів діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ (зображених на рис. 2), всі діаграми з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$, що є симетричними відносно фіксованої осі симетрії, яка проходить через середини протилежних **чорної та сірої** дуг 2-кольорового $2n$-шаблону ($n = 2m + 1$), вичерпуються діаграмами вісімнадцяти типів, зображених та занумерованих числами від 1 до 18 на рис. 4.

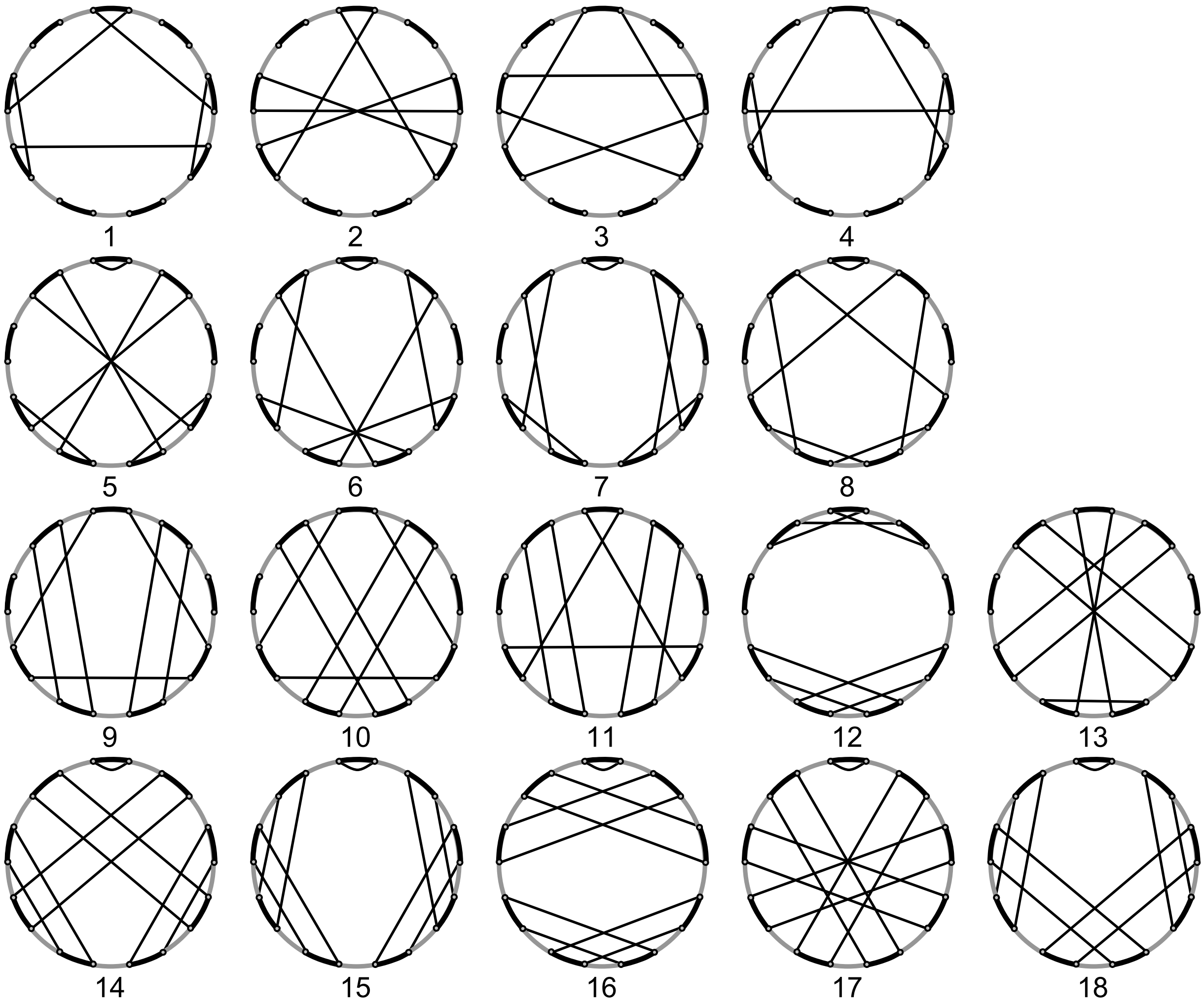


Рис. 4: до леми 1.

Оскільки $n = 2m + 1$, то сумарне число $s_0(n)$ діаграм зазначених типів становить

$$4 \times C^2_{\frac{(2m+1)-1}{2}} + 9 \times C^3_{\frac{(2m+1)-1}{2}} + 5 \times C^4_{\frac{(2m+1)-1}{2}} = 4C^2_m + 9C^3_m + 5C^4_m =$$

$$= 4\left(C^2_m + C^3_m\right) + 5\left(C^3_m + C^4_m\right) = 4C^3_{m+1} + 5C^4_{m+1} = 4C^4_{m+2} + C^4_{m+1} =$$

$$= 4\frac{(m+2)!}{4!(m-2)!} + \frac{(m+1)!}{4!(m-3)!} = \frac{(m+1)!}{4!(m-2)!}\left(4 \cdot (m+2) + 1 \cdot (m-2)\right) =$$

$$= \frac{1}{4!}(m+1)m(m-1)(5m+6).$$

Звідки, з урахуванням рівності $m = \frac{n-1}{2}$, одержуємо, що

$$s_0(n) = s_0(2m+1) = \frac{(n-3)(n-1)(n+1)(5n+7)}{384}.$$

□

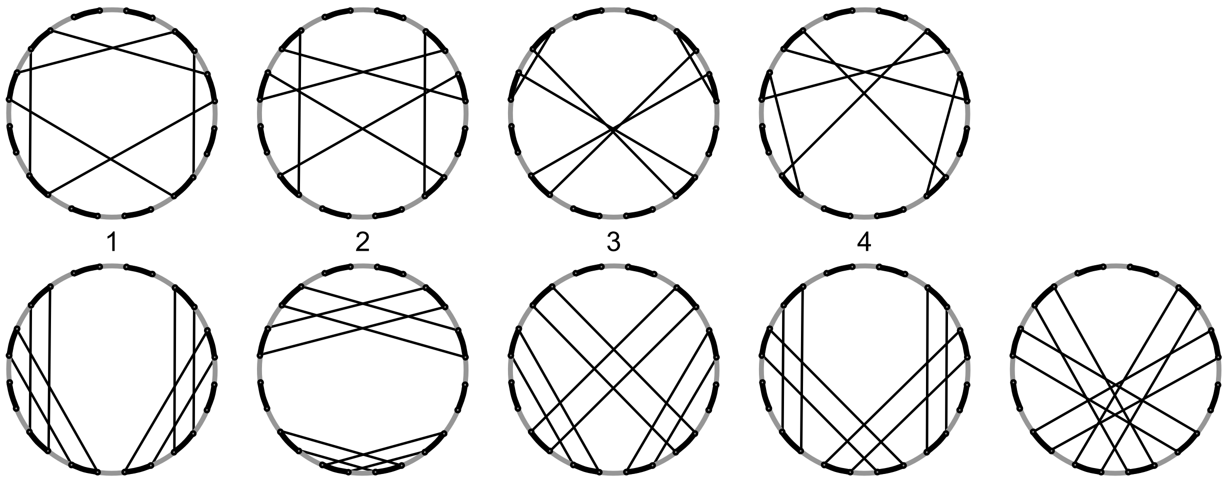
Лема 2. *Нехай* $n = 2m$. *Тоді мають місце рівності*

$$s_1(n) = \frac{1}{384}(n-4)(n-2)\left(5n^2+2n\right); \tag{9}$$

$$s_2(n) = \frac{1}{384}(n-4)(n-2)\left(5n^2+66n+192\right); \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}\left(s_1(n)+s_2(n)\right) = \frac{(n-4)(n-2)\left(5n^2+34n+96\right)}{384}. \tag{11}$$

Доведення. З урахуванням аналізу симетрій типових представників характеристичних підкласів діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$ (зображених на рис. 2), всі діаграми з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$, що є симетричними відносно фіксованої осі симетрії, яка проходить через середини протилежних **сірих** дуг 2-кольорового $2n$-шаблону ($n = 2m$), вичерпуються діаграмами дев'яти типів, зображених та занумерованих числами від 1 до 9 на рис. 5.



1 2 3 4 5 6 7 8 9

Рис. 5: до леми 2.

Оскільки $n = 2m$, то сумарне число $s_1(n)$ діаграм зазначених типів становить

$$4\times C^3_{\frac{2m}{2}} + 5\times C^4_{\frac{2m}{2}} = 4C^3_m + 5C^4_m = 4\left(C^3_m + C^4_m\right) + C^4_m = 4C^4_{m+1} + C^4_m =$$

$$= 4\frac{(m+1)!}{4!(m-3)!} + \frac{m!}{4!(m-4)!} = \frac{m!}{4!(m-3)!}\left(4\cdot(m+1) + 1\cdot(m-3)\right) =$$

$$= \frac{1}{4!}m(m-1)(m-2)(5m+1).$$

Звідки, з урахуванням рівності $m = \frac{n}{2}$, одержуємо, що

$$s_1(n) = s_1(2m) = \frac{n(n-2)(n-4)(5n+2)}{384} = \frac{1}{384}(n-4)(n-2)\left(5n^2+2n\right).$$

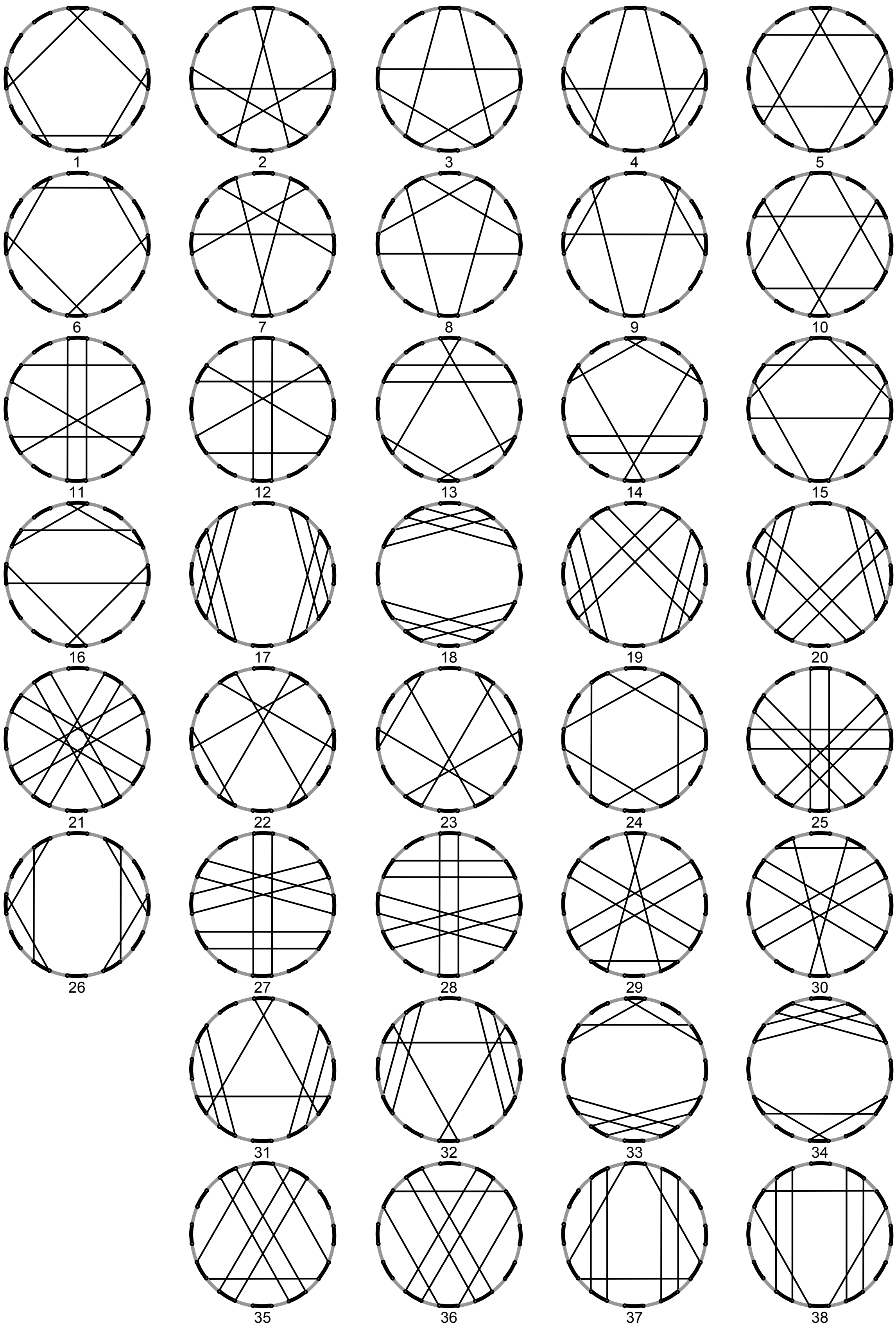


Рис. 6: до леми 2.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234823

Діаграми з класу $\Im_{n-4;1}^{n,2}$, що є симетричними відносно фіксованої осі симетрії, яка проходить через середини протилежних **чорних** дуг 2-кольорового $2n$-шаблону ($n = 2m$), вичерпуються діаграмами тридцяти восьми типів, зображених та занумерованих числами від 1 до 38 на рис. 6.

Оскільки $n = 2m$, то сумарне число $s_2(n)$ діаграм зазначених типів становить

$$16 \times C^2_{\frac{2m-2}{2}} + 5 \times C^4_{\frac{2m-2}{2}} + 17 \times C^3_{\frac{2m-2}{2}} = 16C^2_{m-1} + 5C^4_{m-1} + 17C^3_{m-1} =$$

$$= 16\left(C^2_{m-1} + C^3_{m-1}\right) + \left(C^3_{m-1} + C^4_{m-1}\right) + 4C^4_{m-1} = 16C^3_m + C^4_m + 4C^4_{m-1} =$$

$$= 16 \cdot \frac{m!}{3!(m-3)!} + \frac{m!}{4!(m-4)!} + 4 \cdot \frac{(m-1)!}{4!(m-5)!} =$$

$$= \frac{(m-1)!}{4!(m-3)!}\left(64 \cdot m + 1 \cdot m(m-3) + 4 \cdot (m-3)(m-4)\right) =$$

$$= \frac{(m-1)(m-2)}{4!}\left(5m^2 + 33m + 48\right).$$

Звідки, з урахуванням рівності $m = \frac{n}{2}$, одержуємо, що

$$s_2(n) = \frac{1}{4!}\left(\frac{n-2}{2}\right)\left(\frac{n-4}{2}\right)\left(5 \cdot \frac{n^2}{4} + 33 \cdot \frac{n}{2} + 48\right) =$$

$$= \frac{1}{384}(n-4)(n-2)\left(5n^2 + 66n + 192\right).$$

Крім того,

$$\frac{1}{2}\left(s_1(n) + s_2(n)\right) = \frac{(n-4)(n-2)\left(5n^2 + 34n + 96\right)}{384}.$$

□

З урахуванням співвідношень (6), (7) та лем 1 і 2, має місце

Теорема 2. *Для натуральних $n \geqslant 5$ число $d^{**}(n)$ нееквівалентних (відносно дії діедральної групи порядку $2n$) діаграм з класу $\Im_{n-4;1}^{n,2}$ можна обчислити за формулою*

$$d^{**}(n) = \frac{1}{2}\left(d^*(n) + S(n)\right), \tag{12}$$

де

$$S(n) = \begin{cases} \frac{1}{384}(n-3)(n-1)(n+1)(5n+7), & n = 2k+1 \\ \frac{1}{384}(n-4)(n-2)\left(5n^2 + 34n + 96\right), & n = 2k. \end{cases} \tag{13}$$

а величина $d^*(n)$ визначається за формулами (3) – (5).

На рис. 7 та 8 в явному вигляді наведено всі неізоморфні (нееквівалентні відносно дії циклічної групи) діаграми з класів $\Im_{1;1}^{5,2}$ та $\Im_{2;1}^{6,2}$ відповідно.

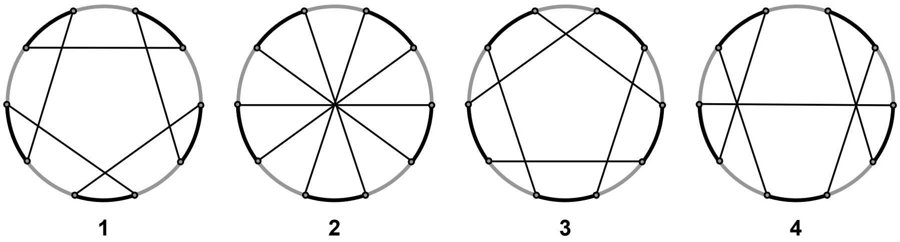


Рис. 7: всі неізоморфні діаграми з класу $\Im_{1;1}^{5,2}$

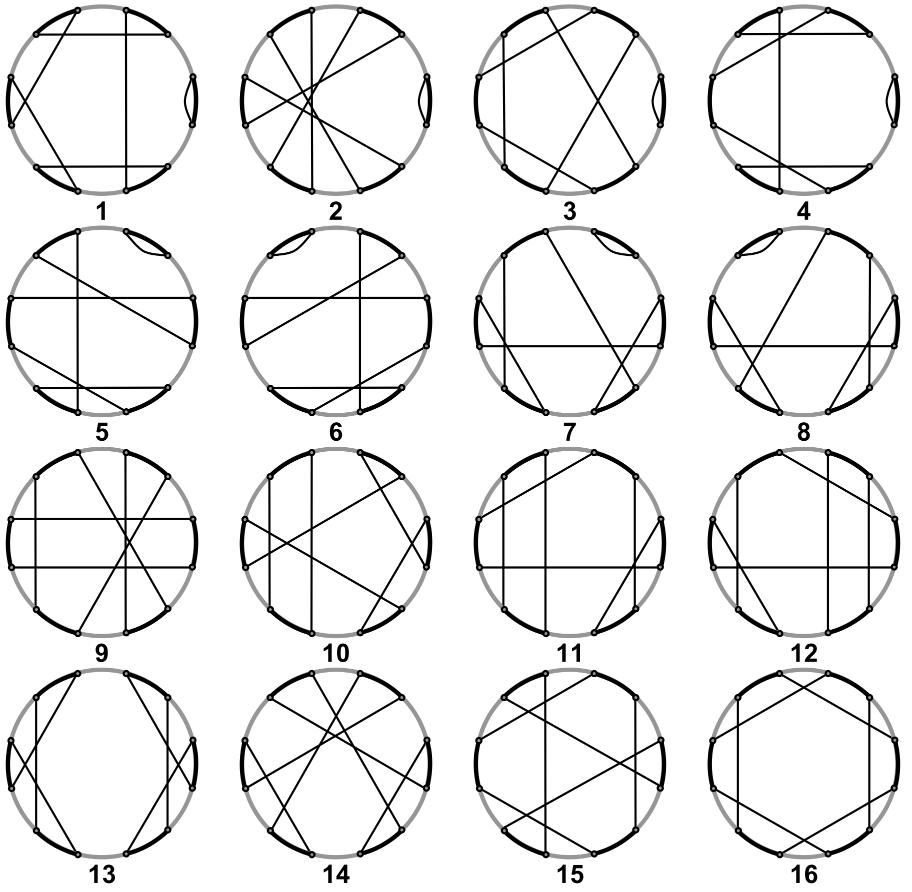


Рис. 8: всі неізоморфні діаграми з класу $\Im_{2;1}^{6,2}$

Зауваження 5. *Очевидно, що:*

у випадку $n = 5$ всі неізоморфні діаграми є також і нееквівалентними (відносно дії діедральної групи);

у випадку $n = 6$ з 16 неізоморфних діаграм пари $\{5; 6\}$, $\{7; 8\}$ та $\{11; 12\}$ є еквівалентними (симетричними), а тому існує лише $16 - 3 = 13$ нееквівалентних діаграм з класу $\Im_{2;1}^{6,2}$.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234823

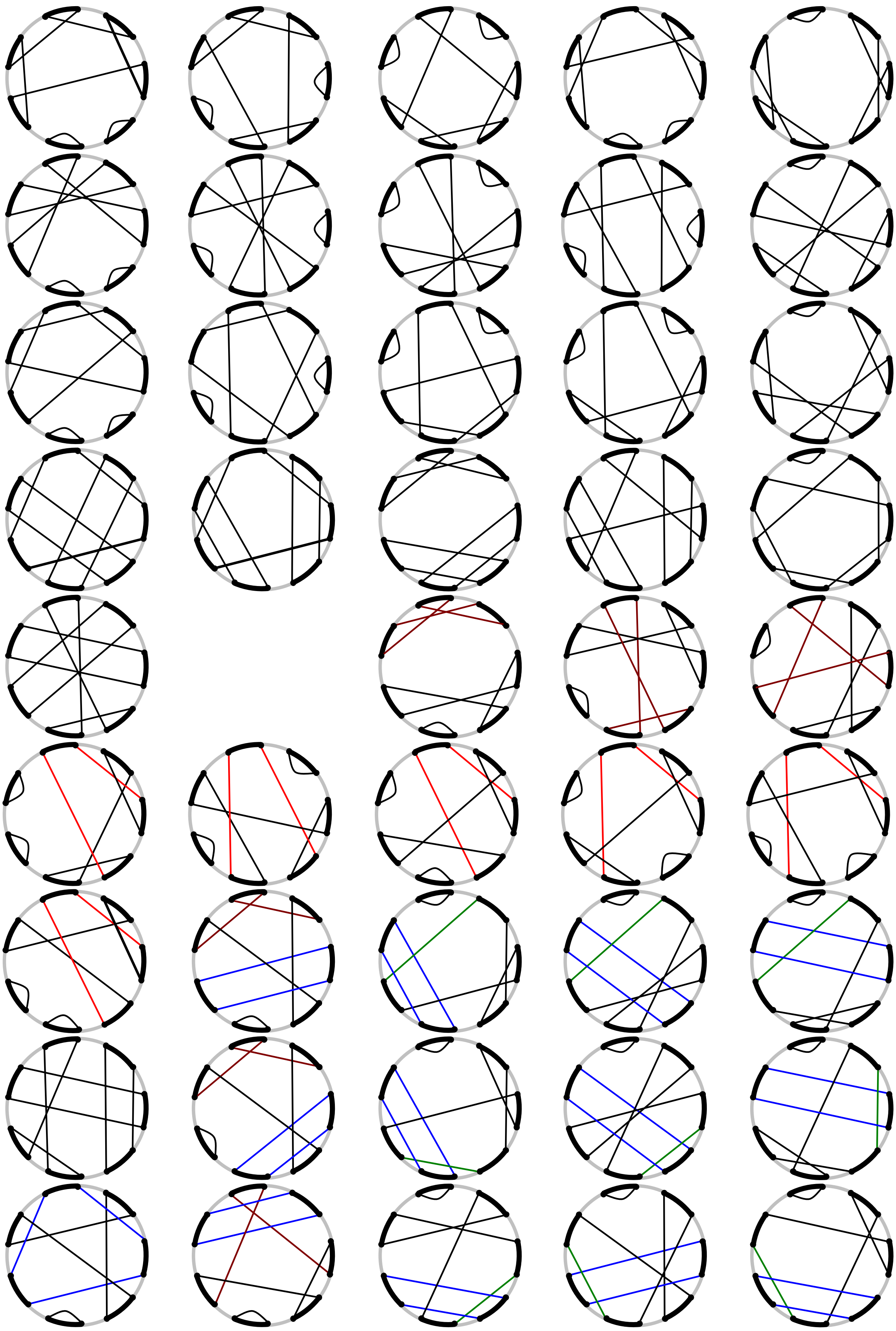


Рис. 9: всі 44 нееквівалентні діаграми з класу $\Im^{7,2}_{3;1}$

Додатки та прикінцеві зауваження

Зауваження 6. *За допомогою одержаних формул можна підрахувати й число нееквівалентних діаграм з класу* $\Im^{n,2}_{1;n-4}$

Повторюючи міркування, аналогічні тим, що наведено у роботі [5], не важко встановити справедливість наступного твердження

Твердження 1. *При* $n \to \infty$ *величини* $d^{**}(n)$ *та*

$$\delta(n) = \frac{d(n)}{2n} = \frac{(3n^2-n-6)(n+1)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{11520}$$

є еквівалентними нескінченно великими величинами.

n	$d(n)$	$d^*(n)$	$d^{**}(n)$	n	$d(n)$	$d^*(n)$	$d^{**}(n)$
5	8	4	4	**21**	12 087 306	575 592	288 951
6	84	16	13	**22**	17 968 566	816 858	409 959
7	469	67	44	**23**	26 212 571	1 139 677	571 516
8	1 869	237	140	**24**	37 589 475	1 566 377	785 361
9	5 985	667	366	**25**	53 068 015	2 122 723	1 063 721
10	16 401	1 649	883	**26**	73 854 495	2 840 739	1 423 367
11	39 963	3 633	1 894	**27**	101 437 245	3 756 943	1 881 702
12	88 803	7 417	3 836	**28**	137 637 045	4 915 841	2 461 957
13	183 183	14 091	7 203	**29**	184 664 025	6 367 725	3 188 185
14	355 355	25 405	12 945	**30**	245 181 573	8 173 019	4 091 833
15	654 654	43 650	22 112	**31**	322 377 804	10 399 284	5 205 312
16	1 154 062	72 166	36 503	**32**	420 045 164	13 126 768	6 570 279
17	1 958 502	115 206	58 086	**33**	542 668 764	16 444 518	8 229 569
18	3 215 142	178 678	90 018	**34**	695 524 060	20 457 020	10 237 300
19	5 126 010	269 790	135 660	**35**	884 784 516	25 279 560	12 649 062
20	7 963 242	398 242	200 162	**36**	1 117 639 908	31 046 082	15 534 091

Табл. 1: початкові значення величин $d(n)$, $d^*(n)$ та $d^{**}(n)$

Висновки

Таким чином, в представленій роботі розв'язано задачу про підрахунок числа нееквівалентних діаграм з класу $\Im^{n,2}_{n-4;1}$. Крім того, для $n = 5, 6$ та $n = 7$ в явному вигляді наведено всі неізоморфні та нееквівалентні діаграми з відповідних класів, а для $5 \leqslant n \leqslant 36$ — точні значення числа неізоморфних та нееквівалентних таких діаграм.

Цілком природно подальшу роботу спрямувати на одержання явних формул для підрахунок числа нееквівалентних діаграм з класу $\Im^{n,3}_{n-6;1}$ та узагальнення одержаних результатів для класу $\Im^{n,g}_{n-2g,1}$ на випадок довільного $g \geqslant 1$.

Література

1. *Callan D., Smiley L.* Noncrossing partitions under reflection and rotation; preprint, arXiv:math/0510447 [math.CO], 2000.
2. *Cori R., Marcus M.* Counting non-isomorphic chord diagrams. Theoretical Computer Science. 1998. Vol. 204. P. 55–73.
3. *Chapuy G.* A new combinatorial identity for unicellular maps, via a direct bijective approach. Advances in Applied Mathematics. 2011. Vol. 47, No. 4. P. 874–893.
4. *Goupil A., Schaeffer G.* Factoring n-cycles and counting maps of given genus. European Journal of Combinatorics. 1998. Vol. 19, No. 7. P. 819–834.
5. *Khruzin A.* Enumeration of chord diagrams; preprint, arXiv:math/0008209 [math.CO], 1998.
6. *Krasko E.* Counting Unlabelled Chord Diagrams of Maximal Genus; preprint, arXiv:1709.00796 [math.CO], 2017.
7. *Li B., Sun H.* Exact number of chord diagrams and an estimation of the number of spine diagrams of order n. Chinese Science Bulletin. 1997. Vol. 42, No. 9. P. 705–720.
8. *Stoimenov A.* Enumeration of chord diagrams and an upper bound for Vassiliev invariants. Journal of Knot and its Ramifications. 1998. Vol. 7, No. 1. P. 93–114.
9. *Адрианов Н.М.* Аналог формулы Харера-Цагира для одноклеточных двукрашенных карт. Функциональный анализ и его приложения. 1997. Том 31, № 3. С. 1–9.
10. *Кадубовський О.* Про один клас хордових діаграм максимального роду. Вісник Київського університету Серія: фізико-математичні науки. 2006. Вип. 1. С. 17–27.
11. *Кадубовський О.А., Сторожилова О.В., Сторожилова Н.В.* Двокольорові O- і N-діаграми. Пошуки і знахідки. Серія: фізико-математичні науки. 2010. Том I, Вип. 10. С. 41–50.
12. *Кадубовський О.А., Саприкіна Ю.С., Мазур С.Ю.* Двокольорові O-діаграми з одним чорним циклом. Пошуки і знахідки. Серія: фізико-математичні науки. 2010. Том I, Вип. 10. С. 51–60.
13. *Кадубовский А.А.* Двухцветные хордовые N-диаграммы с одним черным циклом. Труды института прикладной математики и механики НАН Украины. 2012. Том 24. С. 134–146.
14. *Кадубовский А.А.* О числе топологически неэквивалентных функций с одной вырожденной критической точкой типа седло на двумерной сфере, II. Труды междунар. геометрического центра. 2015. Том 8, № 1. С. 46–61.

15. *Кадубовський О.А.* Перерахування топологічно нееквівалентних гладких мінімальних функцій на замкнених поверхнях // Топологія відображень маловимірних многовидів : Збірник праць Інституту математики НАН України. 2015. Том 12, № 6. С. 105–145.
16. *Кадубовський О.А., Баляса Н.П.* Перерахування двокольорових хордових O-діаграм роду 1, які мають один чорний (або сірий) цикл, відносно дії циклічної та діедральної груп. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2016. Вип. 6. С. 31–46.
17. *Кадубовський О.А., Калініченко Я.В.* Перерахування двокольорових хордових O-діаграм роду 1, які мають два чорних (або сірих) циклів, відносно дії групи діедра. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2018. Вип. 8. С. 30–45.
18. *Кадубовський О.А.* Перерахування двокольорових хордових O-діаграм роду 1, які мають три сірих (або чорних) цикли, відносно дії групи діедра. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2019. Вип. 9. С. 25-41.
19. *Кадубовський О.А., Сипчук Є.Ю.* Про число неізоморфних двокольорових хордових O-діаграм роду 2, які мають один сірий (або чорний) цикл. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2020. Вип. 10. С. 21–32.
20. *Кадубовський О.А.* Про число топологічно нееквівалентних напівмінімальних гладких функцій на двовимірному кренделі. Збірник тез доповідей Міжнародної наукової онлайн конференції «Алгебраїчні та геометричні методи аналізу». (Одеса, 26-30 травня 2020 р.). — Одеса, 2020. — С. 87–88. — 131 с.

O.A. Kadubovskyi, A.V. Stopkin, A.M. Kyrychenko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

On the number of non-equivalent 2-color chord O-diagrams of the genus three that have one grey (or black) face

In this paper we consider 2-color chord O-diagrams (of order n) with one grey and $(n-4)$ black faces under the action of dihedral group of the order $2n$.

For natural $5, 6$ and 7 we have illustrated all non-equivalent of such diagrams. We have established explicit formulas for counting the number of non-equivalent diagrams from the specified class. In addition, for natural $5 \leqslant n \leqslant 36$ we have also listed the exact value of the number of non-equivalent such diagrams.

Keywords: *2-color chord O-diagrams, genus of a diagram, faces of a diagram, dihedral group.*

УДК 512.53

Величко В.Є.

[1] *канд. фіз-мат. наук, доктор пед. наук, професор каф. МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: vladislav.velichko@gmail.com, ORCID 0000-0001-9752-0907

ЕНДОМОРФІЗМИ ВІЛЬНОЇ ГРУПИ

В роботі за допомогою елементарного перетворення Нільсена рангу n на множені наборів слів вільної групи визначається автоморфізм або ендоморфізм вільної групи. Розглядається будова вербальної підгрупи вільної групи.

Ключові слова: *вільна група, ендоморфізм, автоморфізм, перетворення Нільсена*

Вступ

Вільною групою $F = F(X)$ з системою вільних твірних X називається група, елементами якої є нескоротні групові слова над алфавітом X, а добуток елементів-слів визначається як їх приписування з подальшою редукцією – скороченням символів вигляду xx^{-1}, $x^{-1}x$, які можуть появитися на стику двох слів при їх приписуванні. При цьому груповим словом називається слово вигляду

$$w = x_{i_1}^{\varepsilon_1} x_{i_2}^{\varepsilon_2} \dots x_{i_r}^{\varepsilon_r}, \text{ де } \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r \in \{-1, 1\}.$$

Слово w називається нескоротним, якщо воно не містить складів вигляду xx^{-1} чи $x^{-1}x$. Потужність множини вільних твірних X називається рангом вільної групи. Вільна група визначається своїм рангом однозначно: будь яка інша система твірних, яка є вільною, тобто такою, що довільне відображення цієї системи в групу F продовжується до ендоморфізму, має таку ж потужність як і X. Це число є інваріантом вільної групи, який називається її рангом. Вільну групу рангу n (з точністю до ізоморфізму вона лише одна) позначають символом F_n.

Основна частина

Нехай $(x_i)_{i \in I}$ – система вільних твірних вільної групи F, де $I = \{1, 2, \dots, n\}$ або $I = N$, $(w_i)_{i \in I}$ – система нескоротних слів - елементів F. Тоді відображення

$$x_i \to w_i, \ i \in I, \tag{1}$$

можна продовжити до ендоморфізму групи F. При цьому різним відображенням відповідатимуть різні ендоморфізми і кожен ендоморфізм визначає певне відображення виду (1). А тому довільний ендоморфізм $\alpha \in EndF$

однозначно задається набором елементів $(w_i)_{i\in I}$. Нехай n – натуральне число, $n \geqslant 2$, тоді ендоморфізму α відповідає набір

$$[\alpha] =< w_1(x_1, x_2, \dots, x_n), w_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, w_n(x_1, x_2, \dots, x_n) > \qquad (2)$$

Якщо ендоморфізму β відповідає набір

$$[\beta] =< w'_1(x_1, x_2, \dots, x_n), w'_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, w'_n(x_1, x_2, \dots, x_n) >, \qquad (3)$$

то добутку $\alpha\beta$ відповідає набір, який утворився при суперпозиції (2) і (3), тобто

$$[\alpha] \cdot [\beta] = [\alpha\beta] =< w'_1(w_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, w_n(x_1, x_2, \dots, x_n)), \dots$$
$$\dots, w'_n(w_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, w_n(x_1, x_2, \dots, x_n)) > \qquad (4)$$

Відповідності (1) називаються (див. [1], с.138) підстановками на твірних x_i, або просто підстановками. Якщо множина слів $\{w_i | i \in I\}$ вільно породжує вільну групу F, то підстановка називається вільною підстановкою на твірних x_i, $i \in I$. Вільні підстановки визначають автоморфізми вільної групи F, а всі інші – ендоморфізми, які не являються автоморфізмами. Пересвідчитись чи є підстановка $[\alpha]$ на твірних x_i вільною чи ні можна використовуючи так звані елементарні перетворення над словами вільної групи. Вони визначаються таким чином.

Означення 1. *Елементарними перетвореннями Нільсена рангу n називаються перетворення на множині наборів (інакше – кортежів)*

$$[\alpha] =< w_1, w_2, \dots, w_n >$$

нескоротних слів в алфавіті X, які належать до одного з таких типів:

1) *Перестановка слів у наборі. Нехай σ – деяка перестановка з симетричної групи S_n. Тоді елементарним σ-перетворенням кортежа $[\alpha]$ називається таке його перетворення*

$$(w_1, w_2, \dots, w_n) \xrightarrow{\sigma} (w_{\sigma(1)}, w_{\sigma(2)}, \dots, w_{\sigma(n)}) \qquad (5)$$

Образ кортежа $[\alpha]$ при перетворенні (5) позначатимемо символом $[\alpha]^\sigma$.

2) *Заміна компонент кортежа на обернені елементи вільної групи. Нехай $\overline{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ – деякий вектор, координати якого належать до множини $\{1, -1\}$. a-перетворенням кортежа $[\alpha]$ назвемо перетворення вигляду*

$$(w_1, w_2, \dots, w_n) \to (w_1^{a_1}, w_2^{a_2}, \dots, w_n^{a_n}). \qquad (6)$$

Образ кортежа $\overline{a}$ при перетворенні (6) позначатимемо символом $[\alpha]^{\overline{a}}$.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234824

3) Зміна компонент кортежа шляхом множення на інші компоненти. перетвореннями такого типу є наступні:

а)

$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_i,w_{i+1},\dots,w_n)\to$$
$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_i\cdot w_j^{\varepsilon},w_{i+1},\dots,w_n);$$

б)

$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_i,w_{i+1},\dots,w_n)\to$$
$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_j^{\varepsilon}\cdot w_i,w_{i+1},\dots,w_n); \tag{7}$$

в)

$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_i,w_{i+1},\dots,w_n)\to$$
$$(w_1,\dots,w_{i-1},w_j^{\varepsilon}\cdot w_i\cdot w_j^{-\varepsilon},w_{i+1},\dots,w_n),$$

де $1\leqslant i\leqslant n$ *,* $1\leqslant j\leqslant n$ *,* $i\neq j$ *,* $\varepsilon\in\{1,-1\}$ *.*

Якщо до набору $[\alpha]=<w_1,w_2,\dots,w_n>$ застосувати нільсінєвське елементарне перетворення одного з типів 1)-3), то в результаті дістаємо новий кортеж, який породжує ту ж саму підгрупу групи SF, що й набір $[\alpha]$. Нехай $L_x(w)$ – число входжень літери x в слово w, $L_x([\alpha])=L_x(w_1)+\ldots+L_x(w_n)$.

Лема 1. *Нехай* $[\alpha]$ *– деякий набір елементів вільної групи* F *. Можна побудувати таку послідовність* $\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_s$ *нільсенівських елементарних перетворень кортежів довжини* n *, що для довільної літери* $x\in X$ *матимуть місце нерівності*

$$L_x([\alpha])\geqslant L_x([\alpha]^{\lambda_1})\geqslant L_x([\alpha]^{\lambda_1\lambda_2})\geqslant\ldots\geqslant L_x([\alpha]^{\lambda_1\ldots\lambda_s}),$$

причому кортеж $[\beta]=[\alpha]^{\lambda_1\ldots\lambda_s}$ *має вигляд*

$$[\beta]=<\widetilde{w_1},\dots,\widetilde{w}_l,e,\dots,e>,$$

а $\widetilde{w_1},\dots,\widetilde{w}_l$ *є вільною системою твірних підгрупи* $<\widetilde{w_1},\dots,\widetilde{w}_l>$*, породженої* $\widetilde{w_1},\widetilde{w_2},\dots,\widetilde{w}_l$ *. Число* l *не залежить від вибору послідовності елементарних нільсеневських перетворень* $\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_s$ *.*

Доведення цієї леми див. ([1], с.133-136.)

Число l, яке є інваріантом набору $[\alpha]$, називатимемо рангом цього набору і позначатимемо $r([\alpha])$. очевидно для довільного набору $[\alpha]$ неодиничних нескоротних слів справджується нерівності:

$$1\leqslant r([\alpha])\leqslant n.$$

З леми 1 як наслідок відразу ж дістаємо таке твердження

Лема 2. *Набір* $[\alpha]$ *задає автоморфізм вільної групи* $F(X)$ *тоді й лише тоді, коли* $r([\alpha]) = n$ *. В противному разі цей набір задає ендоморфізм групи* $F(X)$ *, який не буде її автоморфізмом.*

Доведення. Якщо $r([\alpha]) = n$, то за допомогою елементарних перетворень Нільсена $[\alpha]$ можна привести до вигляду $< \widetilde{w_1}, \widetilde{w_2}, \ldots, \widetilde{w_l} >$ такого, що $\widetilde{w_1}, \widetilde{w_2}, \ldots, \widetilde{w_l}$ є вільною системою твірних вільної групи $F(X)$. Звідси випливає, що й компоненти кортежа $[\alpha]$ породжують вільну групу $F(X)$. А тому відображення

$$f : x_i \to w_i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

можна продовжити до автоморфізму $F(X)$ в себе. Якщо ж $r([\alpha]) = k < n$, то за допомогою елементарних перетворень Нільсена кортеж $[\alpha]$ можна привести до вигляду $< \widetilde{w_1}, \ldots, \widetilde{w_k}, e, \ldots, e >$. Але компоненти кортежа перетвореного і початкового породжують ту ж саму підгрупу рангу k в $F(X)$, тобто $< \widetilde{w_1}, \ldots, \widetilde{w_k} >=< w_1, \ldots, w_n >$ звідси випливає, що відображення f продовжується до гомоморфізму, який відображає $F(X)$ на власну підгрупу $< \widetilde{w_1}, \ldots, \widetilde{w_l} >$, який може бути автоморфізмом. □

Наведемо тепер визначення вербальної підгрупи в групі. Нехай G – довільна група, $\mathcal{V} \subset F$ – довільна множина слів у вільній групі зліченого рангу. Вербальною υ-підгрупою групи G називається підгрупа, що породжена всіма значеннями слів із $\mathcal{V}$ в групі G. Позначатимемо цю підгрупу символом $\upsilon(G)$. Таким чином

$$\upsilon(G) = \{\upsilon(g_1, g_2, \ldots, g_n) | \upsilon(x_1, \ldots, x_n) \in \mathcal{V}, g_1, g_2, \ldots, g_n \in G\}$$

Вербальна підгрупа довільної групи G є цілком характеристичною в ній, обернене взагалі кажучи є неправильним, але для вільних груп маємо таке твердження

Лема 3. *Кожна цілком характеристична підгрупа вільної групи є вербальною в ній.*

Доведення див. [2].

Враховуючи це твердження, вербальну підгрупу $\mathcal{V}(X)$ вільної групи F, яка задається деяким словом υ можна охарактеризувати таким чином

Лема 4. *Нехай* $\upsilon(x_1, \ldots, x_n)$ *– деяке незвідне слово з вільної групи зліченного рангу,* F *– вільна група скінченного або зліченного рангу. Вербальна підгрупа* $\upsilon(F)$ *складається з наиможливіших суперпозицій виду*

$$\upsilon(g_1, g_2, \ldots, g_n),\ g_1, g_2, \ldots, g_n \in F$$

Доведення випливає безпосередньо з визначення вербальної підгрупи.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234824

Прикладами власних вербальних підгруп вільної групи F є

а) її комутант, який породжується словом $[x_1, x_2] = x_1^{-1}x_2^{-1}x_1x_2$ і складається з усіх незвідних слів, сума степенів всіх входжень кожної букви x_i в які дорівнює нулю;

б) члени ряду комутантів, які визначаються рекурентно рівностями $F^{(0)} = F$, $F^{(k)} = \{[u, v]|u, v \in F^{(k-1)}\}$, $k = 1, 2, \ldots$;

в) члени нижнього центрального рядку, які визначаються рекурентно рівностями

$$\gamma_1(F) = F_1,\ \gamma_k(F) = [F, \gamma_{k-1}(F)],\ k = 2, 3, \ldots,$$

де $[U, V] =< [u, v]|u \in U, v \in V >$ – взаємний комутант підгруп U, V;

г) Підгрупа m-тих степенів $F^m =< u^m|u \in F >$.

Ми використали поняття вербальної підгрупи для певної характеризації лівих ідеалів кільця ендоморфізмів $End\,F$ вільної групи F в роботі [3].

Висновки

Вільна група є цікавим і корисним об'єктом вивчення в теорії груп на прикладі якої будуються різноманітні алгебраїчні конструкції. Результати дослідження вільної групи застосовуються і в теорії напівгруп, зокрема для опису ідеалів напівгрупи ендоморфізмів вільної групи.

Література

1. *В.Магнус, А.Каррас, Д.Солитер.* Комбинаторная теория групп. Москва: Наука, 1974.
2. *Х. Нейман* Многообразия групп.М.:Мир, 1972, 192 с.
3. *В.Є. Величко* Ліві та праві ідеали напівгрупи ендоморфізмів вільної групи. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ, Випуск №9, Слов'янськ : ДДПУ, 2019, С. 19–24.

V.Ye. Velychko

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Free group endomorphisms

In this work, the automorphism or endomorphism of a free group is determined by means of the elementary Nielsen transformation of rank n by multiplied sets of words of a free group. The structure of the verbal subgroup of a free group is considered.

Keywords: *free group, endomorphism, automorphism, Nielson transformation.*

УДК 517.928

Рашевський М.О.

[1] *кандидат фізико-математичних наук, доцент, Криворізький національний університет*

e-mail: mora290466@gmail.com, ORCID 0000-0003-1136-2691

ПРО АСИМПТОТИЧНЕ ІНТЕГРУВАННЯ СЛАБКО НЕЛІНІЙНИХ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Досліджується вплив нелінійності системи на характеристичний полігон лінійної частини. Побудовано асимптотику розв'язку задачі Коші при певних обмеженнях на коефіцієнти системи.

Ключові слова: *точка повороту, сингулярне збурення, діаграмний аналіз, слабка нелінійність, асимптотичне зображення.*

Вступ

Системи вигляду

$$\varepsilon^h \frac{dx}{dt} = A(t,\varepsilon)x + \varepsilon^p f(t,x) \tag{1}$$

вивчалися у роботах [1, 2], де побудовано асимптотичне зображення розв'язку задачі Коші:

$$x(0,\varepsilon) = x^0 \tag{2}$$

на проміжку $t \in [0, L]$, $L < \infty$. Тут $x(t,\varepsilon)$ – шуканий n-вимірний вектор, $A(t,\varepsilon)$ — $n \times n$-матриця, що зображується збіжним рядом за степенями дійсного малого параметра $\varepsilon > 0$: $A(t,\varepsilon) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k A_k(t)$, h, p — додатні раціональні числа; $f(t,x)$ — поліном степеня $N \geqslant 2$: $f(t,x) = \sum\limits_{|K|=2}^{N} f_K(t)x^K$, $f_K(t) = \operatorname{colon}\{f_{1,K}(t), f_{2,K}(t), \ldots, f_{n,K}(t)\}$; $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$, $|K| = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$, $x^K = x_1^{k_1} \cdot x_1^{k_2} \cdot \ldots \cdot x_1^{k_n}$.

На вигляд асимптотики розв'язку задачі (1), (2) істотно впливає характер спектру матриці $A(t,0)$, тобто кратність коренів полінома $P(\lambda,t,0)$; $P(\lambda,t,\varepsilon) \equiv \det(A(t,\varepsilon) - \lambda E)$, E – одинична матриця. Ізольовані точки досліджуваного проміжку, де збігаються принаймні два корені характеристичного полінома, називаються точками повороту (ТП). Ряд прикладних задач призводить до необхідності досліджувати системи рівнянь із ТП [1, 2].

Теоретичні основи дослідження

Відомо [1, 3, 4] що окіл кожної з ТП поділяється на класичну та резонансну зони (в термінах [4] — область впливу — *influence domain*). Резонансна зона складається із декількох частин, на кожній з яких асимптотика розв'язку принципово відрізняється від асимптотик в інших зонах. Для лінійних систем кількість частин резонансної зони дорівнює кількості ланок так званого характеристичного полігону [4]. Побудована на кожній із частин (околу ТП $t = 0$ в комплексній площині) вигляду

$$|t| \leqslant M_m \, |\varepsilon|^{\rho_m}, \; M_k \, |\varepsilon|^{\rho_k} \leqslant |t| \leqslant \delta_{k-1} \, |\varepsilon|^{\rho_{k-1}}, \; M_k >> 1, \; \delta_k << 1, \quad k = \overline{1,m}$$

асимптотика розв'язку системи, отриманої з (1) «склеюється» із сусідньою в областях $\delta_k \, |\varepsilon|^{\rho_k} \leqslant |t| \leqslant M_k \, |\varepsilon|^{\rho_k} \quad k = \overline{1,m}$. Саме у такому способі розв'язування задачі (1), (2) полягає так званий багатомасштабний метод [2] – [5]. Система (1) названим методом досліджувались в [1, 3]. Для лінійної системи кількість показників полігону є скінченною. Для нелінійних систем в [1, стор. 42] сформульовано проблему про скінченність процедури багатомасштабних перетворень (в термінах [1] – «перестроек»). Для розв'язання сформульованої проблеми необхідно дослідити окіл ТП на предмет скінченності множини частин резонансної зони, тобто дослідити полігон системи (1) на предмет скінченності кількості показників. При загальному вигляді нелінійності для розв'язання проблеми необхідно побудувати аналог лінійного характеристичного полігону. На сьогодні цього поняття не розроблено і є предметом подальших досліджень.

У цій роботі з'ясуємо, при якому вигляді нелінійності характеристичний полігон лінійної частини не зміниться, а також побудуємо при певних обмеженнях асимптотику задачі (1), (2) методом М.І. Шкіля [7].

Результати та їх обговорення

Вимагатимемо виконання наступних умов.

1^0. Матриці $A_k(t)$ і коефіцієнти полінома $f(t,x)$ є нескінченно диференційовними на проміжку $[0, L]$.

2^0. Корені полінома $P(\lambda, t, 0)$ різні на $(0, L]$ і збігаються при $t = 0$.

3^0. Матриця $A(0,0)$ подібна жордановій клітці H_n.

Якщо існують цілочисельні вектори $m = (m_1, m_2, \ldots, m_n)$ із $|m| \geqslant 2$ такі, що функції $\Phi(t,s,m) \equiv \langle m, \lambda(t) \rangle - \lambda_s(t)$ перетворюються в нуль при деяких t і $s \in \{1, \; 2, \ldots, \; n\}$, то спектр матриці $A(t,0)$ називатимемо резонансним [2]. Тут $\langle m, \lambda(t) \rangle \equiv \sum\limits_{k=1}^{n} m_k \lambda_k(t)$ — скалярний добуток. Внаслідок виконання умови 2^0 спектр матриці $A(t,0)$ є принаймні точково-резонансним: у ТП $t = 0$ рівність $\Phi(0,s,m) = 0$ виконується для будь-яких s і m.

Використовуватимемо позначення δ_{ij} – символ Кронекера та $\delta_k f$ — k-а координата вектора f. Згідно з позначеннями, $\delta_m f_K(t) = f_{m,K}(t)$.

Дослідження характеристичного полігону лінійної частини системи.

Підстановкою $x(t,\varepsilon)=P(t,\varepsilon)y(t,\varepsilon)$ система (1) зводиться до вигляду

$$\varepsilon^h\frac{dy}{dt}=B(t,\varepsilon)y+\varepsilon^p g(t,y,\varepsilon),$$

де матриця $B(t,\varepsilon)$ матиме нормальну форму Арнольда, а поліном $g(t,\boldsymbol{y},\varepsilon)$ міститиме мономи такого ж степеня, як і поліном $f(t,x)$. Тому вважатимемо, що матриця системи (1) записана в арнольдовій формі. Внаслідок умов 2^0, 3^0 $A(t,\varepsilon)=H_n+\|\delta_{ni}a_{ik}(t,\varepsilon)\|$.

Асимптотика розв'язку системи (1) на кожному із проміжків резонансної зони будується із використанням зрізаючого перетворення [2, 4], тобто перетворення вигляду $x(t,\varepsilon)=\Lambda(\alpha,\beta)y(t,\varepsilon)$, де $\Lambda(\alpha,\beta)=\operatorname{diag}\left\{1,(\varepsilon^\alpha t^\beta),(\varepsilon^\alpha t^\beta)^2,\ldots,(\varepsilon^\alpha t^\beta)^{n-1}\right\}$. Задача зрізаючого перетворення – виділити ті доданки системи, які є головними у тій чи іншій частині резонансної зони. Оскільки при наявності описаної вище ТП кожен моном нелінійної частини системи є резонансним, то нелінійні доданки мають ввійти до головної частини перетвореної системи для відсутності в асимптотиці так званих секулярних членів [2]. Тому зрізаюче перетворення необхідно змінити так, щоб воно підсилювало нелінійність системи, і для лінійної частини зберігало властивості перетворення $\Lambda(\alpha,\beta)$.

Для систем більш загального вигляду

$$\varepsilon^h B(t,\varepsilon)\frac{dx}{dt}=A(t,\varepsilon)x+\varepsilon^p f(t,x)$$

необхідно використовувати канонічну форму в'язки матриць $A(t,\varepsilon)+\lambda B(t,\varepsilon)$ [5, 6], і процес «зрізання» потребує розробки навіть для лінійного випадку.

Розглянемо перетворення вигляду

$$x(t,\varepsilon)=\Lambda_{a,b}(\alpha,\beta)y(t,\varepsilon), \tag{3}$$

де $\Lambda_{a,b}(\alpha,\beta)=\operatorname{diag}\left\{(\varepsilon^\alpha t^\beta)^{h_1},(\varepsilon^\alpha t^\beta)^{h_2},\ldots,(\varepsilon^\alpha t^\beta)^{h_n}\right\}$, а величини a і b описано далі.

Оскільки в результаті перетворення (3) елементи матриці нової системи запишуться як $\left\|(\varepsilon^\alpha t^\beta)^{h_j-h_i}a_{ij}(t,\varepsilon)\right\|$, то для збереження жорданової структури перетвореної матриці показники $h_1,h_2,\ldots,h_n$ мають задовольняти співвідношенню $h_k-h_{k-1}=h_{k-1}-h_{k-2}$, або $h_k-2h_{k-1}-h_{k-2}=0$, $k=3,4,\ldots,n$. Загальним розв'язком останнього різницевого рівняння є послідовність $h_k=a+b(k-1)$, де a і b довільні сталі.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234826

Дослідимо вплив перетворення $\Lambda_{a,b}(\alpha,\beta)$ на лінійну частину системи (1). Для цього опишемо коротко побудову характеристичного полігону у припущенні, що $A(t,\varepsilon)$ є аналітичною по t і зведена до арнольдової форми.

Позначимо елементи матриці системи відповідно до [4]:

$$a_{n\,n-k+1}(t,\varepsilon)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\varepsilon^{\nu}p_{k\nu}(t),\quad p_{k\nu}(t)=\sum_{d=m_{k\nu}}^{\infty}t^{d}p_{k\nu l}.$$

Побудувавши в системі координат OXY точки $P_{k\nu}=\left(\frac{\nu}{k};\frac{m_{k\nu}}{k}\right)=Q_i(\alpha_i;\beta_i)$, $R(h;-1)=Q_m(\alpha_m;\beta_m)$, обчислимо показники $\rho_i=-\frac{\alpha_i-\alpha_{i-1}}{\beta_i-\beta_{i-1}}$.

Показники обчислюються лише для Q_i, що належать підмножині опуклої оболонки нанесених точок — ламаній, яка з'єднує точку з абсцисою $X=0$ із точкою з абсцисою $X=h$. Згідно з [4] $0=\rho_0<\rho_1<\ldots<\rho_m$. Якщо $m=1$, то полігон містить лише одну ланку [3, 5], і резонансна зона є проміжком вигляду $[0,M\varepsilon^{\rho}]$. Саме такий випадок розглядається у роботах [1, 3, 5]. Після перетворення (3) системи (1) дістанемо:

$$\varepsilon^{h}\frac{dy}{dt}=(\Lambda^{-1}A(t,\varepsilon)\Lambda-\varepsilon^{h}\Lambda^{-1}\Lambda')y+\varepsilon^{p}\Lambda^{-1}f(t,\Lambda y,\varepsilon),\quad \text{або}$$

$$\varepsilon^{h}(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b}\frac{dy}{dt}=(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b}(\Lambda^{-1}A(t,\varepsilon)\Lambda-\varepsilon^{h}\Lambda^{-1}\Lambda')y+\varepsilon^{p}(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b}\Lambda^{-1}f(t,\Lambda y,\varepsilon),$$

$$\text{де }\Lambda^{-1}A(t,\varepsilon)\Lambda-\varepsilon^{h}\Lambda^{-1}\Lambda'=H_n+\left\|\delta_{ni}(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b(n-k+1)}a_{nk}\right\|-\beta\varepsilon^{h}(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b}t^{-1}bH,$$

$$H=\mathrm{diag}\{h_1,h_2,\ldots,h_n\};(\varepsilon^{\alpha}t^{\rho})^{-kb}a_{n\,n-k+1}=\sum_{\nu,d}\varepsilon^{\nu-kab}t^{d-k\beta b}p_{\nu kd}.$$

При цьому необхідно, щоб $\varepsilon^{\nu-kab}t^{d-k\beta b}\to 0$ при $\varepsilon\to 0$, тому координати вершин полігону повинні мати вигляд $P_{k\nu}=\left(\frac{\nu}{bk};\frac{m_{k\nu}}{bk}\right)$. Отже, щоб вигляд і показники полігону залишились незмінними, ще одне обмеження виглядатиме як $b=1$.

Розглянемо нелінійну частину перетвореної системи, яка запишеться як $\varepsilon^{p}(\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{-b}\Lambda^{-1}f(t,\Lambda y,\varepsilon)$. З урахуванням вигляду нелінійності, матимемо:

$$\delta_i\Lambda^{-1}f(t,\Lambda y,\varepsilon)=O\left((\varepsilon^{\alpha}t^{\beta})^{\langle H,K\rangle-b_i}\right).$$

Вимагаючи, щоб нелінійність на розглядуваному проміжку мала порядок по ε вищий від порядку лінійної частини, дістанемо необхідні для цієї вимоги нерівності:

$$p+(\alpha+\beta\rho)\langle H,K\rangle-h_i-b+\rho m_{i\,k}\geqslant 0,\quad i=\overline{1,n},\tag{4}$$

причому число ρ визначиться із співвідношення $\rho+(1-n)b=b=h-\rho$. Виконання записаних співвідношень гарантує, що полігон лінійної частини системи, його показники залишаться незмінними.

Наведені міркування сформулюємо у вигляді наступного твердження.

Теорема 1. *Якщо виконуються умови* 1^0 –3^0, *і* ρ_k *— показник характеристичного полігону лінійної частини системи* (1), *то при виконанні нерівностей* (4) *система рівнянь, отримана в результаті зрізаючого перетворення системи* (1), *є системою рівнянь зі слабкою нелінійністю та стабільним спектром лінійної частини на проміжку* $M_k\,|\varepsilon|^{\rho_k} \leqslant |t| \leqslant \delta_{k-1}\,|\varepsilon|^{\rho_{-1k}}$, $M_k >> 1$, $\delta_{k-1} << 1$.

Питання «зрощування» розв'язків є проблемою окремого дослідження, і може бути виконане методом [5].

Приклад 1. У роботі [1] побудовано асимптотику розв'язку рівняння

$$\varepsilon^2 u'' + xu = \varepsilon u^n;\ n \text{ – додатне ціле число.}$$

Заміною $\varepsilon u' = v$ отримаємо систему

$$\varepsilon \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 0 \\ u^n \end{pmatrix}.$$

Показник характеристичного полігону лінійної частини системи $\rho = \frac{2}{3}$. Перетворення $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon^{-\gamma} & 0 \\ 0 & \varepsilon^{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$, $\gamma = \frac{1}{6}$ та заміна змінної $x = \varepsilon^{\rho} t$ зводить розглядувану систему до вигляду

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \varepsilon^{\frac{3-n}{\sigma}} \begin{pmatrix} 0 \\ z^n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що порядок нелінійності по ε перевищує порядок лінійної частини, якщо $n \leqslant 3$. У випадку $n > 3$ описана заміна, а отже і полігон лінійної частини системи та його показник не дають можливості побудувати розв'язок рівняння.

Приклад 2. У роботі [3] побудовано асимптотику розв'язку рівняння

$$\varepsilon^2 u_{tt} + f(t,u) = 0, \quad u(0) = u_0, \quad \varepsilon u'(0) = u_1;$$

$$f(t,u) = a_1(t)u + a_2(t)u^3 + ... + a_l(t)u^{2l-1}; \quad a_j(t) = t^{2n_j}\alpha_j(t),\ \alpha_j(t) > 0.$$

Дане рівняння можна вважати слабконелінійним, оскільки в ТП $t = 0$ нелінійність зникає, а досліджується рівняння саме в околі ТП. Запишемо рівняння у вигляді системи

$$\varepsilon \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ t^{2n_1}\alpha_1(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ t^{2n_2}\alpha_2(t)u^3 + ... + t^{2n_l}\alpha_l(t)u^{2l-1} \end{pmatrix}$$

Показник характеристичного полігону лінійної частини системи $\rho = \frac{1}{n_1+1}$. Перетворенням такого ж вигляду, як і в прикладі 1 із $\gamma = \frac{n_1\rho}{2}$ отримаємо систему із нелінійністю, яка є слабкою або такого ж порядку по ε, як і лінійна частина системи при виконанні нерівностей $(2n_k+1)\rho - 2k\gamma - 1 \geqslant 0$, $k = \overline{1,l}$, звідки після перетворень дістанемо: $\dfrac{n_k}{k+1} \geqslant \dfrac{n_1}{2}$, що узгоджується із результатами [3], де при побудові внутрішнього розв'язку рівняння використано показник $\mu = \min\limits_{1\leqslant j\leqslant l} \frac{n_j}{j+1}$. Якщо цей мінімум досягається при $j=1$, то показник характеристичного полігону лінійної частини системи, як і сам полігон, залишаються незмінними.

Асимтотика задачі (1), (2).

У роботі [7] запропоновано метод побудови формального розв'язку лінійної системи шляхом використання узагальненого або «збуреного» характеристичного рівняння $P(\lambda, t, \varepsilon) = 0$, що дозволило при певних обмеженнях на коефіцієнти та ранг побудувати асимптотику задачі Коші лінійної системи [8]. Використаємо методи [7, 8] для побудови асимтотики розв'язку задачі (1), (2) та з'ясуємо характер нелінійності, який дозволить отримати асимптотику розв'язку у вигляді багатофазового ряду [2]. Для спрощення запису деяких формул припускатимемо надалі, що корені згаданого характеристичного рівняння є суто уявними. Вимагатимемо виконання наступних умов.

4^0. Дискримінант $D(t,\varepsilon)$ полінома $P(\lambda,t,\varepsilon)$ задовольняє нерівність $|D(t,\varepsilon)| \geqslant |D(0,\varepsilon)| \neq 0$, $t \in (0, L]$.

Перегрупуємо доданки в зображенні матриці $A(t,\varepsilon)$ наступним чином:

$$A(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{kh} A_k(t,\varepsilon),$$

$$A_k(t,\varepsilon) = \sum_{s=m(r)}^{m(r+1)-1} \varepsilon^{s-rh} A_s(t), \quad m(r) = [rh] + \left[1 - \frac{[rh]}{rh}\right],$$

$r = 0,1,2,..., m(0) = 0$, $[d]$ – ціла частина числа d. Внаслідок умов 2^0, 3^0 для елементу $a_{n\ 1}(t,\varepsilon)$ матриці $A_0(t,\varepsilon)$ справджується рівність $a_{n\ 1}(0,0) = 0$. Для одержання оцінок, аналогічних [8], вимагатимемо виконання наступної умови на вказаний елемент.

5^0. $a_{n\ 1}(0,\varepsilon) = O(\varepsilon)$, $a_{n\ 1}(t,\varepsilon) \neq 0$ для $t \in [0, L]$.

Внаслідок умови 4^0 корені характеристичного рівняння є різними на досліджуваному проміжку, тому існує невироджена матриця $T(t,\varepsilon)$ така що

$$T^{-1} A_0(t,\varepsilon) T = \Lambda(t,\varepsilon) = \mathrm{diag}\{\lambda_1(t,\varepsilon), \lambda_2(t,\varepsilon), \ldots, \lambda_n(t,\varepsilon)\}.$$

Підстановкою $x(t,\ \varepsilon) = T(t,\ \varepsilon)y(t,\ \varepsilon)$ система (1) зводиться до вигляду

$$\varepsilon^h \frac{dy}{dt} = (\Lambda(t,\varepsilon) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{kh} B_k(t,\varepsilon))y + \varepsilon^p g(t,y,\varepsilon), \tag{5}$$

де згідно з лемою роботи [8]

$$T^{-1}(t,0)T'(t,0) = O\left(t^{-1}\right),\ T^{-1}(0,\varepsilon)T'(0,\varepsilon) = O\left(\varepsilon^{-1}\right),$$

тому $B_1(t,0) = O\left(t^{-1}\right)$, $B_1(0,\varepsilon) = O\left(\varepsilon^{-1}\right)$. Інші матриці у ТП матимуть полюс по ε більш низького порядку, ніж матриця B_1.

У припущенні, що $f_{i,K}(t) = O\left(t^{m(i,K)}\right)$, при $t \to 0$ $m(i,K) \geqslant 0$, матимемо наступні оцінки:

$\delta_i f(t,Tz) = f_{i,K}(t)p_{i,K}(t,\varepsilon)z^K$; $p_{i,K}(0,\varepsilon) = O(\varepsilon^{\gamma(i)})$, $\gamma(i) = \frac{1}{n}\sum\limits_{l=1}^{n}(i-l)k_l$;

$p_{i,K}(t,\varepsilon)$ – функції, що виражаються через елементи матриці $T(t,\varepsilon)$.

Оскільки $g(t,y,\varepsilon) = T^{-1}(t,\varepsilon)f(t,T(t,\varepsilon)x)$, то $\varepsilon^{\frac{1}{n}}g(t,y,\varepsilon) = O(1)$ в околі ТП. Нехай $\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\left\{\gamma(i) - \frac{i-1}{n}\right\} = q$. Наступною підстановкою $y(t,\varepsilon) = \exp\{\varepsilon^{-h}\int_0^t \Lambda(s,\varepsilon)ds\}z(t,\varepsilon)$ зведемо систему (5) до вигляду

$$\varepsilon^h \frac{dz}{dt} = \varepsilon^h A_1(t,\varepsilon)z + \varepsilon^p f(t,z,\varepsilon),$$

де $A_1(t,0) = O(t^{-1})$. До останньої системи застосуємо метод послідовних наближень [8] за схемою $z_n(t,\varepsilon) = z_0 + \int\limits_0^t (A_1(s,\varepsilon)z_{n-1} + \varepsilon^{p-h}f_1(s,z_{n-1},\varepsilon))ds$, $n \geqslant 1$, взявши $z_0 = z(0) = T^{-1}(0,\varepsilon)x(0)$.

Інтеграл у правій частині останньої рівності містить лінійну та нелінійну відносно $z(t,\varepsilon)$ частини. Перша з них згідно з вище наведеними міркуваннями має вигляд $a_{ij}(s,\varepsilon)\exp\{\varepsilon^{-h}\int\limits_0^s(\lambda_i(t,\varepsilon) - \lambda_j(t,\varepsilon))dt\}$, а друга запишеться як $\int\limits_0^t t^{m(K)}g_i(t,\varepsilon)\exp\{\varepsilon^{-h}\int\limits_0^t \Phi(\tau,i,K)d\tau\}dt$.

З урахуванням оцінок для елементів матриці $A_1(t,\varepsilon)$ та T, дістанемо:

$$\left\|\int\limits_0^t A_1(s,\varepsilon)z_0 ds\right\| \leqslant C\varepsilon^{-1+\frac{nh}{n+1}};$$

інтеграл $\int\limits_0^t t^m g_i(t,\varepsilon)\exp\{\varepsilon^{-h}\int\limits_0^t \tau^k d\tau\}dt = O\left(\varepsilon^{\frac{h}{k+1}(m+1)}\right)$, що згідно із **(6, 8)**

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234826

має місце при скінченних t. Тому

$$\left\| \int\limits_0^t (\varepsilon^{p-h} f_1(s, z_0, \varepsilon)) ds \right\| \leqslant \varepsilon^{p-h+q+\frac{nh}{n+1}(m+1)},$$

де C — стала, що не залежить від ε (для кожного інтегралу – своя).

Надалі всі сталі в оцінках інтегралів методом [2] позначатимемо через C. Таким чином, позначивши $\sigma = \min\left\{p - h + q + \frac{nh}{n+1}(m+1); \frac{nh}{n+1} - 1\right\}$, дістанемо оцінку

$$\|z_1(t, \varepsilon) - z_0(t, \varepsilon)\| \leqslant \varepsilon^{\sigma}.$$

Таким чином, перше наближення для досить малих ε є обмеженим при виконанні нерівностей

$$p - h + q + \frac{nh}{n+1}(m+1) > 0, \quad h > 1 + \frac{1}{n}. \tag{6}$$

Останню з нерівностей, яку дістаємо із лінійної частини системи, отримано з інших міркувань у роботі [8]. Продовжуючи далі процес послідовних наближень, матимемо:

$$\|z_k(t, \varepsilon) - z_{k-1}(t, \varepsilon)\| \leqslant \varepsilon^{k\sigma}, \quad k \geqslant 1.$$

Зауважимо, що при відсутності нелінійної частини (поклавши формально $p = \infty$) системи (1) дістанемо оцінку $\|z_k(t, \varepsilon) - z_{k-1}(t, \varepsilon)\| \leqslant \varepsilon^{-k+\frac{nkh}{n+1}}$.

Наведені міркування сформулюємо у вигляді наступного твердження.

Теорема 2. *Якщо виконуються умови* 1^0 –5^0 *і задача* (1), (2) *має розв'язок* $x(t, \varepsilon)$ *на проміжку* $t \in [0, L]$, *то у випадку суто уявних коренів полінома* $P(\lambda, t, \varepsilon)$ *і виконання нерівностей* (5) *даний розв'язок має асимптотику вигляду*

$$x_m(t, \varepsilon) = T(t, \varepsilon) \exp\{\varepsilon^{-h} \int_0^t \Lambda(s, \varepsilon) ds\} z_m(t, \varepsilon)$$

таку, що справджується оцінка $\|x(t, \varepsilon) - x_m(t, \varepsilon)\| \leqslant \varepsilon^{m\sigma}$.

Висновки та перспективи подальших досліджень.

Проблема асимптотичного інтегрування слабко нелінійних систем із ТП на теперішній час не розв'язана. Для деяких систем, як з'ясовано вище можуть бути застосовані «лінійні» методи, зокрема багатомасштабний метод, і побудувати асимптотичне зображення розв'язку, як сформульовано у теоремі 2. Загальний вигляд нелінійності у системі необхідно досліджувати іншими методами. Побудова нелінійного аналогу характеристичного полігону потребує розробки і складатиме тему подальших досліджень.

Література

1. *Богаевский В.Н., Повзнер А.Я.* Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. — Москва : Наука, 1987. — 356 с.
2. *Grimm L.J., Harris W.A.* Solutions of a singularly perturbed differential system with turning points. // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo. Sec I. A. — 1989. — 36, №3 — P. 753–763.
3. *Мотылев Л.Ю.* Асимтотика вблизи от точки поворота для нелинейного уравнения второго порядка. // Математические заметки. — 1990. — 48, вып. 6 — С. 145–146.
4. *Iwano M., Sibuya Y.* Reduction of the order of a linear ordinary differential equation containing a small parameter. // Kōdai Math. Semin. Repts. — 1962. — 36, №3 — P. 1–28.
5. *Самойленко А.М., Самусенко П.Ф.* Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених диференціально-алгебраїчних систем з точками повороту. // Український математичний журнал. — 2020. — 72, № 12 — С. 1669–1681.
6. *Samusenko P.F.* About canonical forms of regular matrix pencil. // Miskolc Mathematical Notes. — 2016. — Vol. 17, No. 2 , — P. 1033–1047.
7. *Шкиль Н.И.* О периодических решениях систем дифференциальных уравнений второго порядка // Arch. Math. (Brno). — 1987. — 23, №1 — P. 53–62.
8. *Шкіль М.І., Рашевський М.О.* Асимптотичне зображення розв'язку систем лінійних диференціальних рівнянь з простою точкою повороту // Доповіді АН України. — 1992. — № 4 — С. 13–17.

M.O. Rashevs'kyi
Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, Ukraine.

On Asymptotic Solutions of Weakly Nonlinear Singular Perturbed Systems of Ordinary Differential Equations

Influences of nonlinear part of singular perturbed systems on the linear characteristic polygon are investigated. We construct asymptotic solution for the Cauchy problem for weakly nonlinear differential equations in the case where is available turning point.

Keywords: *turning point, singular perturbation, diagram analysis, weak nonlinearity, asymptotic representation.*

ФІЗИКА

УДК 621.315.592

Надточий В.А., Берестовой А.М., Екимов Е.А.

[1] *доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой физики, ГВУЗ «ДГПУ»*

e-mail: kafedrafiziki2018@gmail.com, ORCID 0000-0001-9890-171X

[2] *кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры ЕМКС, Украинская инженерно-педагогическая академия, г. Бахмут.*

e-mail: etffizika@rambler.com, ORCID 0000-0001-5176-7365

[3] *студент 4 курса физико-математического факультета, ГВУЗ «ДГПУ»*

e-mail: yevgeniy.yekimov@gmail.com, ORCID 0000-0003-1336-5298

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУР

В работе систематизированы наиболее часто используемые методы исследования полупроводниковых структур низкой размерности (от единиц микрометров до десятков нанометров), позволяющих количественно и качественно определять традиционные и новые их свойства. Рассмотрены явления, происходящие в приповерхностных слоях алмазоподобных кристаллов под действием низкотемпературной (ниже $0,35\,T_{\text{пл}}$) деформации, ультразвукового и лазерного облучения. Установлен физический механизм низкотемпературной микропластичности в монокристаллах Ge и Si. Определены физические закономерности модификации приповерхностных слоев $GaAs$ при низкоуровневом лазерном облучении. Предложен новый метод формирования наноструктур в Ge под действием дислокационно-поверхностной диффузии.

Ключові слова: *микропластичность, структурные дефекты, методы исследования, дислокация, кластер.*

Введение

Широкий интерес к исследованию низкоразмерных структур вызван общей тенденцией, направленной на миниатюризацию электронных устройств. Существует и фундаментальная причина, связанная с электронными свойствами наноструктур, которые отличаются от свойств объемных материалов наличием эффектов пространственного квантования. Зависимость зонной структуры объекта от его размера может быть использована для существенного расширения области применения полупроводниковых материалов в электронных и оптических схемах.

Основная часть

С наноматериалами и нанотехнологиями ученые связывают наше будущее. Широкое внедрение новых технологий, в том числе нанотехнологий, в промышленное производство достигается опережающим развитием методов исследования и средств измерения физических характеристик материалов. Эксперименты в области полупроводников вносят огромный вклад в развитие области нанообъектов. Большой проблемой оказывается практическая сложность в отображении результатов эксперимента с достаточным разрешением, определением свойств объектов, размеры которых измеряются в единицах или десятках нанометров и проявляются квантовые закономерности в изменении энергии.

Для оценки характеристик и свойств полупроводниковых наноструктур используются методы, обладающие сверхвысоким пространственным разрешением: просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ) высокого разрешения, сканирующая туннельная (СТМ) и атомно-силовая (АСМ) микроскопия с атомным разрешением. Каждый из этих методов информативен только в ограниченном диапазоне определяемых характеристик с определенными структурными и электрофизическими параметрами.

Электронная микроскопия. Морфологию и структуру поверхности полупроводниковых материалов (Ge, Si, $GaAs$, $InAs$ и др.) можно визуализировать несколькими способами. Растровая электронная микроскопия (РЭМ) и просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ) позволяют изучать материалы с атомным разрешением. Они дают качественно различную информацию об объекте исследования и часто применяются совместно. Известны также отражательная, эмиссионная, оже-электронная, лоренцева и другие виды электронной микроскопии, реализуемые, как правило, с помощью приставок к обычным просвечивающим и зондовым электронным микроскопам [1]. Электронная микроскопия включает также методики подготовки изучаемых объектов, обработки и анализа полученной информации.

В растровых электронным микроскопах (РЭМ) электронный луч, сжатый магнитными линзами в тонкий (1-10 нм) зонд, сканирует поверхность образца, формируя на ней растр из нескольких тысяч параллельных линий [2]. Возникающее при электронной бомбардировке поверхности вторичное излучение (вторичная эмиссия электронов, оже-электронная эмиссия и др.) регистрируется различными детекторами и преобразуется в видеосигналы, модулирующие электронный луч в электронно-лучевой трубке (ЭЛТ). Основной режим РЭМ – регистрация вторичных электронов, т.к. в этом режиме достигается максимальное разрешение. Метод позволяет проводить исследование микроструктуры по серии разнообразных изображений, охватывающих весь диапазон изменения размеров, имеющихся в образце структурных элементов.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234828

Трансмиссионная (просвечивающаяся) электронная микроскопия реализуется с помощью электронных микроскопов, в которых тонкопленочный объект просвечивается пучком ускоренных электронов с энергией 50-200 кэВ [3]. Разрешение и информативность ПЭМ-изображений во многом определяются характеристиками объекта и способом его подготовки. Сверхтонкие срезы образцов (10-100 нм) получают с помощью ультрамикротомов – приборов, в которых используются стеклянные или алмазные ножи. С помощью ПЭМ высокого разрешения (рис. 1) можно получить изображение гетероструктуры (рис. 1, *а*), где верхняя часть германий (Ge), а нижняя — кремний Si. По контуру Бюргерса вокруг области, содержащей дислокацию, найден вектор Бюргерса $b = \dfrac{d}{2}$ [110], где d — межатомное расстояние (рис. 1, *в*).

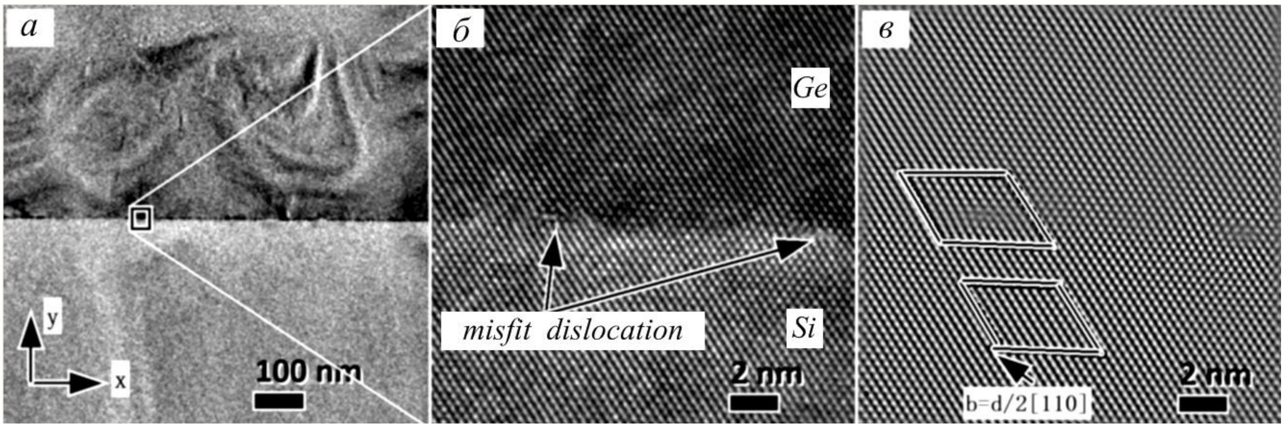


Рис. 1: *а* — ПЭМ-изображение границы раздела Ge/Si ГС, *б* — высокоразрешающее изображение Ge/Si ГС, *в* — определение вектора Бюргерса дислокации [11]

Диагностику микро- и наноструктур можно осуществлять с помощью ПЭМ в режиме электронной дифракции, что обеспечивает получение дифракционных картин (электронограмм), позволяющих судить о кристаллической структуре объектов и с высокой точностью измерять параметры кристаллической решетки [4]. Электронная микроскопия высокого разрешения развивалась сравнительно медленно, но к 1990-м годам достигла 0,75 нм и менее. Последние выпуски ПЭМ (2000-е годы) сочетают в себе съемку изображения на очень малых участках объекта, дифракцию, рентгенографический анализ с использованием энергодисперсионной спектрометрии, а также спектрометрию энергетических потерь электронов с помощью энергодисперсионных спектрометров. Созданы монохроматоры для минимизации разброса энергии в падающем электроном пучке, которые обеспечивают СЭПЭ-спектры с энергетическим разрешением 0,15 эВ [5].

Сканирующая зондовая микроскопия. Другим мощнейшим инструментом в нанотехнологии является сканирующий туннельный микроскоп (СТМ). Сейчас известны десятки различных вариантов сканирующей зондовой микроскопии [6]. Общее у этих методов — наличие зонда (чаще всего хорошо заостренная игла с радиусом при вершине 10 нм) и сканирующего механизма, способного перемещать зонд над поверхностью образца в трех направлениях. Грубое позиционирование осуществляется моторизированными столами. Тонкое сканирование реализуется с помощью трехкоординатных пьезоактюаторов, позволяющих перемещать иглу или образец с точностью в доли ангстрема на десятки микрометров в направлениях x и y и на единицы микрометров по оси z. Все известные в настоящее время методы сканирующей зондовой микроскопии можно разбить на 3 основные группы:

– сканирующая туннельная микроскопия; между электропроводящим острием и образцом прикладывается небольшое напряжение ($\sim 0,01 - 10$ В) и в зазоре регистрируется туннельный ток, зависящий от свойств и расположения атомов на исследуемой поверхности образца. СТМ позволяет не только измерять диаметры и длину элементов, но и дает информацию о их деформации. Наилучшее пространственное разрешение приборов составляет сотую долю нанометра по нормали к поверхности. Высокая разрешающая способность обусловлена тем, что туннельный ток изменяется на три порядка при изменении ширины барьера на величину порядка размера атома [7].
– атомно-силовая микроскопия; регистрируются изменения силы притяжения иглы к поверхности от точки к точке поверхности образца. Игла расположена на конце консольной балочки (кантилевера), имеющей определенную жесткость и способной изгибаться под действием небольших ван-дер-ваальсовых сил, которые возникают между исследуемой поверхностью и кончиком острия. Деформацию кантилевера регистрируют по отклонению лазерного луча, падающего на его тыльную поверхность, или с помощью пьезорезистивного эффекта, возникающего в самом кантилевере при изгибе.

  Очень важно, что помимо исследовательских функций сканирующая туннельная микроскопия может выполнять еще и активные — обеспечивать захват отдельных атомов, перенос их в новую позицию, атомарную сборку проводников шириной в один атом, локальные химические реакции, манипулирование отдельными молекулами [8].
– ближнепольная оптическая микроскопия (БПО); в этом случае зондом служит оптический волновод (световолокно), сужающийся на том кон-

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234828

це, который обращен к образцу до диаметра меньше длины волны света. Световая волна при этом не выходит из волновода на большое расстояние, а лишь слегка «вываливается» из его кончика. При малом расстоянии между исследуемой поверхностью и кончиком зонда амплитуда и фаза отраженной световой волны меняются, что и служит сигналом, используемым при построении трехмерного изображения поверхности [9]. Металлографические микроскопы позволяют наблюдать и фотографировать структуры в светлом, темном поле и в поляризованном свете при увеличении до 1000-1500 раз, ограниченном дифракцией света. Поэтому метод ближнеполевой оптики (БПО) позволяет выйти за дифракционные пределы и использовать его для исследования наноструктур.

Дефекты кристаллического строения в полупроводниках оказывают влияние на многие физические свойства (механические, электрические, оптические и другие). Уже после выращивания кристаллов в них наблюдаются скопления точечных дефектов (кластеры), линейные (дислокации) и объемные (поры и микротрещины). Надежность микроэлектронной аппаратуры (МЭА) в значительной мере определяется ее защищенностью от механических воздействий. Установлено, что около 50% отказов в МЭА вызвано механическими воздействиями в процессе производства, испытаний и эксплуатации как самой МЭА, так элементов, входящих в ее состав.

Вопросом механической прочности основных элементов – интегральных схем (ИС) в настоящее время уделяется особое внимание в связи с применением кристаллов большого размера. Остаточные механические напряжения после сборки ИС иногда достигают 50% уровня разрушающего напряжения. Поэтому исследования процессов дефектообразования под действием механических напряжений в алмазоподобных кристаллах (Ge, Si, $GaAs$, $InAs$) имеют не только прикладной характер, но и теоретический. Особую важность в вопросе дефектообразования представляют физические механизмы зарождения и движения дислокаций, микропластичности, разрушения в области низких температур, меньших $0,35\,T_{\text{пл}}$, при которых работают полупроводниковые приборы. Этому вопросу посвящены диссертации [12, 13]. В этих работах использованы разные методы исследований закономернойстей микропластической деформации:

- индентирование поверхности кристаллов и лазерное воздействие;
- четырехзондовый метод измерения проводимости;
- структурный анализ дефмированных кристаллов с помощью электронной просвечивающей (ПЭМ), растровой (РЭМ) электронной микроскопии и рентгеновской топографии.

Выполнены компьютерные расчеты напряжений в деформированных кристаллах и температурных полей в области лазерного пятна на поверхности кристалла Ge. Использована методика компьютерного моделирования процесса рекомбинации неравновесных носителей заряда, инжектированных в образец через промежуточный дефектный слой.

Основные результаты исследований микропластичности:

1. Впервые установлено, что под действием низкотемпературной деформации сжатием при малых и средних напряжениях ($\leqslant 400\,\text{МПа}$) дислокации в Ge и Si зарождаются лишь в тонких приповерхностных слоях образцов.
2. Экспериментально установлено, что при $T \leqslant 0,35\,T_{\text{пл}}$ и напряжениях $\leqslant 400\,\text{МПа}$ основным типом дефектной структуры, образующийся при кратковременной деформации сжатием являются вакансионные и вакансионно-примесные кластеры, а при длительных испытаниях (несколько часов или суток) в приповерхностных слоях кристаллов Ge и Si зарождаются также дислокации.
3. Предложена новая модель образования линейно-периодической дислокационной структуры, которая образуется вблизи лазерного пятна на поверхности в Ge [12, 13].
4. Экспериментально показано, что дислокации в приповерхностных слоях в Ge и Si движутся по механизму переползания (а не скольжением, что характерно для высоких температур).

Рассмотрим теперь наноструктурные исследования.

В этой части работы установлены физические закономерности образования дефектов и низкоразмерных атомных структур в приповерхностных слоях монокристаллов Ge в процессе деформации в интервале температур 300-600 K.

Основные научные и практические результаты работы [14-24]:

1. Изготовлено новое устройство, позволяющее при определенном выборе условий измерения определять время жизни неосновных носителей заряда в тонком дефектном слое кристалла, в его объеме и скорость поверхностной рекомбинации, применяя необходимые методики. Устройство обладает высокой степенью локальности измерений и может быть использовано как в лабораторных, так и в производственных условиях для контроля степени дефектности полупроводниковых изделий микроэлектроники. Кроме того, измерения можно выполнять непосредственно в процессе модификации поверхностных слоев внешними воздействиями.

2. Разработан и апробирован новый структурно-чувствительный зондовый метод определения уровня дефектности в приповерхностных слоях, основанный на измерении параметров рекомбинации неравновесных носителей заряда.
3. Выполнены теоретические расчеты распределения напряжений в области действия сосредоточенной силы при трехопорном изгибе тонкой полупроводниковой пластины Ge. Показано также, что найденные изменения времени жизни, распределения дефектов и напряжений в приповерхностном слое качественно согласуются между собой.
4. В результате проведения структурных исследований с помощью электронной, оптической микроскопии и теоретических расчетов изучен физический механизм образования вакансионных кластеров и дислокаций в процессе деформации Ge при температуре $T \leqslant 0,35\ T_{\text{пл}}$ с одновременным УЗ облучением. Рассчитана энергия миграции вакансий в приповерхностных слоях кристаллов Ge с учетом наличия свободной поверхности, действия напряжения сжатия и УЗ облучения. Показано также, что дислокационные петли зарождаются в областях растяжения на поверхности, а вакансионные кластеры в области сжатия. Сравнивая модули объемного сжатия для включений типа $GeOx$ и матрицы Ge, пришли к выводу, что зарождающиеся дислокационные петли имеют межузельную природу.
5. Впервые методом оптической и атомно-силовой микроскопии выполнены исследования поверхности образцов монокристаллического германия, циклически деформированных одноосным сжатием с одновременной УЗ обработкой при температуре 310 K. Установлено, что деформирование кристаллов порождает на поверхности периодические дефектные структуры, обусловленные массопереносом при наличии градиента напряжений и возникновении направленных диффузионных потоков. Дислокационные петли в приповерхностном слое являются источниками зарождения наноструктур типа ямка-островок. При объединении островков на стадии созревания образуются гребни нанометровой высоты, источниками которых являются дислокационные петли, линейно ориентированные полями точечных дефектов. Предложен новый метод создания структур субмикронных размеров для нужд наноэлектроники.
6. С помощью спектроскопии комбинационного рассеяния света показано отсутствие остаточных напряжений в наноструктуре типа гребня на поверхности Ge, поскольку на частотах $\omega = 293\,\text{см}^{-1}$ и $\omega = 316\,\text{см}^{-1}$ спектральные пики интенсивности излучения не были обнаружены. При

отсутствии остаточных напряжений свойства наноструктуры могут сохраняться длительное время.

7. Впервые показана возможность получения информации об изменениях профиля поверхности монокристаллов Ge под действием деформации при пониженных температурах, важных для понимания процессов разрушения. Установлено, что на начальной стадии развития поверхностной диффузии в поле градиента напряжения наблюдается сглаживание и зарастание концентраторов типа царапин, ступенек, ямок травления, приводящее к снижению их плотности и увеличению разрушающих напряжений. При повышенных напряжениях, температурах и длительных выдержках кристаллов Ge под нагрузкой формируются дефекты в виде складок из гребней и канавок, являющихся новыми концентраторами напряжений, приводящие к обратному эффекту — снижению разрушающих напряжений.

Выводы

В результате проведения структурных исследований с помощью электронной, оптической микроскопии, рентгеновской топографии и теоретических расчетов изучен физический механизм образования вакансионных кластеров и дислокаций в процессе деформации Ge при температуре $T < 0,35\,T_{\text{пл}}$ с одновременным УЗ облучением.

Разработан и апробирован новый структурно-чувствительный зондовый метод определения уровня дефектности в приповерхностных слоях, основанный на измерении параметров рекомбинации неравновесных носителей зарядов.

Изготовлено новое устройство, позволяющее при определенном выборе условий измерения определять время жизни неосновных носителей заряда в тонком дефектном слое кристалла, в его объеме и скорость поверхностной рекомбинации, применяя необходимые методики.

Установлено, что деформирование кристаллов порождает на поверхности периодические дефектные структуры, обусловленные массопереносом при наличии градиента напряжений и возникновении направленных диффузионных потоков. Дислокационные петли в приповерхностном слое являются источниками зарождения наноструктур типа ямка-островок. При объединении островков на стадии созревания образуются гребни нанометровой высоты, источниками которых являются дислокационные петли, линейно ориентированные полями точечных дефектов.

Предложен новый метод создания структур субмикронных размеров для нужд наноэлектроники.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234828

В целом решена важная проблема установления физических закономерностей микропластичности и прочности алмазоподобных кристаллов Ge, Si, $GaAs$, $InAs$ при низких температурах.

Литература

1. *Неволин В.К.* Зондовые нанотехнологии в электронике / В.К. Неволин. — М.: Техносфера, 2005. — 147 с.
2. Растровая электронная микроскопия и рентгеновский микроанализ. Книга 2. / Гоулдстейн Дж., Ньюбери Д. и др. — М.: Мир, 1984. — 349 с.
3. *Шиммель Г.* Методика электронной микроскопии. — М.: Мир, 1972. — 300 с.
4. *Гурьянова О.М.* и др. Электронная дифракция вершинных каталитических частиц в углеродных нанотрубках // ФТТ. — 2002. — Т. 44., № 3. — С. 455-457.
5. *Хирш П.Б.* 50 лет исследованиям дислокаций с помощью просвечивающей электронной микроскопии: прошлое, настоящее, будущее : доклад лауреата Большой золотой медали РАН имени М.В. Ломоносова / П.Б. Хирш // Вестник Российской академии наук. — 2006. — Т. 76., № 10. — С. 892-898.
6. *Маслова Н.С., Панов В.И.* Сканирующая туннельная микроскопия атомной структуры, электронных свойств и поверхностных химических реакций // УФН. — 1989. — Т. 157, №1. — С. 185-195.
7. *Ревокатова И.П., Силин А.П.* Сканирующая туннельная микроскопия атомной структуры, электронных свойств и поверхностных химических реакций // УФН. — 1984. — Т. 142, №1. — С. 159–162.
8. *Ткачев А.Г.* Аппаратура и методы синтеза твердотельных наноструктур : монография / А.Г. Ткачев, И.В. Золотухин. — М.: Издательство Машиностроение-1, 2007. — 316 с.
9. *Жданов Г.С.* Оптика внутри дифракционного предела / Г.С. Жданов, М.Н. Либенсон, Г.А. Марциновский // УФН. — 1998. — Т. 168, №7. — С. 801-804.
10. *Kailer A.* Raman microspectroscopy of nanocricristalline and amorphos phases in hardness indentations / A. Kailer, G.N. Klaus, Yu.G. Gogotsi // J. Raman Spectrosc. — 1999. — Vol. 30. — P. 939-946.
11. *Liu Q.L.* Quantative strain of misfit dislocations in a Ge/Si heterostructure interfase by geometric phase analysis / Q.L. Liu, C.W. Zhao, Y.M. Xing, S.J. Su, B.W. Cheng // Optics and Lasers in Enginiring. — 2012. — Vol. 50, №5. — P. 796-799.

12. *Надточий В.А.* Микропластичность алмазоподобных кристаллов (Si , Ge , $GaAs$, $InAs$) : Дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.07 / Харьк. нац. ун.-т. — Харьков, — 2006. — 467 с.
13. *Москаль Д.С.* Дефектообразование в приповерхностных слоях монокристаллов $GaAs$ под действием низкоуровневого пространственно-модулированного лазерного облучения : Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07 / Харьк. нац. ун.-т. — Харьков, — 2008. — 138 с.
14. *Надточий В.А.* Исследование поверхности деформированного монокристалла германия методом атомно-силовой микроскопии / В.А. Надточий, А.И. Уколов, В.П. Алехин // Деформация и разрушение материалов. — 2012. — №4. — С. 26–33.
15. *Надточий В.А.* Устройство для измерения параметров рекомбинации неравновесных носителей заряда в приповерхностных слоях монокристаллов Ge / В.А. Надточий, А.И. Уколов // Вісник Харківського національного ун-ту, серія «Фізика». — 2012. — №1020, в. 17. — С. 87–90.
16. *Надточий В.А.* Исследование электрических свойств Ge и Si , деформированных при низких температурах / В.А. Надточий, Н.К. Нечволод, Д.Г. Сущенко // ФТВД. — 2001. — Т. 11, №1. — С.104–110.
17. Патент 97999 Україна, МПК G01N 27/87. Спосіб визначення міри дефектності приповерхневих шарів монокристалів германію або кремнію / Надточій В.О., Уколов О.І. — опуб. 10.04.12.
18. *Надточий В.А.* Формирование наноструктур в Ge при условии дислокационно-поверхностной диффузии / В.А. Надточий, А.И. Уколов, Н.К. Нечволод // ФТВД. — 2012. — Т. 22, №3. — С. 54–62.
19. *Уколов А.И.* Распределение дефектов в тонких полупроводниковых пластинах при низкотемпературной деформации / А.И. Уколов, В.А. Надточий, Н.К. Нечволод // ФТВД. — 2013. — Т. 23, №4. — С. 83–91.
20. *Уколов А.И.* Свойства наноструктур, сформированных на поверхности Ge диффузионным массопереносом / А.И. Уколов, В.А. Надточий, А.С. Винокурова // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. — Слов'янськ, 2014. — №4. — С.79–85.
21. *Уколов О.І.* Дифузійно-дислокаційна мікропластичність монокристалів Ge нижче температурної межі крихкого руйнування / О.І. Уколов, В.О. Надточій, М.К. Нечволод // Фіз. і хім. твердого тіла. — 2010. — Т. 11, №3. — С. 575–579.
22. Патент 101705 Україна, МПК H01L 21/322(2006.01). Спосіб створення наноструктур на поверхні Ge / Надточій В.О., Уколов О.І. – опуб. 25.04.2013.

23. *Надточий В.А.* Изменение времени жизни носителей заряда и проводимости дефектного приповерхностного слоя Ge при термообработках / В.А. Надточий, Н.К. Нечволод, Н.Н. Голоденко // ФТВД. — 2004. — Т. 14, №3. — С. 42–48.
24. *Надточий В.А.* Квантовые точки и квантовые нити для современной полупроводниковой электроники / В.А. Надточий, И.В. Воронова, Е.Ю. Сыпчук // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. — Слов'янськ, 2020. — №10. — С.59–64.

V.A. Nadtochij, A.M. Berestovoj, E.A. Ekimov
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy, Bakhmut, Ukraine;
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Methods of investigation and main features of low-sized structures

In the work it is systematized the most commonly used methods of investigation of semiconducting structures of low dimension (from micrometer units till tens of nanometers), that allow qualitatively and quantitively to distinguish their traditional and new features. Phenomena, running in near-surface layers of diamond-like crystals under the influence of low temperature (under $0.35\,T_{\mathrm{pl}}$) deformation, ultrasonic and laser irradiation are examined. Physical mechanism of low temperature microplasticity in single crystals Ge and Si is set. Physical patterns of modification of near surface layers $GaAs$ with low-level laser irradiation are identified. A new method of nanostructures formation in Ge under influence of dislocation-surface diffusion is offered.

Keywords: *microplasticity, structural defects, methods of investigation, dislocation, cluster.*

УДК 621.385

Крохмаль Т.М., Нікітенко О.М.

[1] *вчителька Харківської загальноосвітньої школи №63*

e-mail: krohmal_tm@ukr.net, ORCID 0000-0002-2961-2671

[2] *кандидат технічних наук, доцент каф. інформаційно-вимірювальних технологій Харківського національного університету радіоелектроніки*

e-mail: nikonxipe@gmail.com, ORCID 0000-0002-1082-5247

ОСОБЛИВОСТІ ТРАЄКТОРІЙ РУХУ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У СХРЕЩЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ТА МАГНІТНОМУ ПОЛЯХ

Розглянуто траєкторії руху заряджених частинок у приладах зі схрещеними електричним та магнітним полями, які є результатом моделювання за різними моделями, які використовують. За всіма розглянутими моделями траєкторії мають циклоїдоподібні траєкторії. За наявності дисипації ці траєкторії кардинально змінюються в залежності від моделі, яку розглядають. Аналіз цих траєкторій значно спростив пояснення певних загадок магнетронів.

Ключові слова: *площинна модель, модель з гребінчатою структурою, магнетронний діод, магнетрон, мінімум потенційної енергії*

Вступ

Дослідження та моделювання фізичних процесів реальних об'єктів вимагають в залежності від деталізації опису уточнення або додаткового опису окремих складових частин, що розглядають.

Генерація мікрохвильового випромінювання різних рівнів потужності є актуальною задачею протягом кількох десятиріч. Електромагнітне випромінювання від десятих часток міліметра до десятків сантиметрів використовують у різноманітних галузях науки, техніки, радіолокації, дефектоскопії, спектроскопії, медицині, побуті тощо.

Чільне місце серед приладів НВЧ посідають прилади зі схрещеними статичними полями, однак, треба визнати недостатнім рівень розуміння суті явищ, які відповідають за формування вихідного спектру в них, що не дозволяє оцінювати зміни вихідного сигналу в залежності від умов роботи.

Системи зі схрещеними полями – це електронні лампи, які ефективно перетворюють вхідну потужність сталого струму у НВЧ хвилі з високим ккд. Широкий перелік переваг систем М–типу обумовлює їх застосування у різноманітних радіоелектронних системах під час вирішення задач радіолокації, радіонавігації, зв'язку, радіопротидії та радіоелектронного придушення й медичного та побутового НВЧ–нагрівання. Останнім часом широкого розповсюдження набули НВЧ пічки, які застосовують для нагрівання їжі [1].

Наразі для отримання високого рівня потужності випромінювання використовують вакуумні генератори, зокрема, прилади зі схрещеними полями, такі як магнетрони, в яких активним середовищем є електронний потік [2].

Магнетрон — один з перших й найрозповсюдженіших генераторів надвисоких частот, де електрони, що рухаються у схрещених статичних електричному та магнітному полях, взаємодіють з високочастотним електромагнітним полем [3].

З конструктивної точки зору сучасний багаторезонаторний магнетрон складається з трьох частин: катоду, анодного блоку, який містить порожнисті резонатори, й пристрою для виводу високочастотної енергії [4]. Поведінку роботи цих приладів аналізують за допомогою PIC кодів [5] і теорії ведучих центрів [6, 7]. Моделювання роботи приладів магнетронного типу пов'язане з розв'язанням складних диференціальних рівнянь, найчастіше чисельними методами, використовуючи пакети MAGIK-3D [8] та CST Studio Suite [9]. Такі моделі потребують занадто великих комп'ютерних й часових ресурсів [10].

Наразі для дослідження фізичних процесів у приладах зі схрещеними полями застосовують так званий «обчислювальний» експеримент [11]. За такого підходу до вивчення систем зі схрещеними полями набуто певних результатів.

У багатьох задачах вакуумної електроніки під час досліджень фізичних процесів, що мають місце в електронних приладах, постає необхідність досліджень траєкторій руху заряджених частинок в таких системах.

Теоретичне дослідження взаємодії електронів з полем у багаторезонаторному магнетроні або споріднених з ним приладах починається з розв'язання двовимірної задачі про рух електронів в однорідному магнітному та електричному полях [12].

Метою цієї статті є вивчення траєкторій руху заряджених частинок (електронів) у різних моделях приладів зі схрещеними полями за різних умов роботи та порівняння цих траєкторій.

Основна частина

Обчислення руху заряджених частинок (електронів) розпочнемо з найпростішої пласкої моделі (рис. 1). Розгляд пласкої моделі є важливим не тільки з точки зору простоти математичного розв'язання. Більшість сучасних магнетронів мають катод великого діаметру, що дозволяє наближено зобразити катод і анод паралельними площинами.

Для розв'язання поставленої задачі має бути використано загальне рівня-

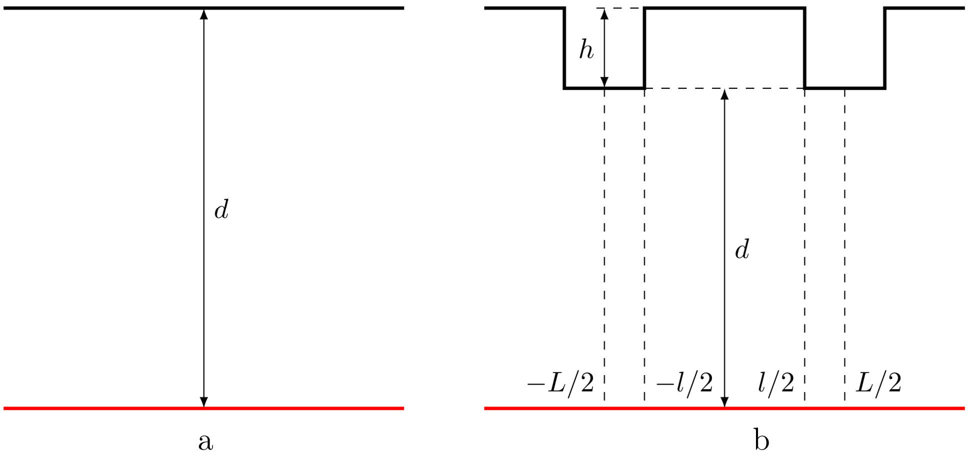


Рис. 1: Простір взаємодії
a – магнетронний діод; b – гребінка

ння Лоренця, яке визначає силу, що діє на заряд за наявності електричного і магнітного полів.

Магнетронний діод

Отже, рівняння руху заряджених частинок у схрещених електричному та магнітному полях, що описують в декартовій системі координат (x, y), є задачею Коші й визначають такою системою рівнянь

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \eta\left(E_x + B\frac{dy}{dt}\right) \qquad (1)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \eta\left(E_y - B\frac{dx}{dt}\right),$$

де η — питомий заряд електрону;

B — напруженість поперечного магнітного поля;

E_x — напруженість електричного поля вздовж осі абсцис;

E_y — напруженість електричного поля вздовж осі ординат.

Початкові умови для цієї задачі набувають таких значень:

$$x(0) = 0;$$
$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0; \qquad (2)$$
$$y(0) = 0;$$
$$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0.$$

Напруженість електростатичного поля для конфігурації, що зображено на рис. 1a має вигляд:

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234838

$$E_x = 0; \qquad (3)$$
$$E_y = \frac{U_a}{d},$$

де U_a — напруга на одному з електродів, найчастіше анодна.

Розв'язок системи рівнянь (1) з початковими умовами (2) та конфігурацією електростатичного поля (3) є відомим і описаний майже в усіх публікаціях, що присвячені руху заряджених частинок у схрещених полях і має вигляд

$$x = \frac{U_a}{\eta d B^2}\left(\omega_H t - \sin\omega_H t\right);$$

$$y = \frac{U_a}{\eta d B^2}\left(1 - \cos\omega_H t\right),$$

де $\omega_H = \eta B$ — циклотронна частота.

Це параметричне рівняння циклоїди. Траєкторію руху електронів у площинному магнетронному діоді наведено на рис. 2.

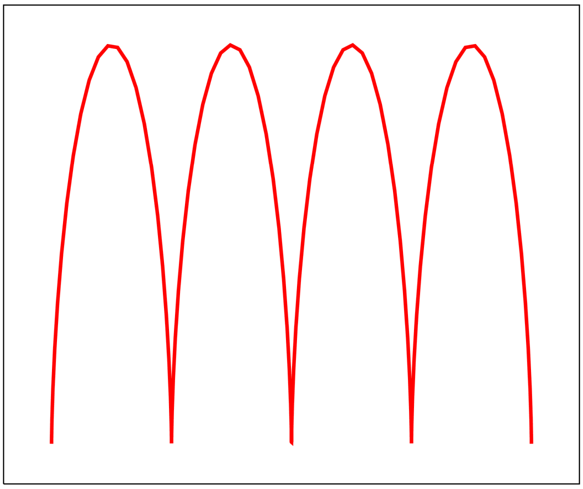


Рис. 2: Траєкторія руху в площинному магнетронному діоді

Площинна гребінчата структура

Кращим наближенням до реальних приладів є площинна модель з гребінчатою структурою (рис. 1b).

Математично цю модель описують за допомогою рівнянь руху (1), початкових умов (2) та напруженості електричного поля [12, 13]

$$E_x = \frac{4\pi h}{L} A_0 \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \sin\frac{2\pi n x}{L} \operatorname{sh}\frac{ny}{d}; \tag{4}$$

$$E_y = A_0 \left(1 - \frac{2h}{d} \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \cos\frac{2\pi n x}{L} \operatorname{ch}\frac{ny}{d}\right),$$

де

$$A_0 = \frac{U_a}{d + \dfrac{lh}{L}},$$

$$A_n = \frac{\sin\dfrac{\pi n l}{L}}{\left(\dfrac{\pi n l}{L} + \sin\dfrac{2\pi n l}{L}\right)\left(\operatorname{sh}\dfrac{n(h+d)}{d} - \operatorname{sh} n\right) + \pi \operatorname{sh} n}.$$

Нажаль для системи рівнянь (1) за початкових умов (2) та напруженостями електричних полів (4) не можливо отримати аналітичний розв'язок, тому розв'язування здійснювали за допомогою чисельного методу Рунге-Кутти четвертого порядку.

Траєкторії руху, що отримано за допомогою чисельного методу, наведено на рис. 3.

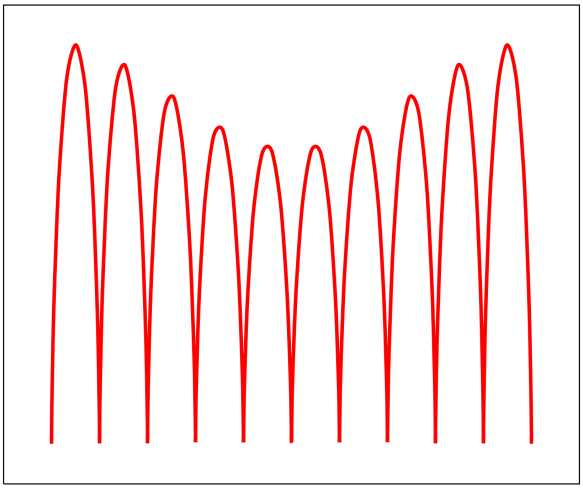


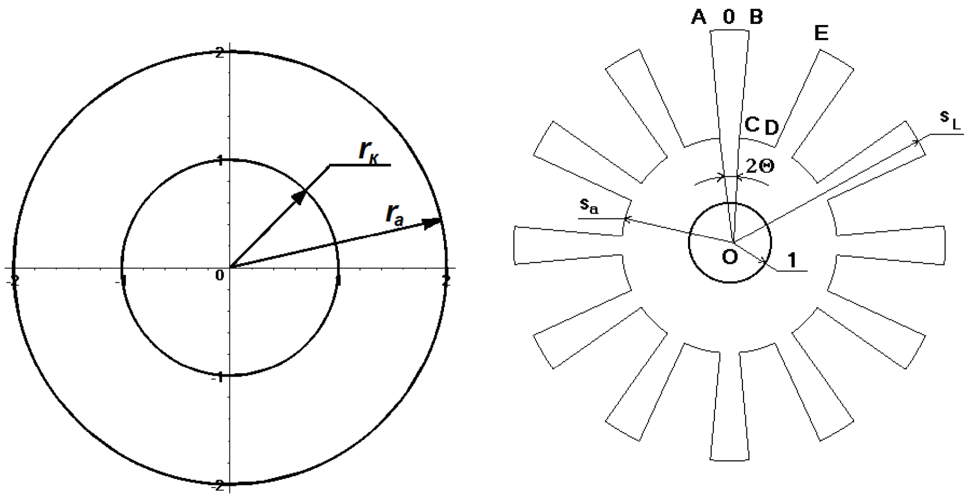
Рис. 3: Траєкторія руху в площинній гребінчатій структурі

З порівняння зображень на рис. 2 та 3 можна побачити, що під час моделювання врахування розподілу поля, яке притаманне гребінчатій структурі (рис. 1b), виявляє наявність модуляції потоку заряджених частинок, що схоже на прояв діокотнонного ефекту [7] і призводить до суттєвого впливу на еволюцію системи.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234838

Циліндричний магнетронний діод

Щодо систем зі схрещеними полями, які мають циліндричну конструкцію електродів, розглянемо найпростішу з них — циліндричний магнетронний діод (рис. 4a) та модель магнетрону (рис. 4b). Ці конструкції складаються з двох співвісних циліндрів (магнетронний діод) і замість одного з циліндрів розташовують електрод зі складною конфінурацією (магнетрон).



a b

Рис. 4: Простір взаємодії
a – магнетронний діод; b – магнетрон

Рівняння руху зарядженої частинки у схрещених полях для циліндричних конструкцій описують в полярній системі координат (s, ϕ) і це є задачею Коші, яку визначають такою системою рівнянь [14]

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s}{dt^2} - s\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 &= \eta\left(E_s + Bs\frac{d\phi}{dt}\right) \\ s\frac{d^2\phi}{dt^2} + 2\frac{ds}{dt}\frac{d\phi}{dt} &= \eta\left(E_\phi - B\frac{ds}{dt}\right), \end{aligned} \tag{5}$$

де s — безрозмірний радіус $\dfrac{r_a}{r_k}$;

E_s — напруженість електростатичного поля вздовж радіальної координати;

E_ϕ — напруженість електростатичного поля по азимутальній координаті.

При цьому початкові умови набувають таких значень:

$$\begin{aligned} s(0) &= 1; \\ \left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=0} &= 0; \\ \phi(0) &= 0; \\ \left.\frac{d\phi}{dt}\right|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Напруженості електростатичного поля для магнетронного діода визначають як

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{\eta}{r_k^2\omega_H^2}\frac{U_a}{s\ln s_a} \\ E_\phi &= 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Нажаль для системи рівнянь (5) за початкових умов (6) та напруженостями електричних полів (7) не можливо отримати аналітичний розв'язок, тому розв'язування здійснювали за допомогою чисельного методу Рунге-Кутти четвертого порядку.

Траєкторії руху, що отримано за допомогою чисельного методу, наведено на рис. 5. Ці траєкторії не є епіциклоїдами, як могло здатися виходячи з траєкторій руху в площинному магнетронному діоді.

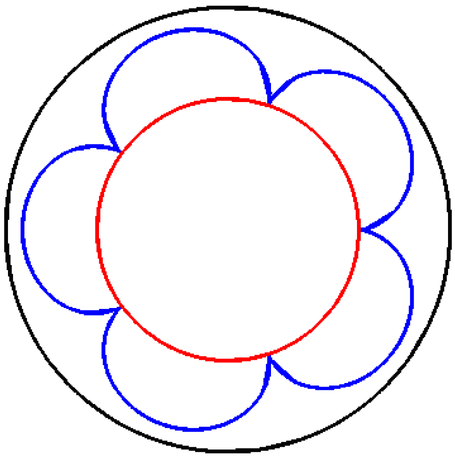


Рис. 5: Траєкторія руху в циліндричному магнетронному діоді

Магнетрон

Найкращим наближенням до реальних приладів є модель магнетрону (рис. 4b).

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234838

Математично цю модель описують за допомогою рівнянь руху (5), початкових умов (6) та напруженості електричного поля [15]

$$E_s = \frac{a_0 z}{s}\left(1 - 2N\ln\frac{s_v}{s_a}\sum_{n=1}^{\infty} na_n cors^{Nn}\cos Nn\varphi\right); \qquad (8)$$
$$E_\phi = 2a_0 zN\ln\frac{s_v}{s_a}\sum_{n=1}^{\infty} na_n sirs^{Nn}\sin Nn\varphi,$$

де N — кількість резонаторів;

$$a_0 = \frac{U_a}{\ln s_a + \dfrac{N\theta}{\pi}\ln\dfrac{s_v}{s_a}},$$
$$a_n = \frac{\sin nN\theta}{(nN\theta + \sin 2nN\theta)(sirs_v^{Nn} - sirs_a^{Nn}) + \pi sirs_a^{Nn}}$$
$$z = \frac{\eta U_a}{\omega_H^2 r_k^2};$$
$$sirx = \frac{x - x^{-1}}{2};$$
$$corx = \frac{x + x^{-1}}{2}.$$

Нажаль для системи рівнянь (5) за початкових умов (6) та напруженостями електричних полів (8) як і в попередніх випадках не можливо отримати аналітичний розв'язок, тому розв'язування здійснювали за допомогою чисельного методу Рунге-Кутти четвертого порядку.

Траєкторії руху, що отримано за допомогою чисельного методу, наведено на рис. 6. Ці траєкторії не є епіциклоїдами і дуже схожі на траєкторії, які було отримано в магнетронному діоді і з просторовою модуляцією як в гребінці.

Дисипація

За класичною електродинамікою кожна заряджена частинка, що рухається прискорено, випромінює енергію.

Випромінювання енергії, зазвичай, відбивається на русі частинки. Припущення про те, що у магнітному полі «швидкість частинки не змінюється», є лише наближено вірним. Частинка, що рухається за круговою траєкторією, випромінює енергію у вигляді електромагнітних хвиль, через те, що зміна напрямку швидкості означає, що рух є прискореним.

У звичайних електронних приладах (клістронах, магнетронах, лампах з біжною хвилею тощо) обидва процеси — випромінювання та формуван-

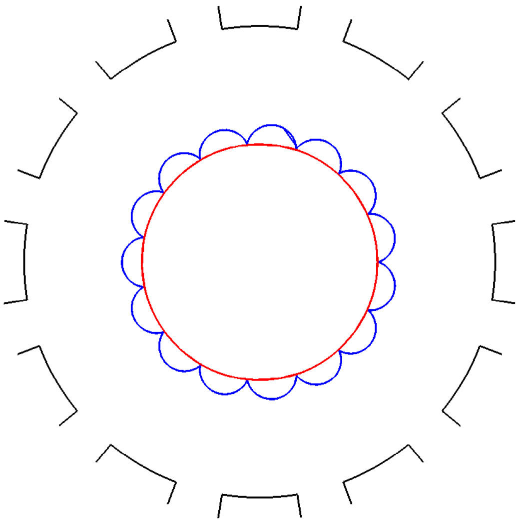


Рис. 6: Траєкторія руху в магнетроні

ня згустків — відбуваються одночасно, згустки формуються під дією власного випромінювання, в результаті чого випромінювання підсилюється й формування продовжується аж до його обмеження нелінійними ефектами. Випромінювання відбувається й тоді, коли заряджена частинка пролітає повз яке-небудь тіло або осідає на ньому — це так зване перехідне випромінювання. Найпростіший випадок перехідного випромінювання — випромінювання за рівномірного та прямолінійного руху частинки у порожньому напівпросторі.

Спонтанне та індуційоване випромінювання — це основні поняття квантової теорії випромінювання, без яких не можна обійтися під час вивчення квантової електроніки; у класичній електроніці, що оперує з рухом електронів у вакуумі до відносно недавнього часу таке трактування фактично не застосовували, оскільки змістовних та нових результатів вона не надавала [16, 17].

При врахуванні в системах зі схрещеними полями дисипації, яку обумовлено втратою енергії електронів через різні механізми, рівняння руху заряджених частинок у вище описаних моделях (1) та (5) слід доповнити доданком $\alpha\dfrac{dy}{dt}$ для моделі (1) та доданком $\alpha\dfrac{ds}{dt}$ для моделі (5) [18], при чому початкові умови (2) і (6) та розподіли електростатичного поля по координатах (3), (4), (7) та (8) залишаються незмінними.

Базуючись на принципі мінімуму потенційної енергії, що будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, в якому її потенційна енергія є мінімальною, за наявності дисипації вище розглянуті системи прагнутимуть до мінімуму своєї потенційної енергії. Розташування цих мінімумів можна визначити дослідивши ці системи.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234838

Для площинної системи (1) такий мінімум розташовуватиметься на прямій $y_0 = \eta \dfrac{U_a}{\omega_H^2 d}$.

Для магнетронного діода (5) такий мінімум розташовуватиметься на колі радіуса $s_0 = \sqrt{2b + \sqrt{4b^2 + 1}}$, де $b = \dfrac{\eta}{r_k^2 \omega_H^2} \dfrac{U_a}{\ln s_a}$

Для гребінки (1), як і для магнетрону (5) вираз для розташування мінімуму потенційної енергії є дуже громіздким, але можна визначити область розташування цих мінімумів. Для гребінки — $y > d$, для магнетрону — $s > s_a$.

Траєкторії руху, що отримано для площинної моделі, наведено на рис. 7.

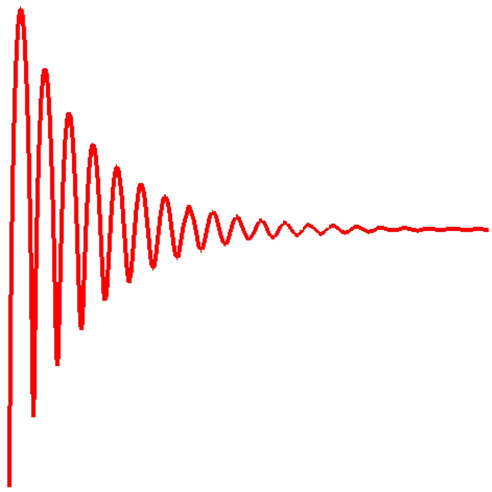


Рис. 7: Траєкторія руху в площинному магнетронному діоді за наявності дисипації

З рисунку видно, що траєкторії прагнуть до мінімуму потенціалу в цій системі $y_0 = \eta \dfrac{U_a}{\omega_H^2 d}$. Це добре узгоджується і просто пояснює твердження, що в міру накопичення просторового заряду в такий системі утворюється прямолінійний потік, хоч там і не згадували про мінімум потенційної енергії.

Траєкторії руху, що отримано для моделі циліндричного магнетронного діода, наведено на рис. 8.

З рисунку видно, що траєкторії прагнуть до мінімуму потенціалу в цій системі $s_0 = \sqrt{2b + \sqrt{4b^2 + 1}}$. Це добре узгоджується і просто пояснює механізм накопичення просторового заряду в такий системі, хоч пояснення такого механізму подають у не зрозумілих припущеннях. Електрони рухаються до мінімуму потенціалу, тим самим утворюючи хмару просторового заряду в мінімумі потенційної енергії [19].

Траєкторії руху, що отримано для моделі площинної гребінчатої структури, наведено на рис. 9.

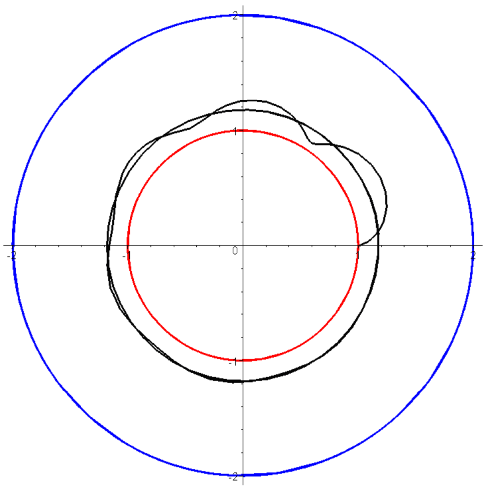


Рис. 8: Траєкторія руху в циліндричному магнетронному діоді за наявності дисипації

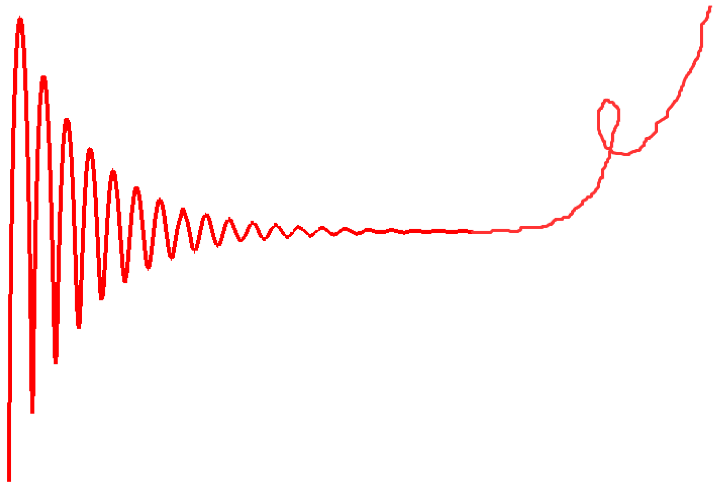


Рис. 9: Траєкторія руху в площинній гребінчатій структурі за наявності дисипації

Траєкторії руху, що отримано для моделі магнетрону, наведено на рис. 10.

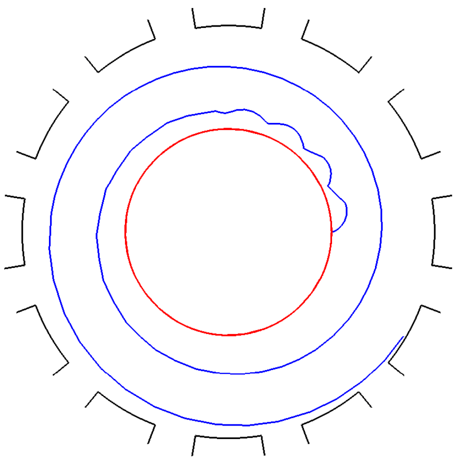


Рис. 10: Траєкторія руху в магнетроні за наявності дисипації

З рисунків 9 та 10 видно, що траєкторії прагнуть до мінімуму потенціалу

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234838

в цих системах, який знаходиться всередині анодного блоку. Це просто пояснює механізм протікання струму на анод за будь-якої анодної напруги, хоч пояснення такого механізму подають у не зрозумілих припущеннях.

Висновки

Таким чином, порівняно траєкторії рухів чотирьох моделей приладів зі схрещеними полями. Ці траєкторії мають циклоїдоподібні траєкторії.

Врахування ефектів дисипації в розглянутих моделях призводить до значної зміни траєкторій руху.

Для площинного магнетронного діода траєкторія стає прямолінійним потоком. Для циліндричного магнетронного діода траєкторія стає кільцевим рухом, пояснюючи механізм накопичення просторового заряду і розв'язуючи одну із загадок магнетронів [4].

Траєкторія частинок в площинній гребінчатій структурі та магнетроні прямують до аноду, пояснюючи одну із загадок магнетронів [4] про існування анодного струму в передгенераційному режимі роботи.

Література

1. *Kawaguchi T.* Analysis of Magnetron Operation in Microwave Oven // Toshiba Rebyu, 1985, v. 40, No 6, P. 531 – 534. – Яп.
2. *Гуляев Ю.В., Корниенко В.Н., Олейников А.Я., Черепенин В.А.* Технология открытых систем и вычислительный эксперимент в радиоэлектронике // Журнал радиоэлектроники. — 2002 — №9 — http://jre.cplire.ru/
3. *Воловенко М.В., Копоть М.А., Нікітенко О.М.* Порівняльний аналіз методів розв'язання рівнянь руху в системах зі схрещеними полями. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2020. Вип. 10. С. 31–42.
4. *Ланда П.С., Трубецков Д.И., Гусев В.А.* Заблуждение и реальность в некоторых задачах физики (теория и эксперимент) // Успехи физических наук — 2009. — т. 179, — № 3 — С. 255–277
5. *Dombrowski G.E.* Simulation of Magnetrons and Crossed–Field Amplifier. IEEE Transactions on electron devices. 1988. vol. 35. no 11. PP. 2060–2067.
6. *Нечаєв В.Е.* К анализу процессов в многорезонаторных магнетронах // Известия вузов. Радиотехника. — 1964. — 7 — № 1. — С. 146–159.
7. *Kaup D.J., Thomas G.E.* Chaotic instabilities and density profiles in a crossed–field electron vacuum devices // SPIE. — 2000. — 4031. — PP. 54–64.
8. *Goplen B., Ludeking L., Smith D., Warren G.* User-configurable MAGIK for electromagnetic PIC calculations Comput. Phys. Commun. — 1995 — vol. 87. — nos. 1–2. — PP. 54–86.

9. (2008) CST Studio Suite. [Online]. Available: http://www.cst.com
10. *Корчакова А. С., Никитенко О. М.* Использование линеаризованного подхода к моделированию приборов со скрещенными полями // Известия Волгоградского государственного технического университета : межвуз. сб. науч. ст. № 23(126) / ВолгГТУ. — Волгоград, 2013. (Серия «Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь»; вып. 8). — С. 48–57
11. *Hockney R. W., and Eastwood J. W.* Computer Simulation Using Particles, McGraw-Hill, New York, 1981.
12. *Воловенко М. В., Кузніченко В. В., Нікітенко О. М.* Моделювання руху заряджених частинок у схрещених полях з гребінчастою уповільнюючою системою. // Дванядцята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук (ІМФН) – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. С. 61 – 63
13. *Корчакова А. С., Нікітенко О. М.* Моделювання розподілу електростатичного поля в пласких системах зі складною конфігурацією електродів // «Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях» (КМНТ-2014) С. 200 – 203
14. *Воловенко М. В., Колендовська М. М., Нікітенко О. М.* Моделювання руху заряджених частинок у приладах зі схрещеними полями циліндричної конструкції Тринадцята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук присвячена 125-річчю від дня народження Стефана Банаха(ІМФН) – Львів: Видавництво Тараса Сороки, 2017. С. 78–79.
15. *Nikitenko O. M.* Distribution of electrostatic potential in crossed–field system with complex electrodes' configuration // Journal of Microwaves and Optoelectronics, Vol. 2, No. 2, December 2000. — PP. 1–9.
16. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
17. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 8–я школа–семинар инженеров. Саратов, Саратовский университет, 1989, 206 с.
18. *Воловенко М. В. Зінківський В.М. Нікітенко О.М* Стійкість та періодичний рух нелінійної динамічної системи «магнетронний діод з дисипацією» Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.–техн. зб. 2010. Вип.160. – С. 351–355.
19. *Nikitenko O.* Has a magnetron abnormal anode current? 2019 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics, UkrMiCo 2019 — Proceedings, 2019, doi 10.1109/UkrMiCo47782.2019.9165516

T.M. Krokhmal, O.M. Nikitenko
Kharkiv secondary school №63, Kharkiv, Ukraine;
Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

Feature of charged particles' trajectories in crossed electrical and magnetic fields

The charged particles trajectories were modeling results using models in crossed-field devices was described. The trajectories were calculated by different models are cycloid like. When we had a dissipation these trajectories change cardinally. It depended by using model. This trajectories' analysis largely simplified the explain of some magnetrons' secrets.

Keywords: *plane model, comb structure model, magnetron diode, magnetron, potential energy minimum*

УДК 577.32

Костиков А.П.

[1] *доктор физико-математических наук, доцент кафедры физики, ГВУЗ «ДГПУ»*

e-mail: a.kostikov@hotmail.com, ORCID 0000-0002-9041-3209

ФОТОФИЗИЧЕСКИЕ И ПАРАМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ТРИПТОФАНА

Понимание процессов, приводящих к повреждению важных биологических молекул – белков остается актуальной задачей для исследований. При этом полезным инструментом является исследование простых модельных систем. В данной работе в качестве объекта исследований использовался триптофан в щелочной среде. Такой выбор обусловлен тем, что молекула триптофана является амфипатической, т.е. содержит сильно гидрофобную и полярную группы и в условиях щелочной среды может образовывать мицеллы, в состав которых входят несколько молекул триптофана. В нашем случае такие мицеллы содержали шесть молекул триптофана.

Используя методы оптической спектроскопии и электронного парамагнитного резонанса показано, что при облучении щелочного раствора триптофана образуется набор нескольких видов продуктов. Это катион-радикалы, анион-радикалы, свободные электроны, ловушки этих продуктов. Измерены параметры всех этих продуктов, их свойства.

Ключевые слова: фотофизика, парамагнитные свойства, триптофан.

Введение.

Ароматические аминокислоты, входящие в состав многих белков, удобно использовать для наблюдения за локальным микроокружением белка, его конформацией, а также для выяснения механизмов соответствующих биологических процессов. Полезную информацию при этом можно получить при исследовании фотоионизации и фотодиссоциации ароматических кислот, а также при наблюдении за спектрами Электронного Парамагнитного Резонанса (ЭПР).

Известно, что при действии УФ-излучения на раствор триптофана при 77K в результате образуются катион-радикалы и захваченные матрицей свободные электроны [1]. Спектр ЭПР катион-радикалов представляет собой синглетную линию с шириной $\Delta H = 22\,$Гс. В щелочном растворе взаимодействие высвобожденного электрона с молекулой триптофана затруднено потому что свободные электроны могут захватыватся ловушками щелочного льда. Спектр ЭПР захваченных электронов представляет относительно узкую синглетную линию с шириной $\Delta H = 14\,$Гс. Оптический спектр поглощения захваченных электронов представляет широкую полосу в диапазоне 350 - 800 нм с максимумом около 600 нм. Последующее действие света в указанной полосе поглощения приводит к освобождению электронов из ловушек и рекомбинации их с катион-радикалами. Представленные здесь некоторые особенности процессов воздействия светового излучения на молекулу триптофана в широком диапазоне длин волн как выяснилось за последние годы не ограничивается только указанными свойствами. В более поздних исследованиях были получены дополнительные детали фотофизики этого белка [2]. Наконец, в последние годы [3-6] были обнаружены и изучены эффекты световой дезактивации фосфоресценции триптофана и его аналогов. Экспериментальные данные, полученые нами, позволили получить достоверную информацию о механизме взаимодействия карбонильной группы с индольным кольцом триптофана. Детали полученных результатов содержатся, в частности, в работе [6]. В настоящей работе приведены результаты изучения действия УФ-излучения на триптофан в щелочной среде замороженной до 77К, а также изучено действие видимого света на парамагнитные центры. Проведен анализ изменения интенсивности люминесценции триптофана при перемораживании образца.

Материалы и методы.

Для исследований использовался раствор L-триптофана ($1,1.10^{-4}M$) в щелочи (10н.NaOH). Раствор триптофана помещали в кварцевую трубку с внутренним диаметром 2 мм и откачивали до давления 1,3 Н/м. Облучение УФ светом проводили ртутной лампой ДРШ-1000 через водный фильтр и фильтр УФС-2 (270-380 нм). В качестве источника видимого света использовали тот же источник света, но с фильтром БС-10 (>400м). Спектры ЭПР измерялись на стандартном спектрометре 3-см диапазона. Оптического характеристики измерялись с использованием спектрофотометра Specord "UV-VIS".

Результаты и обсуждение.

При облучении УФ светом (270-380нм) триптофана в щелочной среде наблюдался спектр ЭПР захваченных электронов с полушириной синглетной линии $\Delta H = 12\,$Гс.

При последующем действии видимого света форма спектра изменялась, вместо узкой линии ЭПР захваченных электронов появляется более широкая линия ($\Delta H = 22\,$Гс) с интегральной интенсивностью уменьшенной на 75%.

Полученный таким образом спектр ЭПР хорошо соответствует спектру катион-радикалов. Интерпретация процессов, происходящих при последовательном облучении образца сначала УФ светом, а затем светом видимого диапазона хорошо соответствует появлению в начальном процессе захваченных электронов с узким спектром ЭПР и высвобождению части захваченных электронов под действием видимого света.

Таким образом часть захваченных электронов возвращалась из ловушек и происходила полная рекомбинация этих электронов, т.е. наблюдался полностью обратимый процесс.

Представляет особый интерес механизм процессов, ответственных за остаток примерно 25% парамагнитных центров, нечувствительных к действию видимого света. Параметры спектра ЭПР этих центров позволяет предположить, что они являются свободными радикалами триптофана. Детали механизма соответствующих процессов, требуют дополнительных исследований.

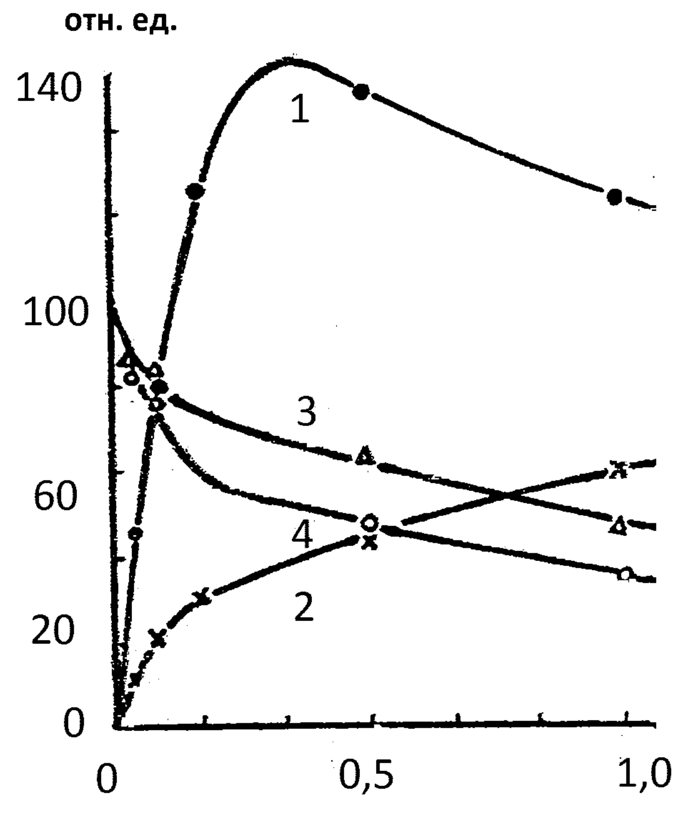


Рис. 1: Изменение интегральной интенсивности спектра ЭПР парамагнитных состояний при 77К в щелочном растворе при разных режимах облучения. Кривая 1 получена при действии УФ–(270-280 нм). Максимум на кривой 1 соответствует выходу на равновесную концентрацию захваченных электронов. Кривая 2 коррелирует с накоплением радикалов, не чувствительных к видимому свету. Кривые 3 и 4 показывают поведение интенсивности **люминесценции** в режиме, совпадающем с режимом получения кривых 1 и 2.

На рисунке представлены кривые изменения интенсивности спектра ЭПР парамагнитных состояний, возникающих при разных режимах облучения.

Кривая 1 демонстрирует изменение интенсивности спектра ЭПР при действии УФ–излучение в области 270–280 нм. Для получения каждой точки на кривой 2 использовался новый раствор; сначала образец облучали УФ–светом в течение заданного времени, а затем видимым светом в течение 10сек. В первом случае в образце в результате ионизации триптофана образуются катион-радикалы, захваченные электроны и анион–радикалы. Число катион–радикалов равно сумме числа захваченных электронов и числа анион–радикалов.

В результате имеем равные количества катион- и анион-радикалов. По наклону начальных участков кривых видно, что начальная скорость образования захваченных электронов примерно в три раза выше скорости образования анион-радикалов, т.е 75% испускаемых электронов захватывается ловушками а 25% реагирует с молекулами триптофана с образованием стабильных при 77К анион-радикалов. Свет в области 270 – 380 нм перекрывает коротковолновую часть спектра поглощения захваченных электронов. При действии этого света наряду с ионизацией молекул триптофана протекает фотоосвобождение электронов из ловушек и рекомбинация их с катион-радикалами.

Максимум на кривой 1 соответствует выходу на равновесную концентрацию захваченных электронов, когда скорость захвата высвобожденных электронов в ловушки равна скорости из фотоосвобождения с последующей рекомбинацией с катион-радикалом. Дальнейшее облучение образца приводило к постепенному снижению равновесной концентрации захваченных электронов, которое коррелирует с накоплением не чувствительных к видимому свету радикалов (кривая 2).

Кривые (3 и 4) демонстрируют поведение люминесценции триптофанового белка при УФ-облучении. Режим облучения при получении кривых 3 и 4 такой же, как в случае получения кривых 1 и 2, соответственно. Из экспериментальных кривых 1 и 2, опираясь на наши представления об образовании парамагнитных центров, можно получить кривые изменения концентрации для каждого из них.

Проанализируем процессы тушения люминесценции в связи с присутствием в образце тех или иных парамагнитных центров в первые секунды фотолиза, когда степень превращения триптофана мала, а количество парамагнитных центров в первом приближении пропорционально длительности УФ-экспозиции. Облучение образца УФ-светом в течение 5 секунд приводило к образованию в образце $4,2.10^{14}$ парамагнитных центров (кривая 1). При действии видимого света в результате рекомбинации равных количеств катион-радикалов и электронов исчезало 3.10^{14} центров, что соответствует примерно 9% молекул триптофана от их исходного количества 2.10^{15} центров в образце. В то же время интенсивность флуоресценции восстанавливалась на те же 9% процентов от интенсивности флуоресценции необлученного образца. Это означает, что катион-радикалы триптофана в щелочном растворе не тушат флуоресценцию соседних молекул. Это означает также, что захваченные электроны тоже не тушат флуоресценцию триптофана в условиях настоящего эксперимента.

Через 5 секунд УФ облучения в образце накапливается $1,2.10^{14}$ свободных радикалов не чувствительных к видимому свету (кривая 2). Можно предположить, что это сумма равных количеств катион- и анион-радикалов. Это соответствует тому, что в эти два типа радикалов превращено по 3,3% молекул в образце. Интенсивность флуоресценции в таком образце уменьшена по сравнению с исходной на 19% (кривая 4). В нашем случае катион-радикалы не тушат флуоресценцию других молекул триптофана. При этом интенсивность люминесценции за счет превращения молекул триптофана в катион-радикалы должна снизится на те же 3,3%.

Уменьшение интенсивности флуоресценции еще на $19 - 3{,}3 = 15{,}7\%$ связано с образованием анион-радикалов. На 3,3% интенсивность флуоресценции уменьшается из-за того, что сами ион-радикалы не люминесцируют. Дополнительное тушение на 12,4% связано, по-видимому, с тем, что каждый анион-радикал эффективно тушит люминесценцию примерно четырех соседних молекул триптофана (12,4% / 3,3% $\approx$ 3,8%).

Близкие значения получаются при рассмотрении соотношения набора свободных радикалов и тушения флуоресценции в образце после УФ-облучения в течение 6 минут (кривая 2). В этом случае тушение флуоресценции составило 93%. Количество катион-радикалов каждого типа в образце $2,8.10^{14}$. Т.е. примерно по 15% от исходного числа молекул триптофана превращаются в радикалы того и другого типа с потерей способности к люминесценции. Тушение 64% флуоресценции, как и в предыдущем случае можно связать с эффективным тушением каждым анион-радикалом люминесценции четырех соседних молекул триптофана (63% / 15% $\approx$4,2%).

Можно было ожидать, что все реакции будут протекать как в застеклованном растворе. Действительно, известно, что растворы NaOH с высокой концентрацией стеклуются при охлаждении. Однако наши эксперименты показали, что раствор триптофана в щелочи при 77К не является истинным. Действительно, предельное количество свободных радикалов в 3,6 раз меньше числа молекул триптофана (кривая 2). Этот результат можно объяснить если учесть тушение люминесценции анион-радикалами (см.выше). Тушение

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234839

люминесценции триптофана свободными радикалами, УФ индуцированными в белках и в различных модельных системах при 77K, эффективно на расстоянии меньше 3,4 нм. Однако в $1.1.10^{-4}$ М растворе триптофана среднее расстояние между молекулами составляет 26 нм. На таком расстоянии в застеклованном истинном растворе тушение люминесценции триптофана за счет переноса энергии электронного возбуждения по индукционно-резонансному механизму на свободный радикал происходить не может.

Полученные результаты можно объяснить, если предположить, что молекулы триптофана в условиях эксперимента объединялись в мицеллы по шесть штук за счет гидрофобных взаимодействий. Молекулы триптофана являются амфипатическими, т.е. содержат сильно гидрофобную и сильно полярную группы. Известно, что амфипатические соединения стремятся образовать мицеллы, в которых гидрофобные группы обращены внутрь, а полярные - наружу. При ионизации одного из триптофанов образуется катион-радикал, который не тушит люминесценцию других молекул триптофана в мицелле. Если испущенный электрон захватывается другой молекулой триптофана в мицелле, то возникает анион-радикал, который тушит люминесценцию четырех оставшихся молекул триптофана.

Кривые накопления свободных радикалов и уменьшения интенсивности флуоресценции имеют ясно видимый излом. Медленная часть кривых связана с накоплением анион-радикалов и равного количества катион-радикалов. Начальная (до 20 сек.) быстрая часть кривых связана с параллельным протеканием второго процесса - захватом испущенных электронов в ловушки и образованием равного количества катион-радикалов. Этот процесс обратим при действии света в области поглощения стабилизированных электронов. Через 20 сек скорости прямой и обратной реакции выравниваются и он перестает давать вклад в накопление свободных радикалов и в уменьшение интенсивности флуоресценции (кривые 2 и 4).

Выводы

В работе показано, что при облучении щелочного раствора триптофана образуется набор нескольких видов продуктов. Это катион-радикалы, анион-радикалы, свободные электроны, ловушки этих продуктов. При фотоионизации одного из триптофанов образуется катион-радикал, при этом другие молекулы триптофана в мицелле способны испускать люминесцентное излучение. Если испущенный электрон захватывается другой молекулой триптофана в мицелле, то может возникнуть анион-радикал, который тушит люминесценцию остальных молекул триптофана в данной мицелле.

Литература

1. *Каюшин Л.П., Грибова З.П., Азизова О.А.* Электронный парамагнитный резонанс фотопроцессов биологических соединений. М.: Наука. 1973.
2. *Львов К.М. Львова О.Ф.* Молекулярные механизмы биологического действия оптического илучения. М. : Наука. 1988. С.41–55.
3. *Львов К.М.* Обратимое снижение интенсивности фосфоресценции триптофана при действии света в области триплетного поглощения при 77К. /К.М. Львов, С.В. Кузнецов, А.П. Костиков// Биофизика. — 1993. — т. 38, — С. 568–573.
4. *Kostikov A.P.* Light induced deactivation of tryptophan phosphorescence in proteins. /A.P. Kostikov// Biophysical Journal. — 2003. — v. 84 — p. 500A.
5. *Костиков А.П.* Светоиндуцированная дезактивация фосфоресценции триптофана, роль карбонильной группы в механизме этого явления. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2018. Вип. 8. С. 65–70.
6. *Костиков А.П.* Структурные особенности триптофана, влияющие на светоиндуцированную дезактивацию фосфоресценции белков. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2019. Вип. 9. С. 52–59.

Alexander P. Kostikov
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Photophysical and paramagnetic properties of tryptophan

It is shown in the work that a set of several types of products is formed upon irradiation of an alkaline solution of tryptophan. These are radical cations, radical anions, free electrons, traps of these products. When one of the tryptophanes is photoionized, a radical cation is formed, while other tryptophan molecules in the micelle are capable of emitting luminescent radiation. If the emitted electron is captured by another tryptophan molecule in the micelle, then a radical anion can arise, which quenches the luminescence of the remaining tryptophan molecules in this micelle.

Keywords: *tryptophan, photophysics, paramagnetic properties.*

ІНФОРМАТИКА ТА МЕТОДИКА ЇЇ НАВЧАННЯ

УДК 373.3/.5.016:004.056

Глазова В.В., Кириченко А.М.

[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: vvglazova@gmail.com, ORCID 0000-0003-0124-3760

[2] *студентка 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*
e-mail: nastya.kirichenko7117@gmail.com, ORCID 0000-0003-4788-3974

ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ «ІНФОРМАЦІЙНА БЕЗПЕКА» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ІНФОРМАТИКИ

Статтю присвячено проблемі формування поняття «нформаційна безпека» в шкільному курсі інформатики. Проаналізовано навчальні програми з інформатики на предмет вивчення інформаційної безпеки. Запропоновано методи та форми, які можливо використовувати на уроках інформатики, коли програмою не передбачено вивчення тем, що стосуються інформаційної безпеки.

Ключові слова: *інформаційна безпека, шкільний курс інформатики.*

Вступ

Доступ до Інтернету — мільйонів. Збільшення часу доступу до інформації в глобальній мережі Інтернет тягне за собою підвищення ступеня загроз і ризиків інформаційної безпеки для дітей, учнів, студентів. Тому однією з найважливіших завдань в сучасній освіті стає проблема підготовки учнів до розв'язання проблем інформаційної безпеки. Сучасний громадянин інформаційного суспільства повинен вміти справлятися з інформаційними загрозами, захищати свою інформацію, приватний інформаційний простір [6]. З цієї точки зору дуже важливим стає усвідомлення й розуміння особистістю сутності поняття «інформаційна безпека», на що першочергово має бути спрямований шкільний курс інформатики.

Серед ключових компетентностей нової української школи відповідно до «Рекомендацій Європейського Парламенту та Ради ЄС щодо формування ключових компетентностей освіти впродовж життя» названо інформаційно-цифрову компетентність. Отже завдання вчителя допомогти молоді усвідомити поняття інформаційної безпеки та допомогти учням максимально використовувати можливості, які надають інтернет-технології та соціальні мережі для розвитку ключових компетентностей. Вчені й практики, зокрема, В. Бенедек, Н. Гущина, М. Кеттеман, О. Косик, А. Кочарян, А. Пазюк, М. Снітко, О. Черних, розглядали питання безпеки дітей онлайн, їх успішне використання Інтернету та формування безпечної поведінки онлайн.

Метою статті є висвітлення можливостей формування поняття «інформаційна безпека» в шкільному курсі інформатики.

Основна частина

Найважливішою складовою забезпечення особистої безпеки людини є її захист від інформації, що надходить до неї. Людина повинна вміти захищатися від можливих інформаційних атак та маніпулювань. Тому існує гостра необхідність в організації інформаційної освіти, яка може забезпечити формування інформаційної культури та інформаційної безпеки особистості й суспільства в цілому. Сьогодні поняття «інформаційна безпека» починає виступати і як інтегративне, наскрізне поняття всього шкільного курсу інформатики на різних етапах навчання (пропедевтичному, базовому й профільному), так і в навчанні різних змістовних ліній курсу.

Аналіз змісту підручників інформатики дозволив виявити взаємозв'язок власне технологічних наукових понять в галузі інформаційної безпеки і більш широкого кола понять, що відносяться до інформаційної культури: інформаційна етика, етика Інтернету, комп'ютерна етика, мережевий етикет, етика мережевого спілкування, норми поведінки в мережі, етичні норми, етичні норми інформаційної діяльності, етична поведінка при використанні інформації.

Щоб в учнів сформувалося цілісне уявлення про предметну область забезпечення інформаційної безпеки потрібно, на доступному для учня рівні, сформувати комплексне уявлення про інформаційну безпеку, що містить складові предметної області її забезпечення: інформаційна безпека дітей, особистості, суспільства, держави, міжнародна інформаційна безпека. В умовах інформаційного суспільства, коли розвиток інформаційних і комунікаційних технологій робить засоби масової інформації лідируючим інститутом соціалізації, опосередковано виконує функції багатьох традиційних соціальних інститутів (сім'ї, школи, груп однолітків та ін.) [1].

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234840

Учні старших класів є найбільш вразливою частиною суспільства, яка активно шукає своє місце в сучасному соціумі. Засоби масової інформації пропонують свої моделі розвитку, зразки поведінки та споживання, виступаючи в якості інформаційних фільтрів, які виділяють і підсилюють одні контексти, і приглушують, а то й зовсім замовчують інші. Всесвітня пандемія коронавірусу стала важким випробуванням для людства та освіти. Тому важливо пояснити учням, як не стати інструментом в руках кібершахраїв, що прагнуть «заробити» на страхах людства.

Аналіз навчальних програм з інформатики на предмет вивчення інформаційної безпеки дозволяє зробити висновок про те, що на рівні основної загальної освіти в межах предмета «Інформатика» акцент відповідно до вимог робиться на формуванні компетентностей безпечної й доцільної поведінки під час роботи з комп'ютерними програмами та в Інтернеті, вмінні дотримуватися норм інформаційної етики й права.

Вимоги стандарту у старшій школі в питанні розкриття «принципів забезпечення інформаційної безпеки» реалізуються більш повно завдяки вибірковому модулю «Інформаційна безпека». Під час аналізу наступності змісту навчання з проблеми інформаційної безпеки виявлено, що присутній суттєвий дисбаланс в рівномірності дозування матеріалу для кожного класу, а послідовність подання матеріалу здійснюється без урахування важливих предметних зав'язків.

Як включити в освітній процес заходи, що підвищують обізнаність учнів з питань інформаційної безпеки? Які методи, форми при цьому використовувати на уроках інформатики, коли програмою не передбачено вивчення тем, які стосуються інформаційної безпеки [3, 5].

Формування поняття «інформаційна безпека», яке є невід'ємною часткою інформаційно-цифрової компетентності учасників освітнього процесу відповідно до Концепції нової української школи може відбуватися за допомогою навчальних матеріалів навчально-методичного посібника «Інтернет, який ми хочемо» (the Web We Want) [2]. Піклуючись про безпечний інформаційний простір для дітей, зокрема, через такі шляхи: забезпечення безпеки дітей в інформаційному просторі; формування політики запобігання проявам у дітей радикалізму, расизму, ксенофобії та іншим формам екстремізму в умовах стрімкого розвитку інформаційних технологій; упровадження системи соціально-педагогічної роботи з батьками з питань безпеки дітей в інформаційному просторі можна інтегрувати заняття, які представлені у посібнику, в освітню діяльність на уроках інформатики та позаурочну діяльність закладу освіти.

В закладі освіти рекомендується проводити тиждень, день, уроки інтернет-безпеки, позакласні заходи. Заходи можна присвятити професійним святам: Міжнародний день захисту інформації — 30 листопада. Свято почало існувати в 1988 році (у свята є сайт), тому що в цьому році була зафіксована перша масова епідемія хробака, що одержав назву за іменем свого творця — Морріса. Свято існує та є міжнародним визнаним завдяки американській Асоціація комп'ютерного обладнання. Мета цього Дня — нагадати всім про необхідність захисту комп'ютерної інформації, а також звернути увагу виробників і користувачів апаратних та програмних засобів на проблеми безпеки. Міжнародний день безпечного Інтернету — другий вівторок лютого (введений в 2004 році). Сайт міжнародного дня безпеки Інтернету www.saferinternetday.org.

Одним з ефективних способів вивчення будь-якого навчального матеріалу і, зокрема, питань інформаційної безпеки є метод високотехнологічних навчальних проєктів. Навчальний телекомунікаційний проєкт може розглядатися як спільна навчально-пізнавальна, творча або ігрова діяльність учнів-партнерів, організована на основі комп'ютерної телекомунікації, мати спільну мету, узгоджені способи діяльності й бути спрямована на досягнення загального результату діяльності. Так, наприклад, можна брати участь в мережевих проєктах для школярів організованих дистанційно або організувати власний навчальний проект.

Шкільною проєктною діяльністю вчитель розв'язує відразу кілька проблем: по-перше, учні набувають навичок практичного застосування здобутих теоретичних знань з використання комп'ютерів, комп'ютерних технологій та Інтернету й пов'язані з цим питання безпеки; по-друге, і це найголовніше, школяр починає бачити в комп'ютері та Інтернеті не тільки іграшку та потік непотрібних ресурсів, а й інструмент створення нового, цікавого і потрібного не тільки йому, а й оточуючим його в школі та вдома людям, простору. І в цьому просторі дитина займається творчістю: яким вона його створить, таким її світ і буде.

Конкретним прикладом реалізації проєктної діяльності може стати веб-квест. Веб-квест — це гра, реалізована на мережевому ресурсі із завданнями над якими працюють учні, виконуючи ту чи іншу покладену на них місію — вибравши одну з ролей, запропонованих учителем. Особливістю освітніх веб-квестів є те, що частина, або вся інформація для самостійної, або групової роботи учнів з ним, знаходиться на різних веб-сайтах, посилання на які може запропонувати вчитель, попередньо обравши найбільш цікаві та інформативні з питання, що досліджується Крім того, результатом роботи з веб-квестом

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234840

є публікація робіт учнів у вигляді веб-сторінок і веб-сайтів (локально або в Інтернеті).

При продумуванні методів організації уроку та позаурочної діяльності важливо пам'ятати про особливості мислення сучасної молоді — «кліпову», яка не відрізняється глибиною проникнення в інформацію, але відрізняється великими швидкостями пропускання інформації через себе. Діти сьогодні не вміють аналізувати текстову інформацію, не володіють навичками функціональної грамотності читання. Для формування такої грамотності, важливо вчити учнів згортати та розгортати інформацію, представляти її в різних формах. Рішенням проблеми може стати завдання з перетворення одного виду інформації в інший вид. Наприклад, можна запропонувати інформацію з відео або текстом перевести в графіку — плакат, комікс, інфографіку або, навпаки, по зображенню, плакату, коміксу, інфографіці скласти розповідь, яка пояснювала б питання безпеки інформації. Результати діяльності важливо представити аудиторії.

Висновки

Рішення проблеми формування поняття інформаційної безпеки в підростаючого покоління полягає в формуванні культури інформаційної безпеки, підвищенні кваліфікації педагогів і організації безпечного інформаційно-освітнього середовища освітніх організацій. У той же час, розглянутий перелік заходів і напрямків не є вичерпним, оскільки сучасні інформаційні виклики й загрози не дозволяють повністю розв'язати проблему інформаційної безпеки дітей, а тільки знизити її наслідки. Необхідно донести до учнів думку, що розвиток інформаційних технологій і загальна комп'ютеризація призвели до того, що турбота про інформаційну безпеку є обов'язковою стороною діяльності не тільки фахівців в галузі інформаційних технологій, а й пересічних користувачів.

Література

1. Безпека дітей в Інтернеті. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/pozashkilna-osvita/vihovna-robota-ta-zahist-prav-ditini/bezpeka-ditej-v-interneti
2. Інтернет, який ми хочемо (The Web We Want): навч. посіб. для учителів, ISBN: 9789491440878, European Schoolnet publication, 2015.
3. Інформатика 5-9 класи. Програма для загальноосвітніх навч. закладів. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna serednya/programy-5-9-klas/onovlennya-12-2017/8-informatika.docx

4. Сайт компанії GlobalLogic.
URL: https://www.globallogic.com/ua/
5. Навчальна програма вибірково-обов'язкового предмету для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту)
URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/informatika-standart-10-11.docx
6. *Пазюк А.В., Черних О.О.* Дитина онлайн: як забезпечити безпеку і приватність (аналітичне дослідження). Київ: ВАІТЕ, 2016. 74 с.

Vira V. Hlazova, Anastasiia M. Kyrychenko
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Formation of the concept of «informational security» in the school course of computer science

The article is devoted to the problem of forming of the concept of «informational security» in the school course of computer science. The computer science educational programs created for the study of informational security were analyzed. Methods and forms that can be used in computer science lessons when the program does not provide ones for the study of the topics related to informational security were suggested.

Keywords: *informational security, school course of computer science.*

УДК 373.3/.5.016:004

Забазна С.О.

[1] *вчитель інформатики вищої категорії закладу ЗЗСО I-III ступенів № 9 ВЦА м. Торецьк*

e-mail: io.saz2014@gmail.com, ORCID 0000-0003-2068-545X

ВИКОРИСТАННЯ БЛОГУ ДЛЯ РОЗМІЩЕННЯ Е-КОНТЕНТУ ПРИ ВИКЛАДАННІ ІНФОРМАТИКИ

У статті обговорюються особливості застосування блогів для навчання інформатики, розглянуто приклади використання сервісу Blogger для розміщення електронного контенту, створеного за допомогою різноманітних платформ

Ключові слова: *блог, Blogger, платформи, сервіси, Е-контент, інформатика*

Вступ

Сучасна українська освіта розвивається в умовах, що зазнають постійних змін, поступово проходить процес цифрової трансформації [7]. Змінюються пріоритети, ціннісні орієнтації, зростає інформатизація суспільства, формується нове освітнє середовище.

Досліджуючи перспективи розвитку освіти як в Україні, так і в світі, сучасні науковці та педагоги-практики наголошують, що формування навчального середовища неможливе без створення якісного електронного навчального контенту та організації різнорідної інформації в єдину інформаційну систему [4].

Основна частина

Зміст та цілі освіти не залежать від форми її організації — очної, змішаної чи дистанційної. І навіть якщо вчитель сьогодні перестав бути єдиним джерелом навчальної інформації і є безліч засобів, за допомогою яких можна транслювати навчальний контент (відеоуроки, презентації, відеоконференції, навчальні застосунки тощо) [3], недооцінювати значення викладача було б неправильним. Саме вчитель має зрозуміти, як його учням найбільш звично та зручно сприймати інформацію і взяти на себе роль архітектора знань, фасилітатора, який, використовуючи сучасні моделі і технології, допомагає будувати процес навчання у максимально доступний та ефективний спосіб.

Разом з тим, треба пам'ятати, що основною формою навчального процесу в школі залишається урок, основними структурними елементами якого є актуалізація опорних знань та життєвого досвіду учнів; тема і мета уроку; мотивація навчальної діяльності учнів, практичне завдання; підсумки уроку; рефлексія тощо [5]. І кожен з цих етапів може бути проілюстрований електронною підтримкою.

Сучасні здобувачі освіти з дитинства користуються гаджетами, мають інакші потреби в отриманні інформації та постійно прагнуть мати доступ до Інтернету. «Ми ж не готуємо дітей до позавчорашнього світу» [8] , тому створення та доречний вибір електронної підтримки кожного з етапів уроку — це актуальне питання конструювання сучасних уроків, які роблять подання матеріалу сучасним та цікавим для учнів, що значною мірою підвищує мотивацію вивчення предмету.

Зараз безліч сервісів, які можна використовувати для створення Е-контенту. До вашої уваги пропонується декілька прикладів створення електронних навчальних ресурсів у підтримку викладання інформатики та прийоми розміщення навчальних матеріалів на блозі.

Для роботи в сервісах потрібно зареєструватись через одну із запропонованих соціальних мереж, аккаунт Google, іноді окремо пройти реєстрацію. Кожен з цих сервісів має зрозумілий інтерфейс, опанування роботою відбувається інтуїтивно, навіть якщо вебсайт має англомовний інтерфейс.

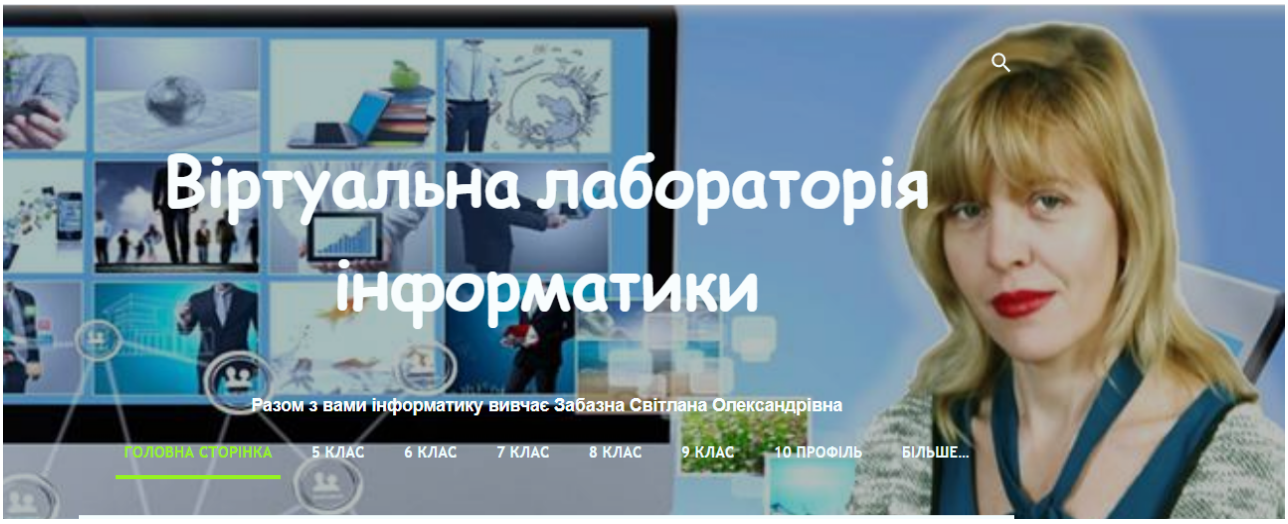


Рис. 1: https://iosaz2018.blogspot.com/

Об'єднуючою платформою для подання навчальних матеріалів я обрала сервіс для ведення блогів Blogger, доступ до якого надає аккаунт Google. До того ж потрібно знати основи мови розмітки гіпертексту HTML, якими, гадаю, володіє кожний учитель інформатики.

Приклад 1. Розміщення на блозі інтерактивної вправи, створеної за допомогою сервісу LearningApps .

Основна ідея інтерактивних завдань полягає в тому, що учні можуть перевірити і закріпити свої знання в ігровій формі, що сприяє формуванню пізнавального інтересу учнів.

Рис. 2: Хмарка тегів до Прикладу 1

Наприклад, на етапі актуалізації знань можна запропонувати учням вправу: вставити пропущені слова, користуючись підказками з хмаринки тегів, яка відкривається за QR-кодом на смартфонах учнів. Зображення хмаринки тегів розташоване на Google-диску, відкритий доступ за посиланням. QR-код для зображення згенерований за допомогою сервісу https://pageloot.com.

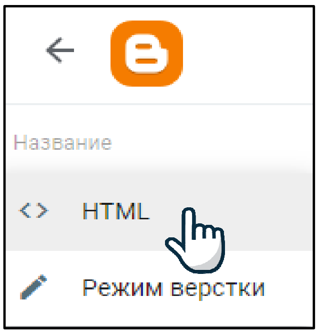


Рис. 3: Режим HTML

Коли інтерактивна вправа опублікована, ви отримуєте посилання і код для вбудовування на сайт або блог. На сторінці блогу потрібно перемикнутися в режим <>HTML та вставити отриманий код, наприклад, на початок сторінки, потім перемикнутися у Режим верстки та перемістити вставлену вправу у потрібне місце сторінки.

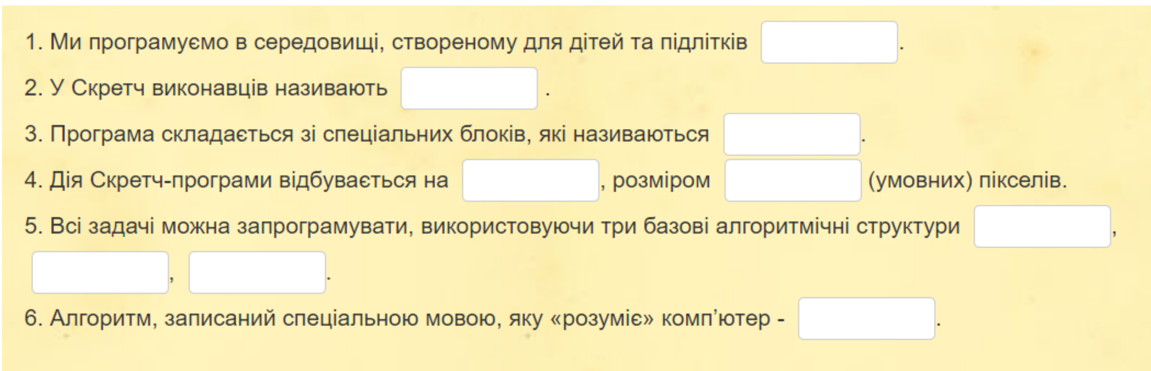


Рис. 4: Вправа «Заповни пропуски»

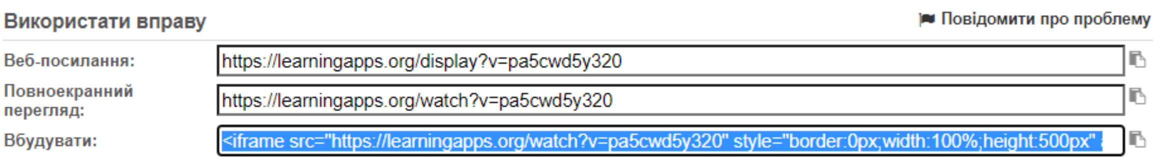


Рис. 5: Код для вбудовування у блог інтерактивної вправи

Приклад 2. Розміщення презентації на сторінці блогу. Зазвичай сучасний учитель супроводжує пояснення нової теми демонстрацією презентації, яку також було б доречно розмістити на блозі для використання на уроці та для повторення матеріалу уроку вдома. Для цього також потрібно отримати код. Як один із варіантів, можна скористатися платформою www.slideshare.net. Потрібно пам'ятати, що назва презентації, яку завантажуємо на slideshare повинна містити лише латинські літери та цифри. Коли презентацію опубліковано, натискаємо кнопку Share та отримуємо код для вбудови на сторінку блогу:

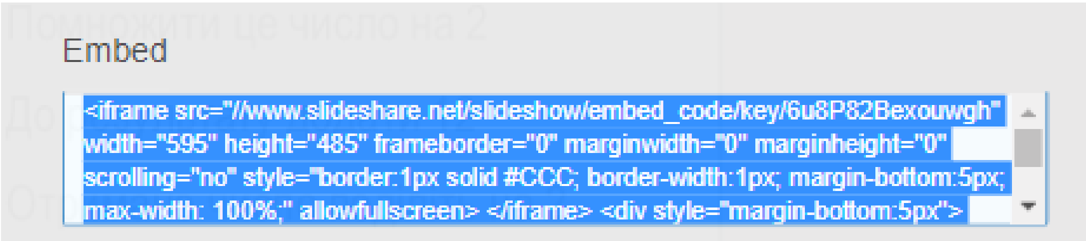


Рис. 6: Код для вбудовування у блог презентації

Приклад 3. Інтерактивний плакат. Електронною підтримкою уроку може бути інтерактивний плакат, створений за допомогою онлайн-сервісу www.thinglink.com, який дозволяє наносити на зображення інтерактивні мітки (текст, посилання на інші ресурси, зображення, відео). Інтерактивний плакат може містити весь матеріал уроку, інформаційні матеріали теми, бути картою подорожі уроку-квесту, інтерактивною картою або таблицею.

Рис. 7: Інтерактивний плакат https://www.thinglink.com/scene/1063765341496147970

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234841

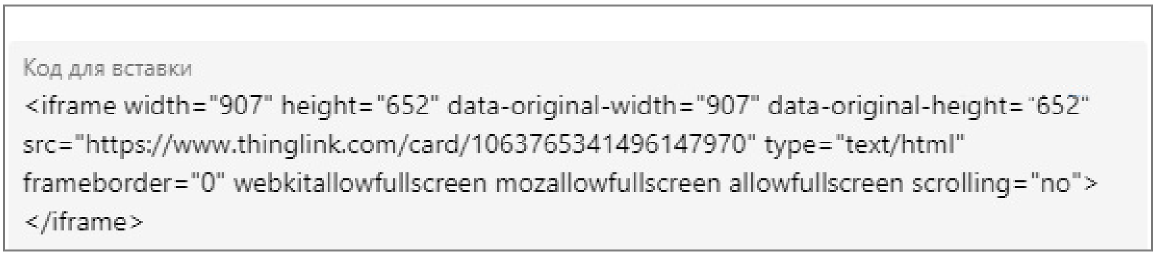


Рис. 8: Код інтерактивного плакату

Приклад 4. Розміщення на блозі відеоуроку. У період дистанційного навчання більшість учителів навчилася створювати відеоуроки, наприклад, за допомогою програми Bandicam. Ці уроки пропонуються для асинхронного режиму дистанційного навчання. Але термін «відеоурок», здається мені, не зовсім доречним. Скоріше це відеолекція або відеодемонстрація виконання практичного завдання, яка в комбінації з інтерактивними вправами, віртуальною дошкою, тестовими завданнями, дійсно, створює більш повну картину уроку.

До того ж відеоурок може бути частиною інтерактивного плакату. У будь-якому випадку доречно завантажити відеоурок на youtub-канал та вставити відео на сторінку блогу, як пояснення нового матеріалу.

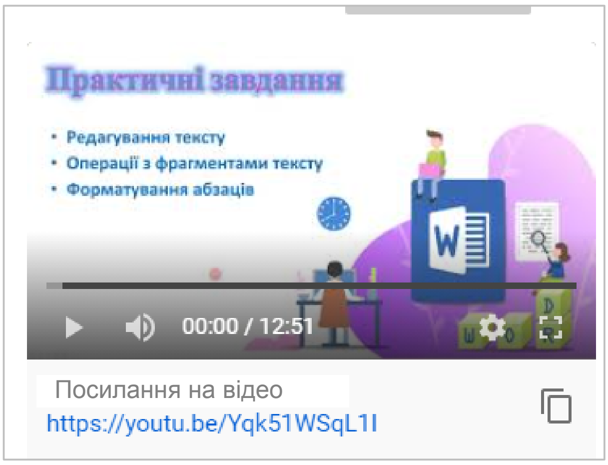


Рис. 9: Отримання посилання для відео на youtub-каналі

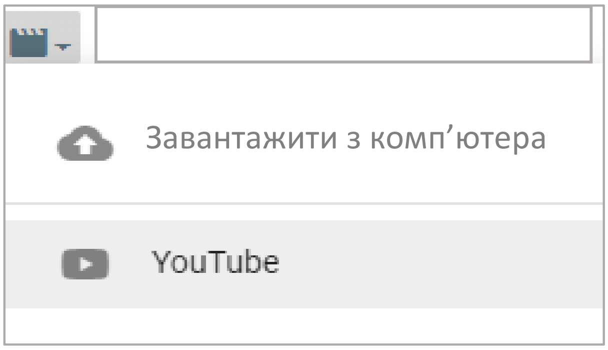


Рис. 10: Команда вставлення відео в конструкторі блогу

Приклад 5. Одним із інструментів навчання є віртуальна дошка, за допомогою якої можна підсилити зацікавленість й активність учнів, поліпшити ефективність роботи на уроках, організувати спільну діяльність учнів. Віртуальна дошка Padlet може бути використана для проєктної роботи, розміщення творчих робіт учнів, створення фанклубу, наприклад, мови програмування, індивідуальних завдань, етапу рефлексії, щоб сформулювати свої враження від уроку починаючи словами: `Мені сподобалося ...Я навчився ...Було цікаво дізнатися, що ...Мене здивувало ...Мені було складно ....`

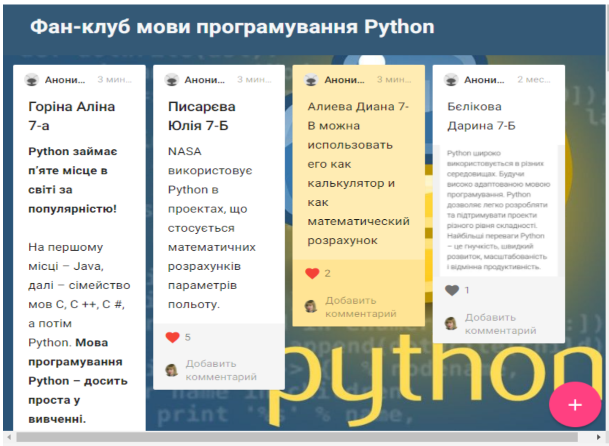


Рис. 11: Віртуальна дошка з цікавими фактами про Python

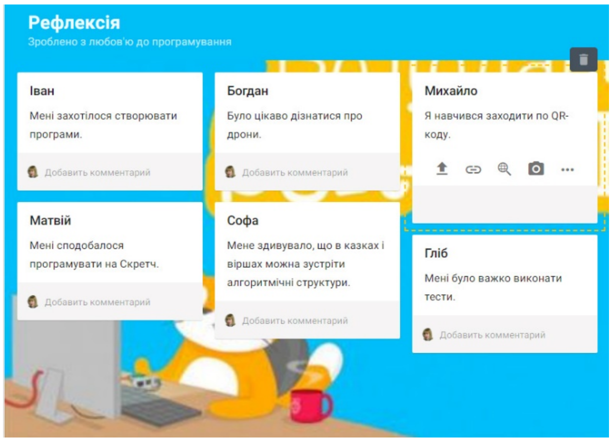


Рис. 12: Віртуальна дошка етапу рефлексії

Висновки

Таким чином, можна зробити висновок, що сучасному вчителю необхідно навчитися створювати Е-контент для супроводу уроку, тому що він є ефективним інструментом підвищення якості освіти, та вміти організовувати освітнє навчальне середовище, наприклад, за допомогою блогу [2]. Слід звернути увагу на оптимальний добір змістового наповнення та форм, щоб здійснити системне поєднання різних видів діяльності учнів на уроці. Актуальними напрямками подальшої розробки окресленої проблеми є вдосконалення опанування різноманітними сервісами для створення Е-контенту для навчання інформатики.

Література

1. Проект КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ розвитку електронної освіти в Україні.
   Режим доступу: https://pon.org.ua/engine/download.php?id=493
2. *Морзе Н.В., Буйницька О.П., Варченко-Троценко Л.О.* Створення сучасного електронного курсу в системі MOODLE: навчальний посібник. Кам'янець-Подільський : ПП Буйницький О.А., 2016. 232 с.
3. *Юрженко Ю., Агалець І.* Основні елементи контент-середовища електронних освітніх ресурсів. Актуальні питання гуманітарних наук. 2016. Вип. 16. С. 471-479.
   Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/apgnd_2016_16_63

4. *Березенська С.М.* Засоби e-learning в організації роботи з теоретичним контентом з техніч-них дисциплін. Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. 2016. Вип. 2. С. 38-50.
Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/oeeemu_2016_2_5
5. *Капранова М.Н.* Як підготувати сучасний урок. Педагогічна майстерня. 2013. № 12. С. 16-20.
6. *Квасній Л.Г., Щербан О.Я.* Проблеми та перспективи електронної освіти в Україні.
Режим доступу: http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/29563
7. 5 кроків до онлайн-навчання: як ефективно перейти на новий формат. Режим доступу: https://osvitoria.media/opinions/5-krokiv-do-onlajn-navchannya-yak-efektyvno-perejty-na-novyj-format/
8. Людмила Петрановская: Мы готовим детей к позавчерашнему миру. Режим доступу: https://osvitanova.com.ua/posts/1919-liudmyla-petranovskaia-my-hotovym-detei-k-pozavcherashnemu-myru

---

S.O. Zabazna
Institution of General Secondary Education №9, Toretsk, Donetsk region, Ukraine.

Using blog for placing e-content during computer science teaching

The article comprises features of blogs' applying for computer science studying as well as considers examples of Blogger service using with the aim of placing electronic content made by various platforms.

Keywords: *blog, Blogger, platforms, services, e-content, computer science.*

УДК 373.5.091.313:5-047.22

Скворцова Н.В., Петрова О.С., Бондаренко Г.Л., Ткаченко В.В., Бебешко І.О.

[1] *вчитель фізики Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів*

e-mail: NatalyaSkv05@gmail.com, ORCID 0000-0001-8190-1414

[2] *вчитель біології Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів*

e-mail: olga.petrova.dn@gmail.com, ORCID 0000-0003-1879-9079

[3] *вчитель інформатики Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів*

e-mail: bal.13wsl@gmail.com, ORCID 0000-0001-7318-1509

[4] *вчитель математики Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів*

e-mail: victorytka1982@gmail.com, ORCID 0000-0002-0542-5855

[5] *вчитель географії Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів*

e-mail: Bebeshko.Irina.84@gmail.com, ORCID 0000-0003-4233-1150

ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ STEM-ОСВІТИ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ

Дана стаття відображає зразок випускника сучасного закладу загальної середньої освіти. Визначені перспективи та переваги STEM-освіти в процесі навчання учнів середньої та старшої ланки. Продемонстровано переваги інтеграції дисциплін природничо-математичного циклу. На прикладі STEM-проекту показано формування ключових компетентностей активного громадянина.

Ключові слова: *STEM-освіта, ключові компетентності, інтеграційні зв'язки, проектне навчання.*

Вступ

XXI століття диктує нам нові умови для підготовки випускників закладів загальної середньої освіти. Стрімкий розвиток інформаційних потоків, швидкий темп життя зумовлює попит на формування особистості з нестандартним мисленням, особистості яка здатна орієнтуватися в будь-якій ситуації, знаходити необхідну інформацію серед безкрайнього простору зайвого, швидко засвоювати нові знання та за необхідністю легко застосовувати їх на практиці.

Одним із шляхів розвитку такої особистості є впровадження STEM-освіти в навчальний процес. Освітні технології STEM базуються на виключно нових методах освітньої діяльності, в основі яких лежить комплексний підхід до вивчення певних проблем чи явищ. Дуже швидко STEM-освіта набула популярності у всьому світі. Її актуальність зумовлена з одного боку, збільшенням мотивації учнів до вивчення дисциплін природничо-математичного циклу, а з іншого — попитом виробничої сфери на спеціалістів, які набули компетентності для формулювання і розв'язання задач у галузях IT, інженерії, екології, нанотехнології, медицині та інших.

Мета даної роботи показати на прикладі шкільного STEM-проекту як можна формувати ключові компетентності, охарактеризувати соціальну значимість експерименту та згуртованість його виконавців.

Основна частина

Вперше абревіатуру STEM запропонував ще в 1990-х роках американський бактеріолог Р. Колвелл: S — science, T — technology, E — engineering, M — mathematics. Але її розповсюдження пов'язане з іменем біолога Джудит А. Рамалі, що відповідала за розробку нових освітніх програм як керівник Інституту природничих наук США. Далі над проблемою STEM-освіти продовжили працювати вчені Г. Флейшман, Ф. Хеес, А. Келлі, О. Міск та ін. На сьогоднішній день STEM-освіту впроваджено в державні освітні програми США, Китаю, Австралії, Великобританії, Ізраїлю, Кореї, Сінгапуру та ін. Стосовно України, основна задача з впровадження STEM-освіти лягла на Інститут модернізації змісту освіти (відділ STEM-освіти) та НЦ «Мала академія наук України» (Всеукраїнський науково-методичний віртуальний STEM-центр).

Провівши аналіз досвіду країн, які реалізують STEM-підхід в освітній діяльності, стає очевидним, що дана технологія є доцільною з точки зору розвитку навичок 4К: комунікація, кооперація, критичне мислення, креативність. Особливість STEM-технологій полягає в інтегрованому взаємозв'язку всіх дисциплін, які з ними пов'язані. Припустимо, що наша задача побудувати літак або корабель, зробити альтернативне джерело енергії, винайти ліки, запустити штучний супутник. Без володіння знаннями широкого спектру з фізики, математики, хімії, інформатики це майже неможливо. Саме STEM-освіта є каталізатором інтеграційних зв'язків між дисциплінами. Під час реалізації поставлених задач, STEM використовує проекти, а не сухі знання та факти. «Однією з форм STEM-навчання є уроки/заняття, які спрямовані на встановлення міжпредметних зв'язків і сприяють формуванню в учнів цілісного, системного світогляду, актуалізації особистісного ставлення до питань, що розглядаються на уроці/занятті. Такі уроки/заняття можуть проводитися шляхом об'єднання схожої тематики кількох навчальних предметів або формування інтегрованих курсів чи окремих спецкурсів» [3]. В даному освітньому середовищі діти мають змогу одразу застосовувати набуті знання на практиці, а це призводить до швидкої реалізації ключових компетентностей.

На сьогоднішній момент «зміст навчальних програм базується на компетентнісному підході, який відповідає стратегічному напрямку розвитку освіти в контексті положень Концепції «Нова українська школа» та показано особливості запровадження наскрізних змістових ліній, які відображають провідні соціально й особистісно значущі ідеї, що послідовно розкриваються у процесі навчання й виховання» [3]. Таким чином, освітній процес в середній та старшій школі носить міждисциплінарну орієнтацію. Це дає дітям можливість будувати міцні зв'язки між усіма дисциплінами, що вивчаються.

Отже, в наш час ключовими компетентностями вважаються такі, що необхідні особистості для покращення власного потенціалу і розвитку, збільшення можливостей для працевлаштування, соціальної адаптації та активної життєвої позиції. Такі компетентності розвиваються в процесі навчання протягом усього життя, починаючи з раннього дитинства шляхом формального, неформального та інформального навчання [2].

Такі навички, як критичне мислення, читання з розумінням, уміння висловлювати свою думку усно і письмово, критичне та системне мислення, здатність логічно обґрунтовувати позицію, творчість, ініціативність, вміння конструктивно керувати емоціями, оцінювати ризики, приймати рішення, вирішувати проблеми, здатність співпрацювати з іншими є спільними для всіх компетентностей [1].

Аналізуючи основні принципи STEM-освіти та спираючись на формування ключових компетентностей, команда вчителів природничо-математичного циклу та учнів Слов'янського опорного закладу загальної середньої освіти I-III ступенів Слов'янської міської ради Донецької області реалізували STEM-проект під назвою «Слов'янський курорт — перлина Донеччини». Особливістю проекту було те, що виконували його діти не одного конкретного класу чи паралелі, а задіяними були учні багатьох класів старшої та середньої ланки.

Надихаючись унікальністю та особливістю солоних озер міста Слов'янськ, автори проекту взяли за мету показати унікальність геологічної будови дна, дослідити екологічний стан водойм Слов'янського курорту методом біоіндикації, визначити фізико-хімічні показники води та за допомогою математичних засобів дати реальну оцінку занепаду озер та шляхи реабілітації унікальної перлини нашого краю. Розробити інтерактивний плакат та інформаційний бюлетень на екологічно-соціальну тематику та провести у школі просвітницьку акцію щодо запобігання забрудненню водойм із створенням інформаційних буклетів.

Перлиною Донеччини є Слов'янські солоні озера. Їх унікальність полягає в тому, що вони мають карстове походження, верхівка яких складається з грунтових вод і покладів солі. Через сольові шари, грунтові води просочуються та розчиняють сіль, так на поверхню виходить розчин-ропа. Завдяки геологічній будові солоні озера неглибокі — до 2 метрів глибиною, але в них зустрічаються ділянки глибиною більш ніж 16 метрів. Води солоних озер випаровуються та через стік річки Колонтаївки відновлюють свій баланс, бо мають підземний тип живлення.

Озеро Ріпне — є найбільш улюбленим місцем відпочинку. Кожного року на лікування приїздить багато туристів з різних куточків України і не тільки. Завдяки лікувальним грязям, які містять багато органічних речовин та мікроелементів, лікують майже всі органи і системи: опорно-рухового апарату, вади неврологічного характеру, захворювання шкіри. Вода в озері легко тримає людину і можна лежачи відпочивати. Вона настільки солона, що залишає на шкірі суху скоринку, тому після купання бажано ополоснутися у прісній воді.

На сьогодні існує загроза обміління солоних озер. Так учні 6 класів, на уроках географії, створили плакати, до яких внесли свої пропозиції: 1) прибрати сміття на узбережжі озер; 2) дослідити та поглибити озера з допомогою спеціалістів. Та провели акцію під гаслом: «Збережемо цілющість Слов'янських солоних озер», що сприяло формуванню екологічної компетентності.

Математика як шкільний предмет має достатній потенціал для формування та розвитку тих якостей, які необхідні людині для того, щоб бути успішною в сучасному житті.

На уроках відповідної дисципліни в 5 класі формувались математична, екологічна, громадянська та підприємницька компетентності під час вивчення тем «Периметр та площа», «Відсотки». Учні проводили обчислення периметру та площі озер за допомогою крокометру, картографічного знімку озер та шляхом побудови моделі окремого озера. Також діти обчислили процентний відсоток ефективності відновлення екологічного стану окремих озер та його рентабельність.

В 7-х і 8-х класах учні, розв'язуючи задачі на місцевому матеріалі (історичному, архітектурному тощо) та використовуючи набуті знання з розв'язку раціональних рівнянь як математичних моделей реальних ситуацій, формували загальнокультурну та громадянську компетентності. В ході уроку була надана можливість реально оцінити не лише екологічний стан водойм, а й запропонувати шляхи подолання критичного стану перлини Донеччини, шляхом складання задач, систем рівнянь з використанням справжніх цифрових даних, які були отримані на уроках фізики, біології.

В 9-му класі, формуючи компетентність інформаційних і комунікаційних технологій, учні використовували набуті знання з теорії ймовірності: поділились на групи та в ході дискусії, з використанням презентацій і тестових завдань, обчислили ймовірність повного відновлення екологічного стану Слов'янських озер. При вивченні статистики діти мали змогу розробити поетапний план з реалізації врятування стану озер.

Формуючи математичну компетентність та компетентність у галузі природничих наук на уроках фізики, під час вивчення певних розділів, учні досліджували фізичні показники солоної води озер Ріпне, Вейсове, Солоне та Гарячка.

Першим етапом було встановлення густини солоної води кожної з водойм. На уроці фізики в 7 класі при вивченні теми «Взаємодія тіл. Сила», діти із зацікавленістю провели експеримент і отримали значення густини солоної води. Користуючись терезами і мірним циліндром було визначено густину для води озер: Ріпного — 1025 кг/м^3, Вейсового — 1031 кг/м^3, Гарячка — 1028 кг/м^3 і Солоного, яке є майже прісним, — 1001 кг/м^3.

Далі естафету перейняв 8 клас, де вивчаючи тему «Зміна агрегатного стану речовини. Теплові двигуни» за допомогою цифрового вимірювального комплексу «Ейнштейн», було визначено приблизну температуру замерзання солоної води $t = -1,9^0C$.

В 9 класі діти проводили вимірювання показника заломлення світла в ході вивченні теми «Світлові явища». При цьому було використано закон заломлення для плоскої межі розділу двох середовищ. Вимірюючи кути падіння і заломлення використовували прозору кювету, що додається до демонстраційного набору з електролізу. На її бічній стінці було прикріплено транспортир, через центр якого проходить вісь обертання штанги з візирними лініями. На дні кювети знаходилась лінійка. Вісь обертання штанги мала збігатися з поверхнею рідини. Синус кута заломлення визначається з геометрії ходу падаючого променя. В ході експерименту було встановлено показник заломлення солоної води для озер: Ріпного — 1,3349, Вейсового — 1,3361, Гарячка — 1,3358 та Солоне — 1,3331.

Для 10 класу була поставлена задача визначити методом відриву кільця коефіцієнт поверхневого натягу солоної води, вивчаючи тему «Властивості пари, рідин і твердих тіл». Під час експерименту використовували мілідинамометр, кільце і чашку Петрі та отримали значення — 72,6 мН/м.

Учням 11 класу при вивченні теми «Електродинаміка» було запропоновано визначити яку силу струму здатна пропускати вода із слов'янських озер.

Використовуючи демонстраційний набір з електролізу і джерело струму в 3 В було отримано такі дані: озеро Ріпне — 230 мА, Вейсове — 420 мА, Гарячка — 280 мА, Солоне — 70 мА.

На уроках біології у учнів 7 класу формувалась природничо-наукова компетентності, під час дослідження видового складу гідробіонтів та складання ланцюгів живлення в замкнених екологічних системах. Використовуючи мікроскопи й електронні систематичні довідники юні дослідники визначали рід та вид представників зоо та фітопланктону. Групували організми за способом живлення та складали ймовірні трофічні ланцюги.

Формування здоров'язбережувальної компетентності відбувалось на уроках біології у 8 класах. Маючи дані про ступінь солоності кожного з озер, отримані в процесі досліджень на уроках фізики, учні робили висновок про профілактичний вплив води на системи органів людини. Визначили, що вода озера Вейсове найкраще підходить для профілактики захворювань опорнорухової системи та шкіри, бо ступінь концентрації солей у ньому максимальний. Натомість вода з озера Солоне має більш виражений профілактичний ефект на кардіореспіраторну систему, так як буде розвивати її витривалість, бо ступінь солоності в ньому найменший.

У учнів 9 класів формувалась компетентність екологічна грамотність і здорове життя. Використовуючи результати біологічних досліджень учнів сьомого класу, серед гідробіонтів були виявлені види біоіндикатори ступеню сапробності (органічного забруднення) води. Учні провели органолептичні дослідження води чотирьох озер, визначали ступінь прозорості, температуру під час забору води, запах та кислотно-лужні показники проб за допомогою цифрового вимірювального комплексу «Ейнштейн». За результатами досліджень ними були складені діаграми, що ілюструють функціональну залежність наявності певних видів сапробіонів від ступеню солоності води та органічного насичення водойм. Найвищій показник сапробності був встановлений на озері Ріпне — полісапробне, Гарячка та Солоне — мезосапробні натомість озеро Вейсове визначено як олігосапробне. Таким чином діти зробили висновок, що озеро Вейсове є найбільш сприятливим для оздоровлення та відпочинку.

З метою формування в учнів знань й умінь, необхідних для ефективного використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у навчально-пізнавальній діяльності, при вивченні інших навчальних предметів, у повсякденному житті, для учнів 10-11 класів, під час вивчення модуля «Графічний дизайн», було запропоновано розробити інформаційний бюлетень «Слов'янські озера – перлина Донеччини» (10 клас тема «Комп'ютерна верстка. Програми для комп'ютерної верстки») та інтерактивний плакат (учні 11 класу під час вивчення теми «Інфографіка»). Виконуючи ці роботи діти мали змогу унаочнити результати попередніх досліджень, представити їх у вигляді, доступному для розуміння та розповсюдження серед широких верств населення.

Висновки

Отже, даний STEM-проект носив соціально-дослідницький характер оскільки при проведенні експерименту вчителі, що були задіяні у проекті та учні 5–11 класів були згуртовані в одну цілісну команду, де кожен, як у великому механізмі, виконував свою функцію. Це, в свою чергу, слугувало формуванню інформаційно-комунікаційної та культурної компетентності.

Учасниками STEM-проекту була виражена власна думка та позиція з приводу екологічного стану досліджуваних об'єктів. На даний момент екологічний стан озер, за доступними для школярів методами досліджень є задовільним. Було складено звернення до громади у вигляді інтерактивного плакату, про необхідність подальшого збереження «Слов'янського курорту — перлини Донеччини» для наступних поколінь. Під час проведення шкільної акції до кожної окремої особистості було донесено наскільки важливо пам'ятати про перлину нашого міста — Слов'янський курорт.

Результатом проекту на локальному рівні стала безпосередня участь учнів 5–11 класів у проведенні досліджень. У ході експериментів вони змогли власноруч визначити фізико-хімічні властивості та біологічний склад проб води з озер, зробити висновок про профілактичний вплив солоної води на системи органів людини. Результатом проекту на глобальному рівні було створення, на основі експериментів, соціальної акції яка була представлена учням 5–11 класів та батькам. Залучення учнівської молоді до проекту сприяло популяризації науки та підвищенню рівня обізнаності серед учнів.

Після завершення проекту отримані результати будуть використовуватись на уроках природничого циклу. Матеріали проекту будуть розповсюджені серед освітньої спільноти на семінарах, конференціях та методичних об'єднаннях.

Література

1. Ключові новації в освіті. Новий закон України «Про освіту»: сайт. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna serednya/BOOKLETTE_INFO-ZAKON-2018_PRESS.pdf
2. Освіта на основі життєвих навичок: сайт. URL: http://dlse.multycourse.com.ua/ua/page/15/53

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234842

3. Методичні рекомендації щодо розвитку STEM-освіти у закладах загальної середньої та позашкільної освіти у 2019/2020 навчальному році. Лист ІМЗО № 22.1/10-2876 від 22.08.19 року: сайт. URL: http://ru.osvita.ua/legislation/Ser_osv/65463/

N.V. Skvortsova, O.S. Petrova, A.L. Bondarenko, V.V. Tkachenko, I.O. Bebeshko
Slovyansk basic institution of general secondary education of I-III stages, Sloviansk, Donetsk region, Ukraine.

The use of elements of STEM-education as a means of forming key competencies in the lessons of the natural-mathematical cycle

This article reflects a sample of a graduate of a modern general secondary education institution. Prospects and advantages of STEM-education in the process of teaching middle and senior students are determined. The advantages of integration of natural-mathematical cycle disciplines are demonstrated. The example of the STEM project shows the formation of key competencies of an active citizen.

Keywords: *STEM-education, key competencies, integration connections, project teaching.*

УДК 378.147:004.43

Величко В.Є., Вінниченко О.Г., Попов К.М., Чернишов О.П.

[1] *канд. фіз-мат наук, доктор пед. наук, професор каф. МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: vladislav.velichko@gmail.com, ORCID 0000-0001-9752-0907

[2] *студентка 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: vinnichenkoog@ukr.net, ORCID 0000-0003-2297-348X

[3] *студент 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: popovkv@ukr.net, ORCID 0000-0001-5945-4996

[4] *заступник директора, вчитель інформатики вищої категорії Слов'янської загальноосвітньої школи I-III ступенів №12 Слов'янської міської ради Донецької області*

e-mail: admin@slavschool-12.dn.ua, ORCID 0000-0001-6506-3852

ФОРМУВАННЯ АЛГОРИТМІЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ЗАСОБАМИ ВІЗУАЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

У дослідженні висвітлюється питання формування алгоритмічної компетентності майбутніх учителів інформатики. Розглянуті можливості засобів візуального програмування та їх зв'язок з STEM-освітою. через застосування засобів візуального програмування. Запропоновані етапи підготовки майбутніх учителів до застосування засобів візуального програмування.

Ключові слова: *алгоритмічна компетентність, візуальне програмування, підготовка майбутніх учителів інформатики*

Вступ

Навички та компетентності 21 сторіччя, що описані в документі DigComp 2.2 (The European Digital Competence Framework for Citizens) визначають цифрову компетентність громадян суспільства з наступною структурою: технологічна, дослідницька, моделювальна, методологічна та алгоритмічна. Алгоритмічна компетентність передбачає володіння базовими алгоритмічними конструкціями, поняттями теорії алгоритмів, стандартними алгоритмами і сучасними засобами розробки алгоритмів; розуміння обчислювальної системи як універсального виконавця алгоритмів; опанування сучасними системами розробки програмного забезпечення, у тому числі візуального. Ознаки алгоритмічної компетентності як ключової компетентності майбутнього фахівця в галузі освіти передбачає наявність мотивації до постійного освоєння інформаційних технологій та їх застосування у професії, усвідомлення актуальності алгоритмічної діяльності в професійній сфері, наявність знань про алгоритми, способи їх уявлень та представлень, вміння застосовувати отримані знання в професійній діяльності.

Отже, формування алгоритмічної компетентності майбутніх фахівців спрямовано на усвідомлене використання набутих знань у практичну діяльність й одночасно виступає засобом навчання, в процесі якого відбувається формування способів самостійного регулювання практичної та розумової діяльності в ході розв'язування конкретних професійних задач. Схожі міркування опубліковано в роботі Я. Сікора [1].

Основна частина

Формування алгоритмічної компетентності неможливо без вивчення програмування. Саме через програмування на практиці закріплюється алгоритмічна компетентність. Найбільш вдалим прикладом такої практичної діяльності є використання візуального програмування. Візуальне програмування, на відміну від візуальних засобів розробки графічного інтерфейсу користувача, є засобом запису алгоритму розв'язку задачі. Це питання висвітлено в роботах [2 – 5].

Як зазначається у роботі [2] «Візуальне програмування – спосіб створення програм шляхом маніпулювання графічними об'єктами замість написання програмного коду в текстовому вигляді». Схоже означення наведено у роботі [6], а саме – програмування, що передбачає створення додатків за допомогою наочних засобів, розробник не створює текст програми, а показує, що має з'явитись у результаті, при цьому текст програми генерується автоматично за допомогою візуального прототипу (оригінал, початковий зразок). У роботі [7] проаналізовані такі засоби як Alice, App Inventor, Blockly, Logo, Kodu, Scratch, Snap!, Squeak, Tynker, ДРАКОН з точки зору придатності до формування ІКТ-компетентності майбутніх учителів початкових класів. Результати отриманих порівнянь виокремили системи Scratch та Blockly як одні з найкращих для поставлених задач.

Компанія Asus розробила навчального робота Zenbo Junior, яким можна керувати програмно. Для цього було створено середовище програмування Zenbo Lab (https://zenbolab.asus.com/editor/?lang=en). Це веб-сайт, який за допомогою візуального програмування дозволяє навчати робототехніці та штучному інтелекту а також підтримує програмування мовою Python. Навіть якщо робота немає в наявності, то ви можете керувати його віртуальним прототипом. Пряме призначення розробленої системи — STEM-навчання, окрім того, потужні можливості Zenbo Lab дозволяють Zenbo Junior допомагати в інших курсах, таких як відпрацювання англійської мови, веселі вікторини тощо. Файли, створені в лабораторії Zenbo, можуть бути експортовані для роботи на Zenbo Junior без необхідності використання комп'ютера або ноутбука.

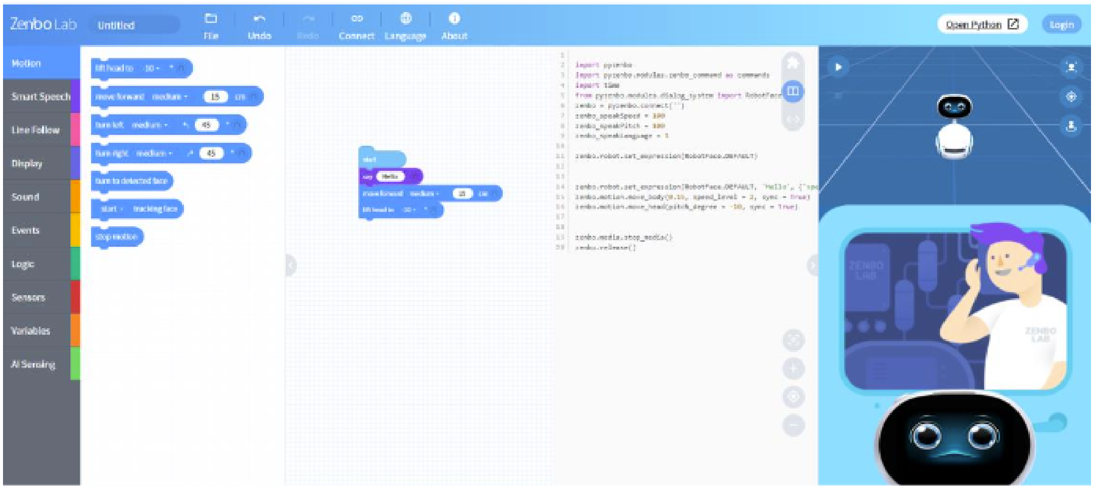


Рис. 1: Приклад роботи Zenbo Lab з віртуальним роботом

Інший приклад використання візуального програмування на основі блоків — Blockly. Завдяки відкритості системи на її основі можна створювати навчальні завдання. Прикладом такого використання є сайт К. Полякова «Виконавці-Blockly» (https://kpolyakov.spb.ru/school/blockly.htm) або сайт «Практикум по Роботу-Blockly» (http://klyaksa.net/htm/rblockly/). Не менш цікавим є використання Blockly для керування 3D симуляцією робота в GAZEBO (http://gazebosim.org/). Схоже дослідження присвячене керуванню роботом через застосування Google Blockly JavaScript library описали M.M. Rahaman, E. Mahfuj, Md. M. Haque, R. Shekdar, Kh. Z. Islam прототипом робота який зібрали учні власноруч [8]. В роботі E. Pasternak, R. Fenichel, A.N. Marshall описані загальні рекомендації щодо застосування Blockly для створення мови блоків. Розробники Blockly створили ресурс Blockly Codelabs (https://blocklycodelabs.dev/), що містить інтерактивний підручник з практичним використанням Blockly [9].

Схожу систему візуального програмування використовує сервіс MIT App Inventor (http://appinventor.mit.edu/), що дозволяє створювати додатки для ОС Android. Розробка складається з двох частин, в першій частині створюється інтерфейс додатка за допомогою візуальних компонентів (кнопки, прапорці, списки, тексти, повзунки, перемикачі тощо). Окрім стандартних компонентів графічного інтерфейсу користувача присутні можливості використання мультимедійних компонентів, доступ до сенсорів мобільного пристрою, використання баз даних та файлів тощо. На другому етапі відбувається створення програмного коду за допомогою блоків. Створений додаток може бути протестований в емуляторі або завантажений на ваш мобільний пристрій для використання.

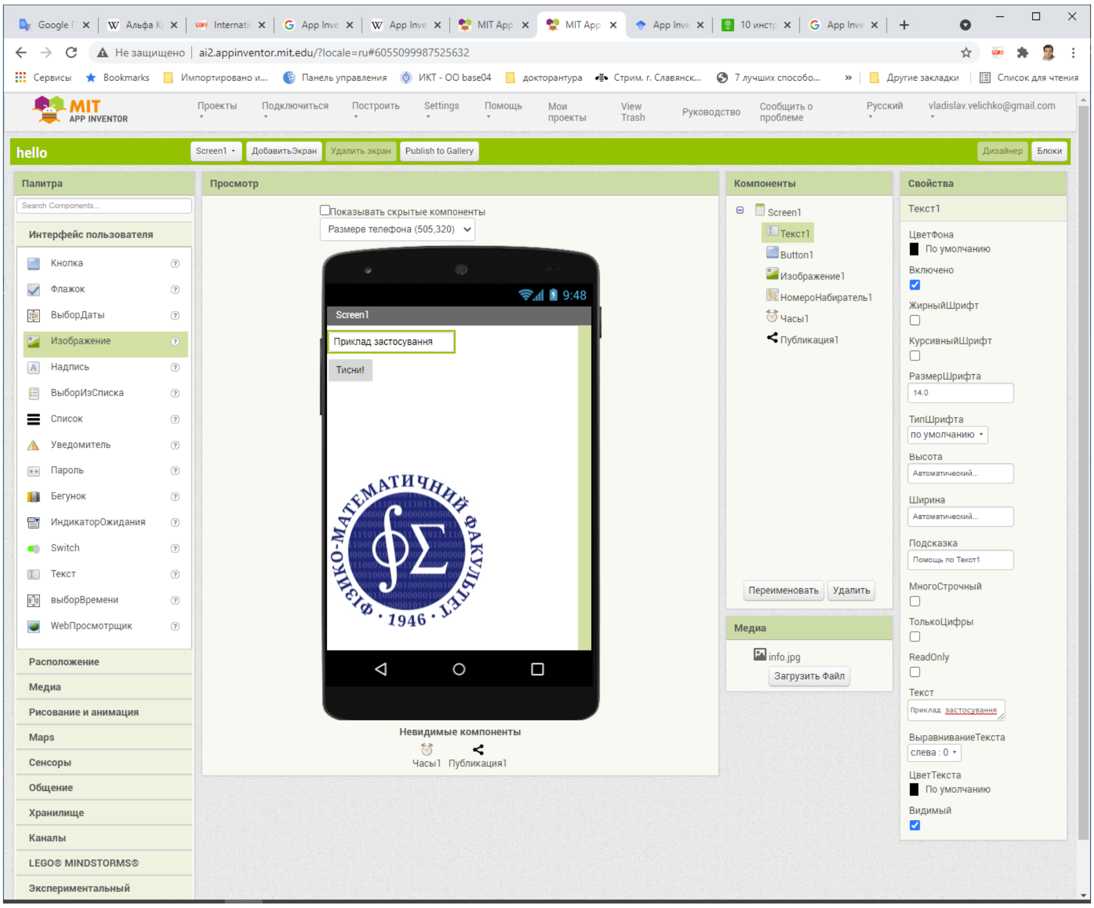


Рис. 2: Приклад роботи системи App Inventor

Цікавий аналіз досліджень, що описують App Inventor, виконали N. da C. Alves, Ch.G. von Wangenheim, J. C. R. Hauck [10]. Викладання програмування, на думку дослідників, для учнів середньої школи стало важливим. У цьому контексті App Inventor є популярним середовищем програмування на основі блоків, що використовується починаючи від середньої школи і закінчуючи вищою освітою, включаючи кінцевих користувачів для створення мобільних додатків для підтримки своєї основної роботи чи захоплень. Хоча вивчення програмування за допомогою App Inventor було досліджено достатньо широко, дослідники вирішили дізнатись, які концепції програмування зазвичай використовуються та як це порівнюється з іншими середовищами програмування на основі блоків. Саме для цього автори провели масштабний аналіз 88 606 додатків із галереї App Inventor.

Сервіс Tynker (https://tynker.com) надає можливість вивчати програмуванню дітей віком від 5 років, через схожу систему блочного візуального програмування. Навчання побудовано в ігровій формі через виконання проєктних завдань. За аналогічним принципом побудовано сервіс CODE (https://studio.code.org), на якому проводиться захід «Час коду».

Для гармонійного застосування засобів візуального програмування в освітній діяльності майбутнім учителям інформатики необхідно на власному навчальному, а потім, і професійному досвіді відпрацювати наступні положення щодо застосування засобів візуального програмування враховувати наступні положення:

- Враховуйте свою навчальну мету. Будьте впевнені, що існує чіткий зв'язок між вашими навчальними цілями та програмами, якими ви будете користуватися, щоб ви могли гарантувати, що ваша увага буде зосереджена на формуванні алгоритмічної компетентності, а не лише на використанні технологій.
- Розгляньте свій підхід до навчання. Формування алгоритмічної компетентності, буде виглядати інакше, коли ви інтегруєте засоби візуального програмування у вашу освітню діяльність. Необхідно продумати заздалегідь про результати навчання, тривалість занять, необхідних для інтеграції засобів візуального програмування.
- Подумайте, як засоби візуального програмування та методики їх застосування можуть принести користь вашим студентам. Ми закликаємо вчителів заздалегідь розглянути безліч способів інтеграції засобів візуального програмування та підходів до формування алгоритмічної компетентності, що можуть принести користь студентам.
- Розгляньте можливі перешкоди. Самостійно спробуйте використати засобі візуального програмування, щоб знайти будь-які потенційні перешкоди, з якими можуть зіткнутися ваші студенти. Визначивши потенційні проблеми, подумайте, як можна їх подолати.
- Враховуйте наслідки навчання та контекст вашого класу. Важливо врахувати, як може змінитися навчальна діяльність в результаті інтеграції цифрових технологій. Наприклад, чи замислювались ви, як оцінюватимете навчання учнів у цьому контексті? Врахування цих потенційних змін заздалегідь допоможе вам розробити інструкцію, щоб найкращим чином підтримати бажані вами результати.
- Подумайте. Нарешті, важливо бути рефлексивним як викладач, але рефлексія може бути особливо корисною, коли ви інтегруєте нові інструменти, програми чи підходи у навчальну діяльність. Знайдіть час, щоб обміркувати, наскільки студенти досягли навчальної мети вашого уроку. Чи отримали ви очікувані результати впровадження? Подумайте, як ви можете скоригувати свої інструкції в майбутньому, щоб найкраще підтримати навчання.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234845

Висновки

Застосування засобів візуального програмування надають можливість сформувати у майбутніх учителів інформатики змістовий компонент алгоритмічної компетентності, а постійне та гармонійне застосування до формування діяльнісного компоненту алгоритмічної компетентності.

Література

1. *Сікора Я. Б.* (2008). Зміст та структура поняття професійна компетентність вчителя інформатики. Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі та ВНЗ: зб. наук. праць, 148-156.
2. *Величко В. Є.* Використання технології візуального програмування в університетській освіті засобами вільного програмного забезпечення. Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка 4 (2014): 51-55.
3. *Величко В., Федоренко О.* Вивчення програмування засобами мов візуального програмування. Технології електронного навчання, Випуск 3, (2019), с. 26-32, https://texel.ddpu.edu.ua
4. *Величко В.* Відкриті системи підтримки процесу фахової підготовки майбутніх учителів математики, фізики та інформатики. Технології електронного навчання. Випуск 2, (2018), с. 20-26. https://texel.ddpu.edu.ua
5. *Величко В.Є., Федоренко О.Г.* Підготовка майбутніх учителів інформатики у відповідності до світових стандартів, Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ, Випуск 8, (2018), с. 83-88. https://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/begin.htm
6. *Толстова Н.С.* Системология языков и методологий программирования. Теория и практика профессионального образования: педагогический поиск : сборник научных трудов / под ред. Г. Д. Бухаровой. Екатеринбург : Издательство РГППУ, 2003. Вып. 3, Ч. 2. С. 52-59.
7. *Яценко О.І.,Чумак Л.М.* Критерії добору середовища навчання програмування для формування ІКТ-компетентності майбутніх учителів початкової школи. Інформаційні технології і засоби навчання 78.4 (2020): 219-236.
8. *Rahaman M.M., Mahfuj E., Haque Md.M., Shekdar R., Islam Kh.Z.*, Educational Robot for Learning Programming through Blockly based Mobile Application, Journalof Technological Science & Engineering (JTSE) U.S. ISSN 2693-1389 Vol. 1, No. 2, 2020, DOI: http://doi.org/10.5281/zenodo.4011578

9. *Pasternak, E., Fenichel, R., & Marshall, A.N.* (2017). Tips for creating a block language with blockly. 2017 IEEE Blocks and Beyond Workshop (B&B), 21-24., DOI:10.1109/BLOCKS.2017.8120404
10. *C. Alves N., von Wangenheim Ch.G., Hauck J. C. R.* Teaching Programming to Novices: A Large-scale Analysis of App Inventor Projects, 2020 XV Conferencia Latin American Conference on Learning Objects and Technology (LACLO), DOI: 10.1109/LACLO50806.2020.9381172

V.Ye. Velychko, O.H. Vinnychenko, K.M. Popov, O.P. Chernyshov
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Slovyansk secondary school of I-III centuries №12, Slavyansk, Donetsk region, Ukraine.

Formation of algorithmic competence of pre-service teachers by means of visual programming

The study highlights the formation of algorithmic competence of future teachers of computer science. Possibilities of means of visual programming and their communication with STEM-education are considered. through the use of visual programming tools. Stages of preparation of future teachers for application of means of visual programming are offered.

Keywords: *algorithmic competence, visual programming, training of pre-service computer science teachers.*

УДК 378.147.88 : 004.94

Кайдан Н.В., Кайдан В.П., Кравченко Є.Ю.

[1] *канд. фізико-математичних наук, доцент, доцент каф. методики навчання математики та методики навчання інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: kaydannv@gmail.com, ORCID 0000-0002-4184-8230

[2] *викладач кваліфікаційної категорії «Спеціаліст вищої категорії», ВСП «Краматорський фаховий коледж промисловості, інформаційних технологій та бізнесу ДДМА»*

e-mail: kajtan.kt@gmail.com, ORCID 0000-0003-2008-3539

[3] *студентка групи 106-ІПЗ-20, ВСП «Краматорський фаховий коледж промисловості, інформаційних технологій та бізнесу ДДМА»*

e-mail: lizakravchenko0303@gmail.com, ORCID 0000-0002-4628-362X

ВИКОРИСТАННЯ СЕРВІСІВ ДЛЯ СТВОРЕННЯ МОБІЛЬНИХ ДОДАТКІВ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ В ЗАКЛАДАХ ПЕРЕДФАХОВОЇ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Стаття присвячена реалізації положень, передбачених Законом України «Про фахову передвищу освіту», шляхом використання в навчальному процесі за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення» методу проєктів. Сам метод автори пропонують реалізовувати за допомогою конструкторів мобільних додатків. Такий вибір зумовлений популярністю мобільних додатків, можливістю створення програмного продукту безпосередньо без самого програмування, широким вибором доступних засобів.

Ключові слова: *передфахова вища освіта, мобільні додатки, метод проєктів, інформатика, технології, конструктор мобільних додатків.*

Вступ

У червні 2019 року після дискусій у Комітеті Верховної Ради України з питань науки та освіти, у другому читанні та в цілому, парламентом був ухвалений Закон України «Про фахову передвищу освіту». Ця подія стала наступним знаковим етапом розвитку системи технікумів, що з'явилася на початку 20-х років XX століття.

Законопроєкт передбачає функціонування самостійного складника системи освіти — фахової передвищої освіти. Основним результатом діяльності фахових коледжів стане підготовка фахового молодшого бакалавра — замість освітньо-кваліфікаційного рівня молодшого спеціаліста.

Найважливішою особливістю підготовки фахових молодших бакалаврів має стати незаперечна орієнтація на практичну діяльність в умовах сучасних виробництв і сфери послуг, на потреби ринку праці [1].

Основна частина

В Законі України «Про фахову передвищу освіту» вперше у вітчизняній практиці сформульоване поняття студентоорієнтованого навчання як сучасного підходу до організації освітнього процесу. Це положення передбачає «заохочення здобувачів фахової передвищої освіти до ролі автономних і відповідальних суб'єктів освітнього процесу». Крім того, мають бути створені освітні середовища, орієнтовані на задоволення потреб та інтересів здобувачів освіти. Зокрема, під цим розуміється надання можливостей для формування індивідуальної освітньої траєкторії у рамках освітнього процесу, побудованого на засадах поваги та партнерства здобувачів освіти, адміністрації, педагогічних та інших працівників.

Виходячи з вищевказаного, найбільш оптимальні методи, що зможуть забезпечити необхідні результати навчального процесу мають бути орієнтовані на самостійну діяльність здобувачів освіти, передбачати вирішення будь-якої проблеми, пов'язаної з майбутньою професійною діяльністю, та необхідність інтегрування, застосування знань з різних галузей науки, техніки, технології, творчих областей.

Перелічені ознаки вказують на метод проєктів, що сам по собі не є принципово новим у світовій практиці. Метод проєктів — це комплексний навчальний метод, який дозволяє індивідуалізувати навчальний процес, дає можливість виявити самостійність у плануванні, організації та контролі своєї діяльності. Основним завданням навчання за методом проєктів є дослідження здобувачами освіти разом з педагогом навколишнього життя. Окремо зазначимо, що таке дослідження має бути пов'язане з майбутньою професійною діяльністю. Саме це, на нашу думку, дозволить здобувачу освіти краще зрозуміти своє місце та роль у суспільному житті, сформувати модель своєї поведінки та реалізувати її на практиці [2].

На нашу думку, у випадку здобувачів освіти, що навчаються за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення» використання методу проєктів буде логічним, доцільним та ефективним. Індустрія програмування — одна з найбільш перспективних галузей економіки. Актуальною є підготовка фахівців у галузі програмної інженерії, орієнтованої на ефективну організацію процесу створення програмного забезпечення та реалізацію технологічних принципів промислового проєктування програмних систем. Або, іншими словами, орієнтовану на розробку та реалізацію проєктів з усіх галузей народного господарства.

Для досягнення найбільшої ефективності, застосовувати обрані методі слід починати одразу ж після «адаптаційного періоду» здобувачів освіти у стінах навчального закладу. Здебільшого, термін такого періоду можна регламентувати одним семестром — час навчання, що відповідає циклу вивчення навчального матеріалу дисциплін та предметів та проходженню семестрового контролю. Таким чином, реалізацію проєктів доцільно розпочинати починаючи вже з другого семестру. Що надає можливість для розробки, реалізації, корегування та підбиття підсумків проєктів упродовж до трьох з половиною років.

Слід зазначити, що на першому курсі найбільш наближеними до майбутньої професійної діяльності предметами є «Інформатика» та «Технології». Навчальними планами не передбачається вивчення та практичне опрацювання тем програмування. На цьому етапі матеріал вказаних предметів більше виконує функцію надання загальної інформації.

Тобто, логічним й доцільним буде впровадження в освітній процес проєктів, пов'язаних зі створенням здобувачами освіти готових програмних продуктів. Однак, теоретична база та практичні навички студентів ще не дозволяють зробити це масовим видом діяльності.

Постає проблема, сутність якої полягає в організації навчальної діяльності, результатом якої стає програмний продукт, без безпосереднього програмування. Розв'язати цю проблему можливо за допомогою конструкторів мобільних додатків.

Мобільний додаток — це програма, що працює на планшетних ПК і смартфонах. З допомогою програм власник девайса вирішує практичні завдання: з'єднується з інтернетом, публікує фотографії в соцмережах, редагує текст або зображення, знищує віртуальних ворогів, слухає музику. За даними Flurry Analytics і comScore, власники смартфонів і планшетів користуються браузером лише 14% від загального часу роботи з девайсом. А 86% часу вони витрачають на різні програми.

В Гуглі можна знайти десятки платних і безкоштовних конструкторів мобільних додатків. Наприклад, Appy Pie, Mobicommerce, AppYet, AppsGeyser, AppsBuilder, MobAppCreator тощо [3], [4]. Однак перед використанням бажано створити список вимог до сервісу, слід визначити основні критерії, що дозволять вам обрати найбільш зручніший. Наприклад, можна розглянути наступні характеристики сервісів:

– *Платформи.* Бажано обирати конструктор, в якому можна створити додатки для iOS, і для Android. Це допоможе заощадити час;

– *Зручність інтерфейсу.* Один з ключових факторів. Наприклад, якщо ви погано знаєте англійську, а конструктор не має української мови, то доведеться перекладати назву кожного інструмента або працювати навмання. А це

затягнуті терміни розробки;
– *Набір інструментів.* У деяких конструкторів є шаблони для різних типів мобільних додатків;
– *Ціна.* Одні конструктори доступні користувачам безкоштовно, інші попросять з вас гроші за скачування або розміщення у магазинах додатків, інші можна використовувати тільки з платної ліцензії;
– *Можливість монетизації.* Якщо ви плануєте в майбутньому монетизувати додаток, подивіться, чи можна в конструкторі створювати такі продукти. Інакше доведеться вибирати інший сервіс і знову витрачати час на розробку. Якщо ж ви збираєтеся просувати товари і послуги компанії в мобільному додатку, вибирайте конструктор, в якому є заборона на показ реклами.

Необхідність інтегрування та застосування знань з різних галузей під час створення та реалізації проєкту дає змогу для опрацювання навчального матеріалу з інших дисциплін та предметів. Наприклад, завданням для проєкту може бути створення мобільного додатку, що дозволяє здійснювати перевірку рівня знань шляхом тестування.

Такий підхід дозволяє не лише реалізувати набуті знання та вміння під час вивчення курсів «Інформатики» та «Технологій», але й детально розглянути та систематизувати знання з будь-якого іншого предмету або дисципліни. Рівень засвоєння матеріалу в такому випадку регламентується типом та видом завдань, що будуть використовуватись під час опитування.

Висновки

Використання конструкторів мобільних додатків в навчальному процесі в закладах передфахової вищої освіти дозволяє реалізувати наступні положення, передбачених Законом України «Про фахову передвищу освіту»:
– студентоорієнтованого навчання як сучасного підходу до організації освітнього процесу;
– створення освітніх середовищ, орієнтованих на задоволення потреб та інтересів здобувачів освіти;
– надання можливостей для формування індивідуальної освітньої траєкторії у рамках освітнього процесу;
– робота здобувачів освіти та педагогічних працівників на засадах поваги та партнерства.

Окрім зазначеного, створення мобільних додатків дозволяє майбутнім фахівцям долучитись до сучасного та перспективного напрямку робіт та більш детально та ґрунтовно опрацьовувати матеріал з усіх навчальних дисциплін та предметів, передбачених навчальним планом.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234846

Література

1. Фахова передвища освіта: нова місія.
   URL: https://zn.ua/ukr/EDUCATION/fahova-peredvischa-osvita-nova-misiya-315698
   (дата звернення: 25.04.2021)
2. Метод проєктів.
   URL: https://sites.google.com/site/harakteristikametoduproektiv6/metod-proektiv
   (дата звернення: 25.04.2021)
3. Програми для розробки додатків: як зробити додаток для iOS і Android самостійно.
   URL: http://slaidik.com.ua/programi-dlya-rozrobki-dodatkiv-yak-zrobiti-dodatok-dlya-ios-i-android-samostijno/
   (дата звернення: 25.04.2021)
4. 24 онлайн сервіси для створення мобільних додатків.
   URL: https://sovety.pp.ua/index.php/ua/onlajn/vebmajstru/3382-onlajn-servisiv-dlya-stvorennya-mobilnikh-dodatkiv
   (дата звернення: 25.04.2021)

Nataliia V. Kaidan, Vadym P. Kaidan, Yelyzaveta Yu. Kravchenko
Donbas State Pedagogical University, Slovians'k, Ukraine;
Separated Structural Subdivision «Kramatorsk Applied College of Industry, Information Technologies and Business of DSEA», Kramatorsk, Ukraine.

The use of services for the mobile applications creation in the educational process in pre-professional higher education institutions

The article is devoted to the topic of implementation of the principles provided by the Law of Ukraine by using the project method in the educational process in the specialty «Software Engineering». The authors propose to implement the method with the help of mobile application designers. This choice is caused by the popularity of mobile applications, an ability to create a software product directly without programming, and a wide range of available tools.

Keywords: *pre-professional higher education, mobile applications, project method, computer science, technologies, mobile applications designer.*

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ТА ВИЩОЇ ОСВІТИ

УДК 37.016:[517+519]

Філєр З.Ю.

[1] *доктор технічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор*

e-mail: zalmenfilier3319@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-6794

ЩО НОВОГО НАМ ВДАЛОСЯ ЗРОБИТИ ЗА РОКИ ВИКЛАДАННЯ

Розглядається 66-річний досвід викладання автора. Його основні досягнення полягають у індивідуальності домашніх робіт учнів (студентів), розв'язанні з ними реальних завдань, творчий пошук і публікація результатів. В ході викладання визрівали нові підходи в математиці та її застосуваннях.

Ключові слова: *індивідуальність робіт, реальні завдання, пошук і публікації.*

Індивідуалізація домашніх завдань.

Автор почав вчителювати в 1953 р. після 2 років заочного навчання в університеті. Досить швидко побачив, що більшість учнів або не робить домашніх вправ, або списує їх при наявності контролю. Вирішив давати значно менше задач, але всім різні. Особливо це стосувалося задач з геометрії. Домовилися, що кожен виконує «свої» задачі з поясненнями, з побудовою. Це важливо для задач з стереометрії. Сприяло й то, що він викладав і креслення, і мав 6 років праці слюсарем на заводі та в шахті.

Розв'язання разом зі студентами реальних проблем.

З 1960 р. почалася робота автора в Донецькій політехніці (ДПІ). Працюючи асистентом на кафедрі математики, він шукав тему наукової роботи. На кафедрі ніхто наукової роботи не вів. За пропозицією декана познайомився з доцентом В.К. Пресняковим, який починав працювати над докторською дисертацією з вібротехніки. За місяць розібрався з асимптотичними методами М.М. Боголюбова – Ю.А. Митропольського і став з грудня 1960 р. помічником Преснякова в розробці методів розв'язання задач коливання машин з неідеальним двигуном. Це була діяльність типового математика-прикладника. У викладанні застосовував свій виробничий досвід, вчився сам, навчаючи студентів. Застосовував свій метод індивідуальних завдань. Краще менше, але глибше, наочніше. Практичні заняття ставали схожими на наукові семінари. Це подобалося студентам. Вів лекції у Макіївській філії ДПІ, згодом читав лекції збагачувальникам. Вібромашини застосовували на збагачувальних фабриках. Математичні методи досліджування функцій, які викладав студентам, застосовував у своїй науковій роботі. В 1963 р. ДПІ отримав ЕЦВМ (до того на кафедрі автоматики запрацювала АВМ МН-7, яка дозволяла розв'язувати нескладні нелінійні задачі). В 1965 р. на науковій конференції з вібротехніки в Ленінграді автор отримав запрошення відвідати «Механобр». Так сталося знайомство з І.І. Блєхманом і його вібростендом з самосинхронними збудниками. Воно стало початком багаторічної дружби. Блєхман став опонентом на захисті кандидатської в Інституті математики АН УССР в 1966 р., а згодом і докторської в КПІ (1987 р.). Взаємодія зі студентами підсилилася після перехода на кафедру прикладної математики в 1976 р., зі студентами якої він працював з моменту відкриття підготовки інженерів-математиків. Курсові і дипломні роботи ставали частинами наукових проблем, які розв'язував автор. В 1978–1979 навчальному році автор керував 10 дипломниками. Їх роботи відправлялися на республіканські та всесоюзні конкурси. Робота В. Рогова була нагороджена золотою медаллю. Результати направлялися в журнали та на конференції. Випускники 1976 р. Л. Хухлович та О. Рузін ставали співавторами публікацій. Б. Березецький, розв'язуючи задачу про фільтрацію через сито віброцентрифуги, отримав цікавий результат на математичній моделі, який став елементом заявки Інституту «Діпромашвуглезбагачення» (Луганськ) на винахід. Роботи автора з ДонВГІ виконувалися з участю студентів. Поступово збільшувалася доля програмістської підготовки за рахунок зменшення математичної, що привело автора до пошуків роботи на фізмат факультетах. Запросили в Кіровоградській педінститут (КДПІ). У жовтні 1989 р. почав працювати професором, а в листопаді став завкафедрою математики. Припинилася 30-річна робота по госптемах, яку вів у Донецьку. Спроби знайти таку роботу в Кіровограді були марними — розпадалася система державного фінансування. Влітку 1990 р. отримав пропозицію від акад. В.М. Потураева з Дніпра на роботу з вібраційною дією на вугільний пласт, з'їздив в Дніпро, домовився про роботу. Через деякий час Потураев сповістив, що роботи не буде — Мінвугілля не знайшло грошей. Спроби зацікавити обласну сільгоспстанцію втіленням засобу замочування насіння відцентрованою водою не мало успіху. «5% прибавки врожайності? Та ми піднімемо ціни на 10%» — відповів директор. Вирішив зосередитися на викладанні.

Творчий пошук і публікації.

Поки звик до активного вживання української, до змісту і форми викладання математики в педінституті, залишалося мало часу до наукових пошуків. Та звичайні побутові проблеми на новому місці поглинали час. Мені вдалося узагальнити основні теореми матаналізу (Ролля, Лагранжа, Коші, формулу Тейлора), заявлені ще у пробній лекції 20.04.1989 р., перед об'явою на конкурс у КДПІ. Наприклад, теорема Лагранжа випливає з теореми Ролля, якщо розглянути визначник $F(x)$ з рядками $f(x)-f(a)$, $g(x)-g(a)$ та $f(b)-f(a)$, $g(b)-g(a)$. $F(a)=F(b)=0 \Rightarrow$ існує т. c з інтервалу (a,b), в якій $F'(c)=0$. Застосовував виведення формули Тейлора з формули Ньютона-Лейбніца та інтегрування частинами, коли отримується залишковий член у інтегральній формі, з якої за теоремою про середнє можна побачити його у формі Лагранжа. Вона має просте фізичне тлумачення у формулі шляху, пройденому в рівноприскореному русі; при $s'''(t)\neq 0$ виникає поняття різкості руху. Взагалі, викладання математики без фізики неможливо.

У 1991 році запланував собі кураторство у групі математиків-інформатиків. Вони складали вступні іспити в Радянському Союзі, а почали заняття у Незалежній Україні. Я поставив їм задачу нікого не втратити за роки навчання. Серед них був Саша Дрозд, який мав уже досвід користання ЕОМ. При кафедрі були комп'ютерні класи «Ямаха»; такий клас був і в Обласному інституті вдосконалення вчителів. Разом з Сашою ми стали будувати алгоритми встановлення стійкості лінійних диференціальних рівнянь; згодом я прилучив його до дослідження впливу сонячної активності на клімат та врожайність. Про свої наукові результати я розповідав студентам. Починаючи тему «Інтеграли», я розповідав про чисельні методи прямокутників, трапецій та Сімпсона. Дав їм узагальнення для інтегрування коливних функцій, яке я зробив ще в Донецьку, запропонував перевірити мої результати та скласти відповідну програму. Перед наступною лекцією до мене звернувся студент і сказав, що він перевірив мої викладки і склав програму. Він продемонстрував її роботу на програмованому калькуляторі. Похваливши студента, запропонував йому піти в комп'ютерний клас і там реалізувати її на ПЕОМ. Він сказав, що не вміє працювати там. Порадив йому навчитися. Після цього О. Дрєєв пропадав щоденно там до закриття. Ясно, що такими були не всі. В 1998 р. ми їхали одночасно в Тулу і в Київ на конференції з гармонічного аналізу. Розповів студентам про свій метод заучування формалізованої інформації, який деталізує метод В.Ф. Шаталова, якому наша кафедра в ДПІ дала рекомендацію на експеримент ще у 1979 р. Вимагав від боржників зробити смужки з формулами перед перескладанням.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234847

Не тільки математика.

Мене завжди цікавили реальні проблеми. Так було і в ДПІ, і в Кіровограді. Часто вони не були пов'язані з госптемами. В 1963 р. Пресняков дав мені експериментальні дані про силу притягання електромагніту в залежності від зазору і сказав, що я можу допомогти інституту Донвуглемаш з задачею про динаміку електромагнітного вібратора, але без його. Я взявся за цю роботу. Вона була представлена в якості реферату при спробі вступу до аспірантури Інституту математики АН УРСР. Пізніше зробив депонований рукопис (після отримання Роговим медалі). У 1979 р. зайнявся проблемою активізації води перед посівом з допомогою відцентрової сили, залучив студентів до перевірки дійовості методу ... Тоді ж познайомився з книгою О.Л. Чижевського «Земное эхо солнечных бурь», побачив там збіги максимумів сонячної активності (СА) з роками революцій та війн, розшукав у списку літератури брошуру «Физические факторы исторического процесса», замовив її по МБА. З бібліотеки Леніна вислали плівку. Ще на ходу побачив, що в ній є то, що помітив. Син роздрукував після екзамену. З випускником В. Карабчевським дослідили на ЕОМ гіпотезу про причини змін СА в гравітаційній взаємодії Сонця з планетами. З О. Дроздом зробили тези доповіді на нараді з прогнозування врожайності, яка була скликана в інституті «Агроресурси» у лютому 1995 р. внаслідок мого листа Президенту Л.М. Кравчуку в 1993 р. Перед тим прийняв участь в Установчому з'їзді Української академії оригінальних ідей навесні 1992 р. і провів восени збори її кіровоградського відділення. Це дало вихід до керівництва області. Сприяв цій роботі М.О. Сухомлин.

Сонячна активність.

Роботи з вивчення сонячної активності та її наслідків [4, 5, 6] привели до вивчення математичної статистики. Книжку [6] ми переклали і видали з доповненнями українською. Тому я з радістю прийняв запрошення на створену кафедру прикладної математики, статистики та економіки, очоленої д.ф.-м.н. О.В. Авраменко. Крім звичного курсу «Рівняння матфізики» читав курс «Аналіз часових рядів», а для математиків «Числові системи». Застосовував індивідуальні домашні завдання на семестр, розробив їх структуру та направленість. Підкреслив роль методу найменших квадратів. Починав курс з створення 2 масивів — маси тіла та зросту, з обробки їх. Був розроблений алгоритм аналізу часового ряду, програму якого створив О.М. Дрєєв, названий EXTRAPOL [7]. Він виділяє послідовні частоти, знаходить їх сінусні та косинусні складові та «похибки» — суми квадратів відхилень, пропонує кількість частот. Студенти долали труднощі використання цієї програми протягом однієї пари. Для оцінки наявності причинно-наслідкового зв'язку між масивами використовували коефіцієнт кореляції. Його тлумачили як відношення скалярного добутку двох централізованих векторів до добутку їх модулів, тобто як косинус кута між векторами. Студенти вибирали статистику якогось явища і досліджували його зв'язок з показниками СА, застосовували метод накладання епох. Результати направлялися на конференції. При вивченні курсу «Історія математики» студент отримував завдання вивчити життя і діяльність науковця. Використовуючи інтернет, він встановлював обставини життя родини, вплив близьких на вибір напрямку дослідження тощо. Особливістю робіт був аналіз впливу на творчість СА у вигляді графіків і коефіцієнту кореляції із знаходженням оптимального запізнення. Проводилися семінари їх робіт, результати оформлювались у вигляді книг.

Математичні проблеми.

У 1999 р. відмічалося 200-річчя доведення К.Ф. Гаусом основної теореми алгебри про існування кореня многочлена з комплексними коефіцієнтами. Ми провели конференцію у КДПІ, де була доповідь автора про комплексні розв'язки нерівностей. Історія цих пошуків почалася з 10-го класу вечірньої школи, де вчився автор. Від колеги по шахті він отримав підручники математики і фізики для педвузів. Серед них був і підручник вищої алгебри 1938 р. видання [1]. В ньому доводилася ця теорема з допомогою леми Д'Аламбера про існування меншого значення многочлена. В доведенні використовували розв'язок нерівності з комплексними змінними. Побачив це доведення і виникло враження, що це загально відомо. Але в шкільних підручниках були лише дійсні розв'язки. Пройшло багато років, узнав більше літератури і не зустрів такого. У 1998 р. дав студенту С. Ткаченку тему дипломної роботи по нерівностях. Запропонував йому метод нев'язки, який зводить нерівність $f(x) < 0$ $(f(x) > 0)$ до рівняння з додатнім параметром $f(x) + r = 0$, $r > 0$ $(f(x) = r > 0)$. Через день він прибіг збентежений: «З'являються комплексні числа!». Я його заспокоїв: «Радій, ти відкрив нове». Перед захистом йому прийшлося доводити завкафедрою, що порівнюються значення дійсної частини функції, а уявна її частина $= 0$. Студент захистив. А я зробив тези на конференцію, в яких віддав належне і йому. Пізніше я запропонував йому зробити статтю в журнал «Математика в школі». Стаття про це вийшла вже у XXI столітті. С. Ткаченко став пошукачем. На жаль, його робота припинилася на 4 розділі дисертації. А ми продовжили нашу роботу, застосувавши метод комплексної нев'язки (рис. 1). Він привів до розв'язків – півплощин, тоді як метод дійсної нев'язки давав лінії. Тут лінії стали границями півплощин. Пізніше знайшов підтвердження своїх ідей в роботі О.В. Кужеля.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234847

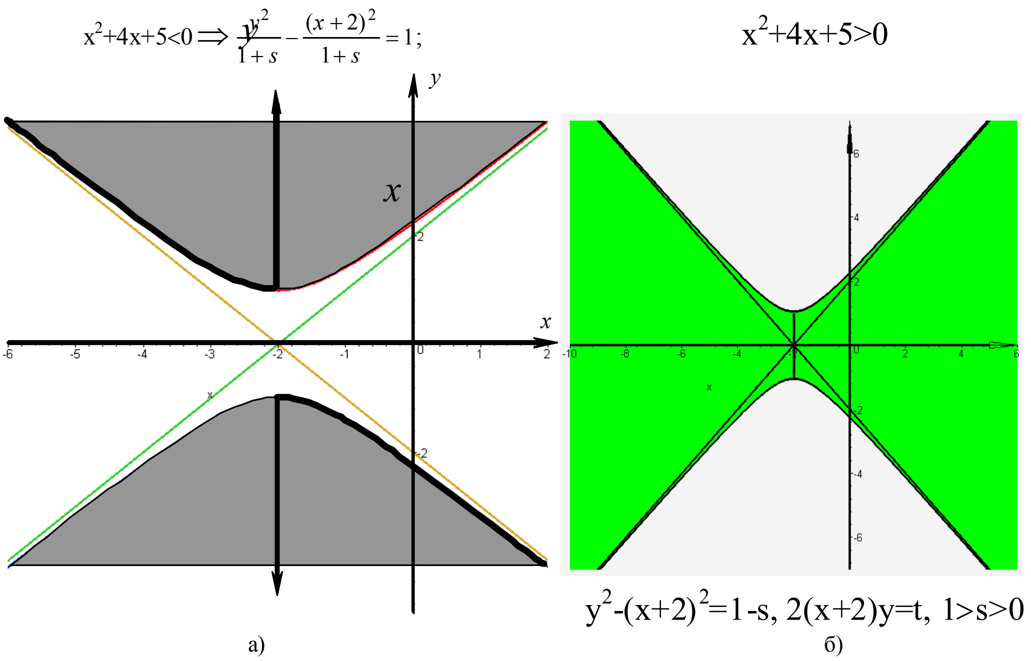


Рис. 1: Розв'язки нерівності з нев'язкою $r = s + it$

Наведемо ще приклад нерівності 2-го степеня з комплексними коефіцієнтами $(2+3i)x^2 + (5+2i)x + 4 - 3i > 0$. Його розв'язок зображено на рис. 2.

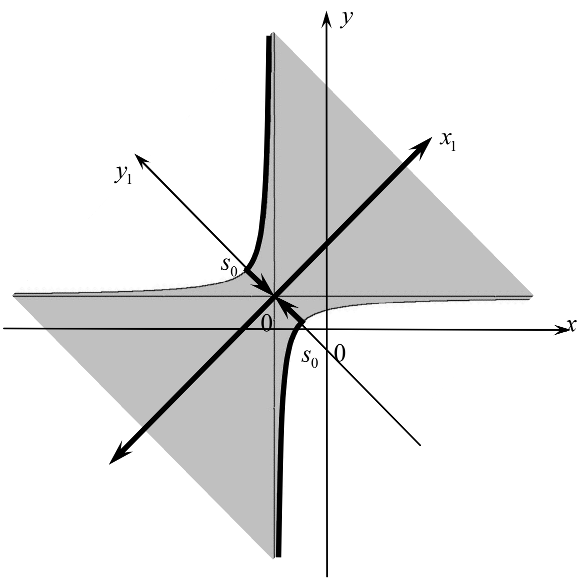


Рис. 2: Жирна лінія (крім вісі OX_1) дійсної нев'язки та границя області

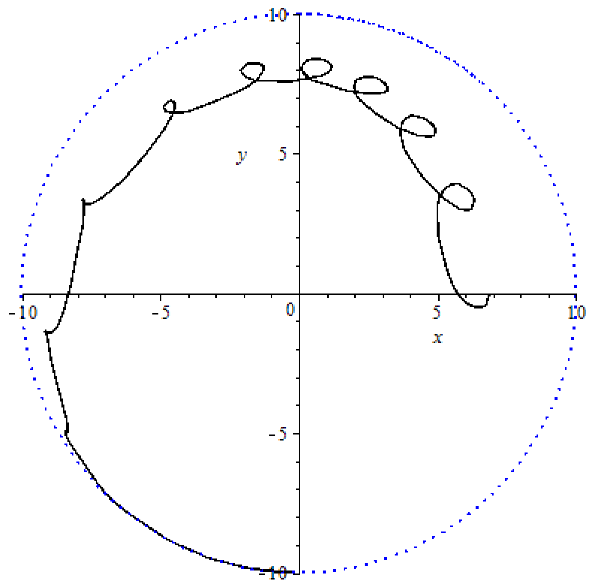


Рис. 3: Годограф квазімногочлена $P(z) = 7 + 12z + 2z^2 + 3z^2e^{-5z} + 3z^3$

Друга проблема була з візуалізації *актуальної нескінченності* натурального ряду Г. Кантора. Для цього 1986 р. автор запропонував вдвічі зменшувати довжину наступної одиниці. Заявив про це в тезах на Міжнародний конгрес з логіки, методології та філософії науки. Восени 1987 р. доповів про це. Узагальнив процес, застосувавши перетворення

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \cdot \frac{\left(1 - q^{|x|}\right)}{(1 - q)}, \quad 0 < q < 1.$$

При дійсному x це буде фінітизація числової осі, при комплексному — площини, при $n = 3$ — простору [3]. У 2017 р. знайшов цьому застосування в теорії стійкості лінійних систем, зокрема, із запізненням [2]. Годограф характеристичного квазімногочлена асимптотичної стійкої системи повинен зробити навколо початку координат поворот на кут $\frac{n\pi}{2}$ (рис. 2). Разом зі студентами шукав умови центру системи $x' = f_1(x, y)$, $y' = f_2(x, y)$. У класі однорідних многочленів центр буде при гармонічних функціях; перехід до полярних координат вимагає обмеження функціями $C_1 r^k \cos(k\varphi) + C_2 r^k \sin(k\varphi)$. В загальному випадку буде ряд з таких функцій.

Систематизувати математичні пошуки вдалося в спецкурсах «Нове в матаналізі», «Стійкість лінійних систем». «Асимптотичні методи». В 1-му було показано, зокрема, поняття комплексної функції дійсного аргументу, узагальнено поняття «сталої Ейлера» як границі різниці частинної суми S_n і інтегралу від 1 до $n + 1$ при $n \to \infty$; встановлено, коли вона існує й її використання для знаходження частинних сум при великих n.

На рис. 4 показано застосування цього в теорії рядів. Стала $C_n = S_n - I_n \to C_f$ (рис. 5) $\Rightarrow S_n \approx I_n + C_f$.

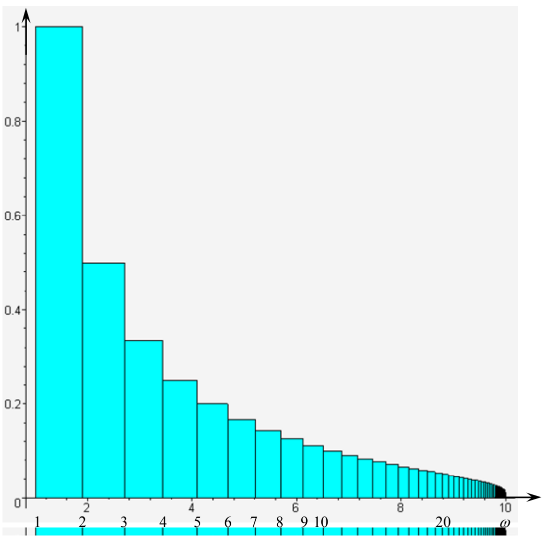


Рис. 4: Фінітизоване зображення гармонічного ряду

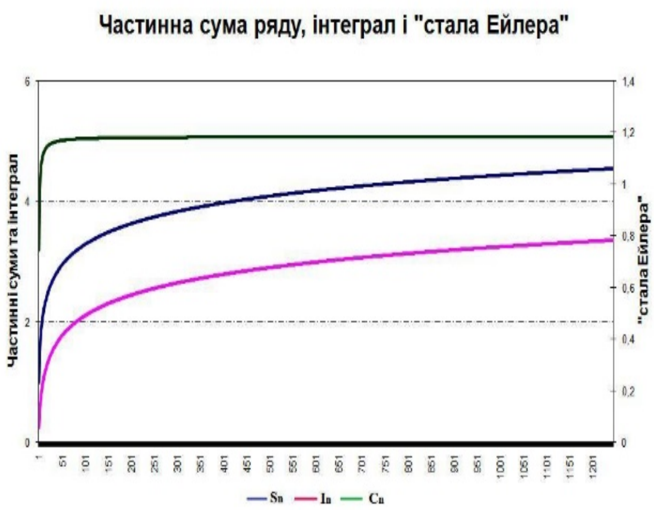


Рис. 5: Ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \operatorname{arctg}(n)$

Нами встановлена

Теорема 1. *Система диференціальних рівнянь* $\frac{dx}{dt} = P(x,y), \frac{dy}{dt} = Q(x,y)$ *з гармонічними функціями* $P(x,y)$, $Q(x,y)$ *має особливу точку типу центр.*

На рис. 6 зображені графіки розв'язків рівнянь

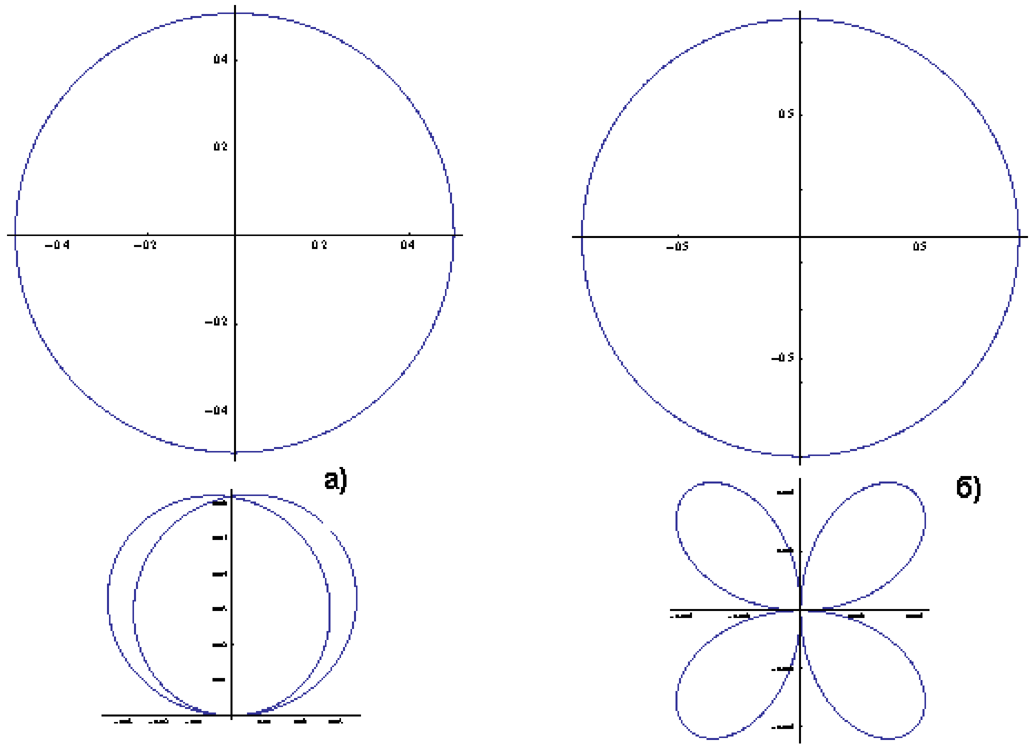


Рис. 6: Розв'язки рівнянь а) $\dot{x} = e^x\cos(y) - x - 1, \dot{y} = e^x\sin(y) - y$ та б) $\dot{x} = \sin(x)\operatorname{ch}(y) - x, \dot{y} = \cos(x)\operatorname{sh}(y) - y$

Внизу зображено криві $r(\varphi) - r(0)$. Доведення теореми проведено методом малого параметра А. Пуанкаре.

Покажемо ще дослідження залежності творчості від сонячної активності:

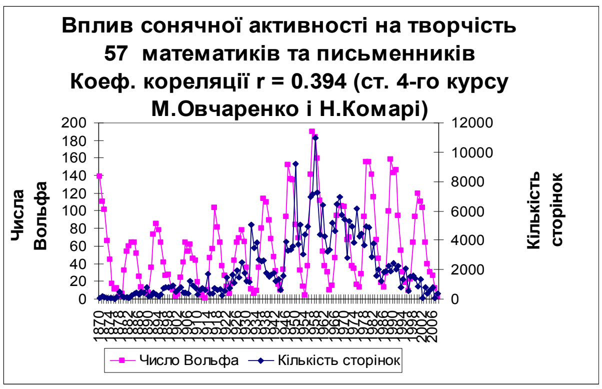


Рис. 7: СА і творчість

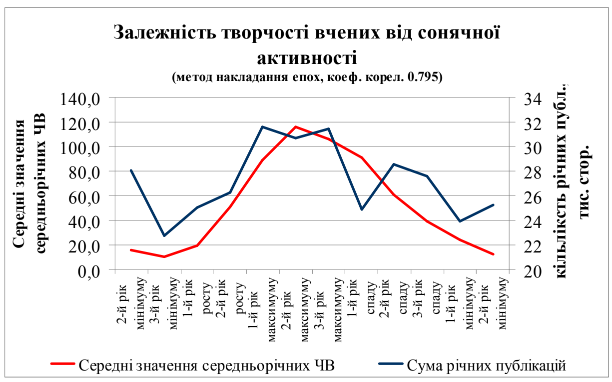


Рис. 8: Теж саме з накладанням епох

Ми бачимо, що метод накладання епох завдяки усередненням дає вдвічі більший коефіцієнт корреляції. Середній цикл СА складає 11 років.

Ці графіки були зроблені для доповіді автора на пленарне засідання наукової конференції Кіровоградського державного педагогічного університету в 2011 р.

Ми не проілюстрували всіх згаданих понять і методів за браком місця. Не вказали ми і всіх своїх учнів, які допомагали нам в усі довгі роки роботи. Особливо це стосується побудови графіків. Відмітимо лише О.М. Дрєєва, О.І. Музиченка та А.С. Чуйкова.

Література

1. *Шапиро Г.М.* Высшая алгебра. Изд. 4, доп. — М.: Учпедгиз, 1938. — 392 с.
2. *Філєр З.Ю., Музиченко О.І.* Коливання та стійкість систем із запізненнями // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці. Матеріали VI Всеукраїнської конференції молодих науковців ІТОНТ-2008. 5–7 травня 2008 року. — Черкаси: ЧНУ, 2008. — С. 45.
3. *Філєр З.Ю.* Проблеми нескінченності у математиці, фізиці та філософії // Комбінаторні конфігурації та їх застосування. 5-й Міжвузівський науково-практичний семінар. — Кіровоград: КК-ТК, 2008. — С. 84–95.
4. *Филер З.Е.* Солнечный удар по истории . . . рода человеческого // Комсомольская правда, 16.09.1989. — 4 с.
5. *Чижевский А.Л.* Земное эхо солнечных бурь. Изд. 2-е. — М. : Мысль, 1976. — 387 с.
6. *Чижевский А.Л.* Физические факторы исторического процесса. — Калуга : Гублит, 1924. — 72 с.
7. *Філєр З.Ю., Дрєєв О.М.* Стан сонячної активності, її наслідків та їх прогноз. — Кіровоград : Поліграф-Сервіс, 2009. — 28 с.

Zalmen Efimovich Filier
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,
Retired Professor, Israel.

What we have been able to do in the years of teaching

Abstract Considered 66 years of experience in teaching the author. His main achievements are the individuality of homework of students (students), solving real problems with them, creative search and publication of results. In the course of teaching, new approaches in mathematics and its applications have matured.

Keywords: *individuality of works, real tasks, search and publications.*

УДК 373.5.091.398:51

Беседін Б.Б., Ібрагімова Ф.С., Рульова Н.Г.

[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: besedin_boris@ukr.net, ORCID 0000-0003-2157-5252

[2] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: ibragimovaflora96@gmail.com, ORCID 0000-0001-7153-2352

[3] *директор ЗОШ I-III ст. №10 Слов'янської міської ради Донецької області*

e-mail: ruleva_n@ukr.net, ORCID 0000-0002-6297-1860

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ КЛАСІВ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена проблемі організації самостійної роботи учнів на уроках математики, розкриттю основних шляхів удосконалення процесу навчання за допомогою самостійної роботи учнів. Автори спираються на власний досвід викладання математики в класах різних профілів навчання

Ключові слова: *самостійна робота, пізнавальна діяльність, активність учнів, виховання особистості*

Вступ

Постановка проблеми. Однією з головних задач школи є формування самостійності мислення учнів, підготовка їх до творчої діяльності. Суспільству необхідні люди творчого складу, ініціативні, працьовиті, здатні розвивати науку. Розвиток творчих здібностей та формування вмінь самостійної роботи здійснюється на основі знань, які отримуються при вивченні загальноосвітніх дисциплін.

Розглядаючи самостійну роботу як вид діяльності, можна відмітити, що позиція діяльнісного підходу до навчання обумовила у сьогоднішній час таку структуру уроку, при якій питома вага самостійних робіт дуже збільшилась.

Учень повинен виступати не простим споживачем готових знань, а співучасником творчого пошуку у процесі пізнання. Плавне нарощування самостійності учнів на уроці та достатньо висока питома вага цього виду діяльності збільшує результативність роботи.

У літературі з методики викладання математики розглянуті особливості навчання учнів окремим інтелектуальним вмінням і навичкам, розкриті методичні підходи до їхнього формування. Однак специфіка методики навчання учнів класів з поглибленим вивченням математики вмінням і навичкам самостійної роботи відбита недостатньо.

Метою статті є розкриття основних шляхів розвинення навичок самостійної роботи та організації самостійної діяльності учнів класів з поглибленим вивченням математики.

Основна частина

Розглянемо основне поняття статті. Отже самостійна робота учнів, яка включається у процес навчання, — це така робота, яка виконується без безпосередньої участі вчителя, але по його завданню у спеціально виділений для цього час, при цьому учні свідомо прагнуть досягти поставленої у завданні цілі, проявляють свої зусилля і подають у тій чи іншій формі результати своїх розумових дій.

Основною метою самостійної роботи є формування в учнів уміння оперувати набутими знаннями, застосовувати їх у нових ситуаціях, робити самостійні висновки і узагальнення, знаходити рішення в нестандартних умовах.

Будь-яка робота дає позитивні результати тільки тоді, коли вона є системною і задовольняє певні вимоги. Організовуючи самостійну роботу потрібно дотримуватись наступних вимог:

1. Самостійна навчально-пізнавальна діяльність має:

   a) допомагати учням засвоювати математику глибоко і міцно;

   b) розвивати їх пізнавальні здібності;

   c) формувати вміння самостійно розширювати і поглиблювати знання, застосовувати їх на практиці;

   d) відповідати основним принципам дидактики; а саме доступності, систематичності, зв'язку теорії з практикою, свідомості, творчій активності, навчанню на високому рівні.

2. Завдання, що входять до системи самостійної діяльності, мають бути різними за дидактичною метою та змістом.
3. Послідовність виконання домашніх і класних самостійних робіт повинна бути такою, щоб виконання одних робіт логічно випливало з попередніх і підготовляло учнів до виконання наступних.
4. Самостійна робота має носити цілеспрямований характер, що досягається чітким визначенням її мети; недооцінення цієї вимоги приводить до того, що учні неправильно виконують завдання, або вимагають від учителя додаткових пояснень, через що відбувається нераціональне використання часу.
5. Самостійна робота має бути дійсно самостійною, а її зміст та обсяг — за здібностями для учнів на даному етапі.
6. Спочатку в учнів необхідно сформувати елементарні навички самостійної діяльності, як під час роботи з підручником, так і при виконанні практичних завдань, малюнків, простих вимірів, розв'язуванні задач. Цьому повинна передувати наочна демонстрація учителем цих видів роботи, яка супроводжується чіткими поясненнями і записами на дошці.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234848

7. Для самостійної роботи учням необхідно пропонувати завдання, що розв'язуються за готовими алгоритмами, а також і такі, які вимагають їх створення.
8. Необхідно враховувати те, що різним учням потрібна різна кількість часу для засвоєння одних і тих самих знань, умінь та навичок. Завдання мають бути цікавими для учнів.
9. Надмірне захоплення самостійною роботою учнів може сповільнити темп навчання.
10. Учитель визначає мету, зміст, обсяг, методи і види самостійної роботи.
11. На кожному уроці вчителеві поряд із плануванням навчального матеріалу необхідно продумувати і питання про те, які навички самостійної роботи одержить на цьому уроці учень.

Зупинимося спочатку на самостійній роботі учнів при вивченні нового матеріалу. Тут же вирішується і велика виховна задача — прищеплювання навичок самостійності в роботі взагалі, можливості надалі самостійно ліквідувати прогалини в знаннях, розширювати знання, творчо застосовувати їх у рішенні якихось практичних задач. Роботу з формувань вмінь потрібно починати на уроці. Можна запропонувати учням самостійно вивчити той або інший матеріал підручника. Слід підготувати спеціальні питання і завдання, що орієнтують учнів і ведуть до кінцевої мети даної роботи, які заздалегідь вчитель записує на дошці або проектує на неї. Серед питань до роботи учнів можна пропонувати і такі, відповіді на які безпосередньо немає в підручнику. У процесі обговорення повинне бути усе з'ясовано. Це може бути, наприклад, і доведення теореми.

При підборі самостійних робіт необхідно намагатися включити всіх учнів без винятку, у відповідності з рівнем підготовки кожного учня. Це може бути досягнено при диференційованому підході до навчання, тобто кожний учень отримує завдання у відповідності зі своїми можливостями. А з часом ці завдання постійно треба ускладнювати для подальшого розвитку навичок та вмінь. Але треба давати завдання базового рівня і для одночасної роботи всіх учнів, бо без них слабкі учні не мають можливості показати те, чого вони досягли, а більш сильніші учні можуть забути основні принципи роботи через швидке впровадження у конкретність та звуженість завдань поглибленого рівня.

Досить важливу роль самостійна діяльність учнів відіграє при закріпленні або повторенні матеріалу, який вивчається, особливо під час узагальненні та систематизації знань. Тут треба не загубити зв'язок з раніше вивчений матеріалом, який пов'язаний з даним. Вчитель повинен намагатися використовувати самостійну роботу на кожному уроці.

Особливу увагу необхідно привертати на самостійну діяльність учнів вдома, на їх домашнє завдання. Домашні завдання можуть носити різноманітний характер: розв'язування задач, дослідницька робота, реферати, підготовка учнями виступів. Досить корисно використовувати нестандартні задачі, тобто такі, які потребують знань не тільки по одному питанню, яке вивчалось раніше, а по декількох, які взаємозв'язані між собою, але їх зв'язок можна побачити лише при активній самостійній роботі над матеріалом. Такі завдання пов'язані з життям або навколишнім середовищем, де при вирішенні необхідно використати не тільки знання, а і логіку, і вміння аналізувати, — тобто все, що пов'язано з мисленням учня, його здібностями та вміннями працювати самостійно. Не варто при цьому пускати на самоплив процес формування письмового та усного мовлення учнів. У процесі виконання усних і письмових самостійних робіт учням необхідно наголошувати на важливості умінь повно, ясно та аргументовано викладати свої думки.

Самостійна робота учнів повинна бути компонентом навчання, його доповненням. Без неї важко буде навчати учнів самостійному умовиводу, пошуку і аналізу висновків, отримання наслідків, та іншому. Дуже корисно практикувати учнівську участь в міркуваннях з вирішення задачі на уроці, коли учні намагаються висунути гіпотезу вирішення завдання, а не просто списують його з дошки, слухаючи вчителя чи свого товариша. Уникнення цього може бути досягнено при доскональному обговоренні з учнями фактів, які пов'язані з задачею, з її даними і можливими вирішеннями, важливим тут є участь кожного учня. Вчитель ставить питання навіть слабким учням в залежності від їх можливостей та розумових здібностей. Тобто питання ставляться у такій формі, щоб будь-які учні могли б на них відповісти. Такий підхід зацікавлює учнів і кожний намагається виказати свою точку зору.

Висновки

Реалізація розвинення навичок самостійної роботи та організації самостійної діяльності учнів має важливе значення. Зміни, що відбувається у світі, змушують суспільство пред'являти нові вимоги до сучасної людини. Починає приділятися увага його вмінню адаптуватися до швидко змінюваних умов. При цьому щоб бути успішним він повинен протягом всього свого життя займатися самоосвітою. На основі аналізу психолого-педагогічної літератури та власного досвіду ми сформулювали умови організації самостійної роботи учнів в класі з поглибленим вивченням математики. Вдосконалення методики організації самостійної роботи в процесі вивчення математики буде сприяти підвищенню ефективності навчального процесу в цілому.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234848

Література

1. *Аніпонова М.* Активізація творчої діяльності учнів на уроках математики. // Математика. — 2009. — Червень. № 23. — С. 3–6.
2. *Фирсов В.В., Шварцбурд С.И.* Состояние и перспективы факультативных занятий по математике. — М. : Просвещение, 1977. — 48 с.
3. *Виленкин Н.Я.* О развитии логических и творческих способностей школьников при изучении математики. — М., 2002. — 125 с.
4. Міністерство освіти і науки України — «Нова Українська школа» https://mon.gov.ua/ua/tag/nova-ukrainska-shkola

Boris B. Besedin, Flora S. Ibrahimova, Nadiia H. Rulova
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Slovyansk secondary school of I-III centuries №10, Slavyansk, Donetsk region, Ukraine.

Organization of independent work of students with in-depth study of mathematics

The article is devoted to the problem of organizing independent work of students in mathematics lessons, revealing the main ways to improve the learning process through independent work of students. The authors rely on their own experience of teaching mathematics in classes of different profiles.

Keywords: *the independence of the robot, the knowledgeable power, the activity of the scientists.*

УДК 373.5.091.33:51

Ковальова К.Д., Турка Т.В.

[1] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: katy.kovalyova1808@gmail.com, ORCID 0000-0002-4136-4260

[2] *канд. фізико-математичних наук, доцент кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: tvturka@gmail.com, ORCID 0000-0001-6445-2223

ВИКОРИСТАННЯ ДИДАКТИЧНИХ ІГОР ТА ІГРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5 КЛАСІ

Стаття присвячена дослідженню проблеми використання нестандартних методів на уроках математики в основній школі. В ній окреслено актуальність дидактичних ігор та ігрових елементів, розглянуто варіанти ігор на уроках математики в 5 класі, надано практичні рекомендації щодо використання.

Ключові слова: *нестандартний урок, дидактична гра, ігрові елементи, урок математики, нестандартний метод, основна школа.*

Вступ

На сьогоднішній день гострою проблемою педагога є питання розвитку учнів. Шляхи вирішення поставленої задачі залежать від того, яку мету вчитель ставить перед собою при виконанні своєї роботи. Оцінкою діяльності є результат, тобто набуття певних знань, які знадобляться в подальшому житті. Всім нам добре відомо, що більшість дітей ідуть до школи для того, щоб поспілкуватися з однолітками, отримати нові враження. Проте бути присутніми на уроках бажають далеко не всі. Тут перед нами, вчителями, постає нова задача — зацікавити своїм предметом. Добре знаючи психологію дітей, враховуючи їх вікові потреби, ми повинні створити позитивне ставлення до навчання. Оскільки збільшилося розумове навантаження на уроках, сучасний педагог повинен використовувати такі методичні прийоми, що стимулюють учнів до навчання, бажання займатися математикою. На допомогу приходить нестандартний урок. Особливістю такого уроку є пошук нових знань через гру, конкурс або змагання. «Гра має важливе значення в житті дитини... Якою буде дитина в грі, такою вона буде і в праці, коли виросте. Тому виховання майбутнього діяча відбувається перш за все в грі...», – писав С. Макаренко. Так організація гри — це ключ в організації виховання [4, с. 6].

Основна частина

Дидактична гра — це практична групова вправа з вироблення оптимальних рішень, застосування методів і прийомів у штучно створених умовних, що відтворюють реальну обстановку. Такі ігри відіграють у свідомості учнів велику роль, адже граючись навчатися дуже цікаво.

Ігри такого виду можна застосовувати як в початковій школі, так і в старших класах. Поєднання навчальної діяльності з радісною грою іноді буває цікавим і для дорослих.

Під час гри формується особистість дитини: вона вчиться спритності, активності, комунікабельності.

За змістом ігри можна поділити на: предметні та сюжетні. Предметні допомагають пізнати закономірності певних явищ, а сюжетні — взаємовідносин між людьми. Важливу роль дидактичні ігри відіграють у навчанні та вихованні дитини, а також створюють гарні умови для спілкування вчителя з учнями. Під час гри учні менше втомлюються, зосередившись на завданні, не помічають того, що почали навчатися.

Математика — це дійсно цариця наук, розуміють її далеко не всі. Але якщо підібрати правильний ключик, знайти той самий метод, який допоможе зацікавити дітей, то можна досягти великих успіхів.

Л.С. Виготський виявив і сформулював своєрідний педагогічний парадокс гри: учень під час гри робить те, що йому хочеться (лінія найменшого опору), але в грі він вчиться підкорятися правилам, логіці, раніше прийнятим умовностям (лінія найбільшого опору) [3, с. 20].

Кожна дидактична гра має свою побудову, план. В деяких присутні елементи рольових ігор, в інших — тільки деякі елементи. Структура гри теж може мінятися, в залежності від характеру гри.

Велику увагу при підборі гри треба приділити тому, що вона повинна сприяти психічному розвитку учнів, стимулювати пізнавальний інтерес, вміння висловлювати свої думки, працювати в колективі, розвивати уявлення тощо. Під час проведення ігор можна досягти важливих педагогічних цілей:

1. Розширювати, поглиблювати і закріпляти знання, отримані під час занять з навчальної теми.

2. Розвивати уміння використовувати необхідну інформацію, швидко реагувати на різноманітні події, оцінювати ефективність вжитих заходів у стандартній і нестандартній ситуаціях [3, с. 21].

Гра спрямована на вирішення цілого ряду задач, але головною залишається дидактична мета. В процесі гри дитина обов'язково повинна здобути нові знання або удосконалити уже набуті навички.

Висока якість на рівні, що залежить від діяльності — творчої або репродуктивної, залежить від різноманітності забезпечення вчителем інтенсивної діяльності учнів із предметом.

Гра повинна включати в себе різноманітні види діяльності: виконавчу, відтворюючу, контролюючу і пошукову. Засобом активізації учнів можуть служити сигнальні картки, математичні диски тощо.

В більшість ігор корисно вносити елементи змагання, що також підвищує активність дітей в процесі вивчення математики [2, с. 40-41].

Гра і світ цікавого не перестають впливати на розвиток дитини в навчальному процесі школи. Гра допомагає активізувати навчальний процес, розвиває спостережливість дітей, увагу, пам'ять, мислення, збуджує інтерес до навчання. Урізноманітнення видів роботи із застосуванням гри знімає втому, гальмівні процеси мозку, загострює пам'ять.

Дидактичні ігри можна включати у систему уроків. Це передбачає попередній відбір ігор та ігрових ситуацій для активізації різних видів сприймання та обмірковування, де їх використання найбільш своєчасне й ефективне порівняно з іншими методами.

На уроці доцільно використовувати такі дидактичні ігри, організація яких не потребує багато часу на приготування обладнання, запам'ятовування громіздких правил. Перевагу слід віддавати тим іграм, які передбачають участь у них більшості дітей класу, швидку відповідь, зосередження довільної уваги.

Але не слід також забувати, що гра на уроці проводиться не для того, щоб учні погралися, а для навчання. Після кожного уроку вчитель повинен запитати у дітей, чого вони навчилися.

Виконання навчальних завдань і організація колективної роботи залишається головною метою дидактичних ігор. За допомогою гри вчитель ставить конкретні задачі. Дітям необхідно допомогти зосередитися. Варто приділяти велику увагу на працездатність кожної дитини на уроці, якщо вони втомлені варто зробити зарядку. Але який би не стався випадок гра не повинна відволікати увагу учнів від поставленої мети. Можна до того ж ставити перед дітьми не тільки близьку ціль, а й далеку, щоб сформувати загально-навчальні вміння.

Слід ретельно готувати дітей до проведення гри, оскільки всі учні повинні приймати участь на уроці. Тому рекомендовано застосовувати гру багато разів.

Гра повинна мати чітку і доступну інструкцію, кожен крок має бути оціненим. Учнів слід підбадьорювати, підтримувати. Не можна ділити учнів на слабких або сильних. Це може їх засмутити.

При підготовці до ігрового уроку вчитель повинен заздалегідь приготувати необхідне обладнання, яке може знадобитися. Цей матеріал має бути зручним і простим у використанні.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234849

Звичайно, налаштовувати дітей варто тільки на перемогу. Тоді гра стає дуже схожою на змагання, в яких кожен бажає бути першим. Після гри вчитель обов'язково підбиває підсумки, але робить це дуже тактовно, не ображаючи тих, хто програв. Налаштовує дітей на покращення свого результату на наступних уроках.

Під час використання на уроках математики ігрового методу навчання необхідно дотримуватись таких основних вимог: ігрове завдання повинно за змістом збігатися з навчальним, тобто ігровою має бути лише форма його постановки; математичний зміст гри має бути посильним для кожної дитини, оскільки гра буде цікавою тільки тоді коли в ній братимуть участь усі діти; підсумок гри має бути чітким і справедливим. Таким чином, гра у процесі навчання дітей математики стає важливим засобом розвитку їхнього інтересу до вивчення цієї дисципліни. Готуючись до проведення ігор та ігрових ситуацій, учитель має продумати: які математичні вміння і навички вони повинні формувати у дітей; які виховні завдання вони мають реалізовувати (виховання вольових якостей, почуття, довіри взаємодопомоги, дружби, уміння підкорювати власні інтереси інтересам учнів класу); який матеріал краще використовувати для гри; як за мінімально короткий час ознайомити дітей з правилами гри; чітко визначити час проведення гри та місце її проведення (змагання між окремими дітьми, командами-групами класу, активна участь усіх дітей); можливу зміну правил гри у разі необхідності активізації всіх дітей; підбиття підсумків гри [1, с. 96-100].

Під час проходження педагогічної практики в 5 класі Слов'янської загальноосвітньої школи I-II ступенів № 19 помітили, що нерідко учні, які мають досить низький рівень знань із математики, проявляють велику активність. Ці учні в подальшому починають вірити в свої власні сили, ставлять перед собою мету на наступний урок показати кращий результат, досить часто висловлюють раціональні пропозиції щодо вирішення тієї чи іншої проблемної ситуації. Вони дуже гарно вміють рахувати гроші і тому розв'язують задачі на витрати грошей під час покупок та багатьох інших. Спостерігаємо, як на своїх уроках учитель математики пропонує учням різні види самостійної діяльності що потребують мобілізацію знань, вмінь, змогу приймати рішення, брати на себе відповідальність.

Дітям в 5 класі дуже важко адаптуватися, звикнути до змін в шкільному житті. В цей момент вчителям-предметникам треба докласти максимум зусиль, для того, щоб цей переломний момент проходив дуже плавно і безболісно для учнів. У цьому віці вони все ще цікавляться казками, тому доцільно проводити урок — казку на будь-яку тему.

Дидактичні ігри на уроках математики в 5 класі, які спостерігали під час проходження педагогічної практики:

1) *«Математичне лото»*. Тема: Число. Натуральні числа. Натуральний ряд чисел і його властивості. Число нуль.

Спосіб гри.

Для гри необхідно підготувати два варіанти карток для лото загальною кількістю за числом учнів у класі.

Робота проводиться за варіантами.

Два учні (по одному від кожного варіанта) викликаються до дошки, інші працюють у зошитах.

Учитель зачитує питання, а учні закреслюють в картках ті клітинки, числа в яких, на їх думку, є відповідями на питання учителя. На кожне питання відводиться 20 – 25 секунд.

Взаємоперевірка відповідей, яка надалі буде називатися «взаємоперевірка в парах, звіряючись з дошкою», здійснюється таким чином. Учні, які працювали в зошитах, обмінюються своїми записами для взаємоперевірки, яка проходить одночасно з перевіркою відповідей тих, хто працював за дошкою.

Максимальний бал за всі правильні відповіді — 10 (правильна відповідь на питання № 6 і 7 оцінюється у 2 бали).

Вигляд карток для гри.

I варіант

1	0	999		100
	20		10	14
101	7	16		13

(Підказка для учителя: якщо учень правильно відповість на всі питання, незакресленими мають залишитися клітинки з числами 0; 14; 101.)

II варіант

98	100		7	22
	13	16		20
999	0	1	10	

(Підказка для учителя: якщо учень правильно відповість на всі питання, незакресленими мають залишитися клітинки з числами 0; 98; 22.)

Питання для лото:

Яке з чисел натурального ряду є найменшим?

Згадайте казку про вовка та козенят. Скільки було козенят?

Яке з двоцифрових чисел натурального ряду є найменшим?

Яке число є наступним за найбільшим двоцифровим числом?

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234849

Яке число передує 1000?

Якщо $a = 15$, то чому дорівнює $a + 1$?

Якщо $a = 21$, то чому дорівнює a - 1?

Яка річниця незалежності України святкується у цьому році?

(Підказка для учителя: у наведених картках для лото відповіддю на це запитання є число 13, яке треба замінити відповідно до поточного року.)

2) *«Кодове слово»*. Тема: Додавання. Властивості суми.

У кожному з прикладів знайдіть суму, потім розташуйте відповіді в порядку спадання. Якщо ви зробите все правильно, то отримаєте слово, яке є назвою найвищого у світі вулкана.

Л 746 + 354	Ю 540 + 360	Ь 140 + 260
А 27 + 72	Л 146 + 44	Я 188 + 112
Ь 104 + 46	Й 171 + 29	Я 117 + 3
К 36 + 64	Ь 276 + 724	Л 169 + 331

(Відповідь для учителя: Льюльяйльяка.)

3) *«Бліцтурнір».* Тема: Розв'язування вправ

Спосіб гри.

Для гри необхідні планшети, маркери або фломастери (на попередньому уроці учитель дав завдання учням принести їх).

Завдання для гри учитель має заздалегідь написати на дошці (або підготувати плакати чи кодоплівку).

Учитель зачитує (або показує) питання, відповіді на які учні пишуть на планшетах. На кожну відповідь відводиться 10 секунд.

Перевірка правильності кожної відповіді здійснюється одразу. Перші з правильно наданих відповідей учитель фіксує, після чого учні стирають записи губкою або серветкою і готуються до наступного питання.

Учитель підводить підсумок гри, визначаючи переможця, і просить декількох учнів прокоментувати ті питання, що викликали труднощі, і відповіді на них.

Оцінки за гру виставляються за бажанням учителя.

`Питання для гри.`

Які два числа необхідно додати до 18, щоб отримати 20?

Які два числа необхідно відняти від 42, щоб отримати 40?

Обчисліть:

1) 2 + 13 +28 + 7; 4) 20 + 10 + 50;
2) 21 + 5 + 9 +26; 5) 60 + 30 + 40;
3) 4 +23 + 6 +17; 6) 80 + 20 + 50.

Назвіть число, що записане як сума розрядних доданків:

4000000000 + 6000000 + 2000 + 1;

8000000 + 300000 + 4000 + 900;

500000 + 7000 + 600 +1.

Запишіть число, в якому:

1) 3 десятки і 2 одиниці; 3) 3 сотні й 7 десятків;

2) 2 десятки і 3 одиниці; 4) 7 сотень і 3 одиниці.

У кожній парі записів є однакові числа. Знайдіть їх.

1) 400 + 60 + 3 і 64 + 3;

2) 4100 + 310 + 6 і 400 + 30 + 6;

3) 10004 + 1004 + 103 + 6 і 1436;

4) 61000 + 310 + 4 і 6000 + 300 + 4.

4) *«Хто швидше?»* Тема: Додавання й віднімання натуральних чисел та їх властивості.

1. Виконайте дії:

а) 16375 + 390332; б) 826235 - 48081.

2. Обчисліть, на скільки число 29 714:

а) більше від 27 308; б) менше від 39 767.

3. Обчисліть:

а) 5см 7мм + 7см 5мм ; в) 725кг 127г + 1кг 923г;

б) 35га 8а - 14га 9а; г) 5м 41см - 2м 79см.

4. Обчисліть зручним способом:

а) $8375 + 9625 - 6909$; б) $741 - (341 + 216)$.

5*. До будівельного майданчику привезли 340 т щебеню, що на 81 т більше, ніж піску, і на 103 т менше, ніж цементу. Скільки всього привезли будівельних матеріалів?

Висновки

Як показало дослідження, гра — це необхідний елемент у навчанні. Вона допомагає дитині не тільки зростати у фізичному або духовному плані, але й готує до різних життєвих ситуацій. Гра вчить дітей моделювати все те, що існує поза грою.

За допомогою гри можна швидше навчити дитину з нормативами спілкування з оточуючими людьми, культурної поведінки.

Граючись, дитина розкривається, стає більш розкутою та відкритою. Вчитель дає можливість через гру самовпевнитися у процесі навчання.

Розглянувши дидактичні ігри як один із процесів навчання, приходимо до висновку:

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234849

– дидактична гра — це багатофункціональна система;

– завдяки мотиваційній роботі відбувається досягнення мети;

– пізнавальний процес налаштований на конкретний результат;

– поступове вирішення систем проблемних ситуації дає гарний результат ігрової діяльності;

– гра дає змогу сформувати комунікативні дії з однолітками та вчителем.

Дослідження використання нестандартних методів на уроках математики потребує подальшої розробки, оскільки зустрічаються неефективні форми даної організації навчання, а саме: урок «про все і ні про що», уроки на яких «гра для гри», уроки заучування сценаріїв, які часто малозмістовні з точки зору математики. Слід відзначити, що цінним часто є не сам захід, а процес підготовки до нього, праця з додатковою літературою, прояв елементів творчості. Саме тому в методологічну і теоретичну основою даного дослідження повинен бути закладений діяльнісний підхід до процесу засвоєння знань, формування вмінь і навичок; принцип взаємозв'язку навчання і розвитку.

Література

1. *Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А.* Методика викладання математики: Навч. пос. 3-є вид., перероб. і доп. Тернопіль: Навч. книга — Богдан, 2006. 336 с.
2. *Заброцький М.М.* Основи вікової психології. Навч. посібник. Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2006. 112 с.
3. *Курінта В. І.* Дидактичні ігри з математики [Текст]. Початкове навчання та виховання. 2006. № 31. С. 24-1-24-16. Методичний банк.
4. *Ткачишина І.П.* Роль гри та нестандартних уроків у підвищенні інтересу учнів до вивчення математики. Математика в школах України. 2004 р. № 4 (52). С. 6-7.

K.D. Kovalyova, T.V. Turka

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Use of didactic games and game elements in mathematics lessons in 5th grade

The article is devoted to the study of the problem of using non-standard methods in mathematics lessons in basic school. It outlines the relevance of didactic games and game elements, considers options for games in mathematics lessons in 5th grade, provides practical recommendations for use.

Keywords: *non-standard lesson, didactic game, game elements, mathematics, non-standard method, basic school.*

УДК УДК 373.3/.5.016:51

Бібікова І.В.

[1] *вчитель математики вищої категорії ЗЗСО I-III ступенів № 9 ВЦА м. Торецьк Донецької області*

e-mail: inbib@ukr.net, ORCID 0000-0001-6012-074X

ВИКОРИСТАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Важлива умова вдосконалення викладання математики — посилення її практичної спрямованості. Одним із шляхів вирішення цього питання є формування в учнів практичних умінь та навичок. У статті розглядаються питання вдосконалення викладання математики шляхом впровадження в роботу практичних робіт. Висвітлюються різні форми і методи проведення таких робіт на уроках математики.

Ключові слова: *шкільний курс математики, прикладна спрямованість, практична робота*

Вступ

На часі — нові кардинальні зміни в освіті. Усі ми ознайомлені з Концепцією реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа». Цим документом передбачається масштабна конструктивна та змістовна перебудова української системи освіти, якісне наближення до європейських зразків. Серед головних задач освітян багато орієнтирів на розвиток в учнів активності та предметної компетентності. Важлива умова підвищення математичної компетентності учнів — посилення її практичної спрямованості.

Основна частина

Однією з форм навчання математики, яка сприяє підвищенню цінних графічних і обчислювальних навичок і вмінь, необхідних для конструювання і практичної діяльності, є практичні роботи. Така форма роботи на уроках математики дозволяє учню усвідомити основні математичні залежності між величинами; ознайомитися з вимірювальними інструментами та їх застосуванням на практиці; встановити зв'язок між різними розділами курсу математики та іншими предметами [2].

При виконанні практичних завдань учні проводять міні дослідження, тобто долучаються до дослідницької діяльності: висувають гіпотезу, аналізують зв'язок між величинами, проводять порівняння і перевіряють гіпотезу, вчаться робити висновки. Використання у навчальній діяльності таких робіт формує навички застосовування отриманих знань на практиці і в повсякденному житті, розвиває пізнавальний інтерес до предмету, урізноманітнює навчальний процес, розкриває математику ні як абстрактну від повсякденного життя науку, а як прикладну науку для вирішення життєвих задач.

На уроках математики необхідно пропонувати учням різні види самостійної діяльності. Здатність розмірковувати, аналізувати, будувати плани, створювати проєкти — дуже важливі вміння, які допоможуть у подальшому самостійно приймати рішення. Під самостійною навчальною роботою звичайно розуміють будь-яку організовану вчителем активну діяльність учнів, спрямовану на виконання поставленої мети в спеціально відведений для цього час [1]. Самостійна робота різноманітна за своїми видами і формами, але з точки зору внеску у формування ключових компетенцій виділяють такий її вид як практична робота.

Характерними особливостями практичних робіт є наступні:

– обчислювальна обробка результатів вимірювань за допомогою необхідних формул і порівняння результатів вимірювань і обчислень;

– використання креслярських, вимірювальних і обчислювальних інструментів, приладів;

– застосування таблиць, довідкової літератури;

– складання таблиць, які відображають функціональну залежність двох змінних величин того чи іншого процесу;

– побудова графіків.

Практичні роботи не тільки посилюють практичну спрямованість навчання, але і сприяють міцному, неформальному засвоєнню нового навчального матеріалу. До практичних занять слід віднести ті самостійні роботи учнів, які виконуються за допомогою спостережень, порівнянь, вимірювальних і обчислювальних інструментів, складання таблиць, побудови графіків з метою встановлення нових математичних закономірностей, понять. Найважливішою методичною проблемою, що вирішується в процесі виконання практичних робіт, є розвиток обчислювальної культури учнів.

Проведення практичних робіт включає в себе наступні етапи:

1. Постановка теми роботи і визначення мети.
2. Визначення порядку роботи або окремих її етапів.
3. Безпосереднє виконання роботи учнями та контроль вчителя за ходом занять і дотримання техніки безпеки.
4. Підведення підсумків роботи, формулювання основних висновків.

Факти, які учні отримують у результаті самостійної експериментальної роботи, довше утримуються в пам'яті та допомагають учням краще засвоїти складний теоретичний матеріал. Виконувати практичні роботи (завдання) можна індивідуально або групою. Індивідуальна робота формує уміння правильно, охайно й чітко виконувати малюнки, проводити обчислення. Групова робота формує ще й уміння і навички комунікативного характеру.

Практичні роботи можуть бути організовані як у класі, так і задані додому. Залежно від обсягу та змісту матеріалу такий вид роботи може бути організований на цілий урок, на частину уроку або заданий у вигляді домашнього завдання (в останньому випадку на наступному уроці обговорюються результати, отримані учнями вдома). Перші практичні роботи в 5 класі бажано проводити тільки в класі. Вони повинні бути нетривалими, їх необхідно виконувати разом з учнями.

У 5–6 класах багато практичних робіт безпосередньо пов'язаних з геометричними темами: «Прямокутник і його площа», «Коло», «Кут. Види кутів. Побудова кута», «Масштаб», «Трикутник. Види трикутників», «Прямокутний паралелепіпед» та інші. Так, наприклад, в 6 класі при вивченні формул довжини кола, площі круга урок обов'язково проходить з використанням практичної роботи. Учні за допомогою звичайної нитки і лінійки вимірюють довжину кола, діаметр. Самостійно виконуючи ділення отриманих величин, приходять до висновку, що хоча кола були різними, відповідь виходить у всіх практично однаковою.

Таким чином, самостійно визначивши число «пі» і залежність між величинами, в учнів уже не виникають труднощі при розв'язуванні завдань, пов'язаних з формулами довжини кола і площі круга (Приклад 1).

6 клас

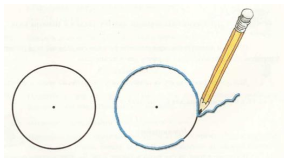
Тема. Довжина кола.

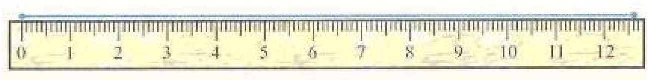
Мета. Виміряти довжину кола. Обчислити відношення довжин кіл до діаметрів. Визначити число π

Обладнання: циліндри або склянки різного діаметри (розміру), нитка, лінійка.

Хід роботи

1. Будуємо коло, радіус якого дорівнює 2 см.
2. Ставимо ручкою відмітку на нитці в тій точці, у якій нитка збігається зі своїм початком.
3. Розгортаємо нитку та вимірюємо її довжину до відмітки. Ця довжина дорівнює довжині кола.





4. Виміряйте діаметри кіл даних фігур.
5. Обчисліть відношення довжин кіл до діаметрів.

Довжина кола, **C**	Діаметр кола, **d**	Відношення довжини кола до діаметра, **C/d**

Висновок. Довжина кола приблизно у ____ рази більша за його діаметр.

За скільки часу можна облетіти на літаку Землю вздовж екватора на висоті 10 км, рухаючись зі швидкістю 1200 км/год? Результат округліть до 0,1 год. (Радіус екватора наближено дорівнює 6370 км).

Рис. 1: Приклад 1

Практичні роботи можуть бути проведеними на різних видах уроку. На уроці ознайомлення з новим матеріалом можуть бути проведені практичні роботи, після виконання яких можна висловити певне припущення, гіпотезу про залежність між величинами. Учням надається можливість самостійно зробити висновок про той або інший математичний факт.

Під час проведення уроку закріплення вивченого матеріалу можна запропонувати учням роботу, в якій вимагається застосувати знання для вирішення певного практичного завдання. Таким чином, учні згадують вже вивчені факти і застосовують їх на практиці.

Одним із засобів підвищення активності учнів є практичні роботи, пов'язані з побудовою моделі фігури: побудувати модель фігури, про яку йдеться в задачі, або використовувати для її розв'язування результати вимірів елементів даної моделі.

Як приклади можна навести в 5 класі тему «Прямокутний паралелепіпед. Куб. Піраміда»; в 11 класі «Піраміда. Дослідження положення висоти в деяких видах пірамід».

Перед початком роботи необхідно пояснити учням, скільки часу приділяється виконанню роботи, які вимоги до її оформлення. До кожної роботи складено опис, в якому зазначені: тема, мета роботи, назва необхідного обладнання, інструменти, схема оформлення.

Висновки

При виконанні практичних завдань на уроках математики учні вчаться робити логічні висновки, розвивають інтуїцію, отримують навички експериментальної роботи, розвивають уміння поводитися з приладами, самостійно робити висновки до отриманих дослідних даних, вчаться працювати з інтерактивними моделями. Це дозволяє більш глибоко і повно засвоювати теоретичний матеріал.

Проведення практичних робіт з учнями урізноманітнює уроки математики; підвищує активність і самостійність учнів на уроці; сприяють підвищенню якості знань учнів з математики; робить абстрактні теоретичні положення зрозумілими, доступними, наочними.

Під час правильно організованої роботи виховується культура праці (вміння організувати робоче місце, утримувати його й інструменти в порядку). Витончено виконана робота сприяє розвитку почуття краси, задоволеності від виконаної роботи.

Література

1. *Бевз Г.П.* Методи навчання математики. Х.: Видавнича група «Основа», 2003.
2. *Васильєва Д.В.* Математика. 6 клас: Розробки уроків та методичні рекомендації. К.: Видавничий дім «Освіта», 2017.
3. *Козловська О.* Прикладна спрямованість шкільного курсу математики. Математика. 2008. № 3.
4. *Король Я.А.* Формування практичних умінь і навичок на уроках математики. Тернопіль: «Навчальна книга – Богдан», 2000. 136 с.
5. *Пометун О.І., Пироженко Л.В.* Сучасний урок: Інтерактивні технології навчання. К.: «Видавництво А.С.К.», 2004.
6. *Розов Н. Х., Савін А. П.* Лабораторні роботи з геометрії? Так! Математика в школі. 1994. № 6.

I.V. Bibikova

Institution of General Secondary Education №9, Toretsk, Donetsk region, Ukraine.

Use of practical tasks at Mathematic lessons

The important requirement of mathematics teaching improving is the reinforcement of its practical orientation. One way of resolving this issue is having pupils acquire some practical skills and abilities. This article comprises the questions of improving math teaching by introducing to the work process some practical assignments. The different forms and methods of holding such works at mathematics lessons are also considered here.

Keywords: *school mathematics course, applied orientation, practical assignments.*

УДК 512.56 : 378

Кайдан Н.В., Кіпчу Р.І.

[1] *канд. фізико-математичних наук, доцент, доцент каф. методики навчання математики та методики навчання інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: kaydannv@gmail.com, ORCID 0000-0002-4184-8230

[2] *студент 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: Eldoeldo202@gmail.com, ORCID 0000-0001-9910-2020

ЗВ'ЯЗОК МІЖ БУЛЕВИМИ АЛГЕБРАМИ, ЧАСТКОВО ВПОРЯДКОВАНИМИ МНОЖИНАМИ ТА КІЛЬЦЯМИ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ «ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА»

У статті розглядається частково впорядковані множини та їх зв'язок з булевими алгебрами та кільцями. Представлено ряд тверджень, які доцільно вивчати при знайомстві з алгебраїчними структурами студентам фізико-математичного факультету спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика) в курсі дискретної математики. Наведено ряд прикладів, які наочно пояснюють розглянуті структури.

Ключові слова: *алгебраїчні структури, частково впорядковані множини, ґратки, кільця, булева алгебра, дискретна математика.*

Вступ

Серед технічних наук інформаційні технології та електроніка у значній мірі використовують математику. Дійсно, якщо поглянути на програми навчання студентів в університетах Євросоюзу, то легко виявити, що математичні дисципліни займають в них значне місце. Математика є теоретичним фундаментом комп'ютерних наук, і тому їй приділяється велика увага при підготовці фахівців у цій галузі. Дискретна математика займає тут центральне місце, оскільки саме з неї виростають три гілки програмної інженерії — алгоритми, програми, структури даних.

Однією з актуальних проблем сучасної алгебри є опис і класифікації скінченних кілець. Скінченні кільця є дуже важливою і цікавою алгебраїчною структурою [3]. Вивчення скінченних кілець має застосування в теорії кодування та в загальній теорії кілець. Скінченні кільця широко застосовуються в криптографії та криптографічних протоколах. Деякі сучасні криптосистеми, такі як сучасний стандарт шифрування даних (Advanced Encryption Standart) та криптосистема XTR, застосовують скінченні кільця, які мають більш загальний вигляд. Більш того, скінченні кільця лежать в основі еліптичних кривих, які в свою чергу утворюють фундамент цілого класу криптосистем [6].

Вивчення різних алгебраїчних структур пов'язано з іменами видатних алгебраїстів всього світу, таких як К. Асано, Т. Накаяма [5], Дж. Веддербарн, Е. Артін [1], Е. Нетер. Видатні українські вчені присвятили багато своїх праць вивченню цих структур, а саме Ю. Дрозд, В. Кириченко [4], Н. Губарені, Ю. Яременко [7] та інші.

Важливість алгебраїчних структур та значна практична значущість призводить до появи особливої уваги при вивченні цих тем. З урахуванням того, що знання мають стати фундаментальними, розгляд відповідних тем слід робити згідно чіткої, логічної та легкої для запам'ятовування структури. Спираючись на досвід викладання цих тем для студентів спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика), нами було відтворено структуру, яка, на нашу думку, найбільш відповідає переліченим вимогам.

Основна частина

Розглянемо частково впорядковані множини та їх зв'язок з булевими алгебрами та кільцями. Відомості, які розглядаються є в багатьох монографіях з теорії кілець та модулів. Наш виклад базуються на матеріалах глави 2 монографії [2].

Нагадаємо означення частково впорядкованої множини.

Означення 1. *Множина S називається* частково впорядкованою*, якщо визначене відношення $\leqslant$, яке задовольняє наступним умовам:*

1. *$a \leqslant a$ для довільного $a \in S$ (рефлексивність);*
2. *з $a \leqslant b$, $b \leqslant c$ випливає $a \leqslant c$ для довільних $a, b, c \in S$ (транзитивність);*
3. *з $a \leqslant b$, $b \leqslant a$ випливає $a = b$ для довільних $a, b \in S$ (антисиметричність).*

Відношення $\leqslant$ називається частковим порядком.

Приклад 1. *Відношення порядку $\leqslant$ є частковим порядком для всіх додатних цілих чисел.*

Приклад 2. *Нехай S множина та $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ є множиною всіх підмножин множини S, включаючи порожню підмножину $\varnothing$ та всю множину S. Тоді $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ є частково впорядкованою множиною відносно теоретико-множинного включення.*

Приклад 3. *Нехай A кільце і нехай S множина всіх його правих ідеалів. Очевидно, S частково впорядкована множина за включенням. Аналогічно можна розглядати частково впорядковані множини лівих та двосторонніх ідеалів.*

Нехай T — підмножина частково впорядкованої множини S. Елемент $a \in S$ називається верхньою гранню (відп. нижньою гранню) T, якщо $t \leqslant a$ (відп. $a \leqslant t$) для всіх $t \in T$. Звичайно в загальному випадку множина може мати декілька верхніх граней або не мати їх зовсім. Елемент $a \in T$ є *найбільшим (найменшим)* елементом T, якщо $t \leqslant a$ (відп. $a \leqslant t$) для всіх $t \in T$. Не кожна підмножина T частково впорядкованої множини S має найбільший (найменший) елемент. Але якщо T має такий елемент, тоді він єдиний. Справді, нехай x та y найбільші елементи T. Тоді $x \leqslant y$ та $y \leqslant x$, згідно умови антисиметричності $x = y$. Аналогічно доводиться єдиність мінімального елемента. Таким чином, найбільший (відп. найменший) елемент, якщо існує, то є єдиним і є верхньою (нижньою) гранню. Якщо множина верхніх граней T має найменший елемент, тоді він називається *найменшою верхньою гранню* (або супремумом) T і позначається $\mathbf{sup(T)}$. Якщо множина нижніх граней має найбільший елемент, то він називається *найбільшою нижньою гранню* (або інфімумом) T і позначається $\mathbf{inf(T)}$. Очевидно, що якщо підмножина T має супремум (відп. інфімум), тоді він є однозначно визначеним.

Означення 2. *Частково впорядкована множина S, в якій кожна пара елементів з S має одночасно супремум та інфімум в S називається* ґраткою.

Приклад 4. *Якщо X та Y підмножини в S, тоді їх супремум в $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ дорівнює об'єднанню $X \cup Y$, а їх інфімумом в $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ є перетин $X \cap Y$. Отже $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ гратка.*

Приклад 5. *Нехай A кільце та X — множина всіх ідеалів кільця A, впорядкованих за включенням. Нехай $\mathcal{I}$ та $\mathcal{J}$ — ідеали A. Тоді їх супремумом в X є сума $\mathcal{I}+\mathcal{J}$, а їх інфімумом в X є перетин $\mathcal{I}\cap\mathcal{J}$. Отже, X гратка.*

Операції **sup** та **inf** не є дійсно бінарними операціями для довільної частково впорядкованої множини. Характеристичною властивістю ґратки є те, що операції **sup** та **inf** можуть бути застосовані до будь-якої пари елементів.

Нехай S ґратка. Тоді кожна пара $a, b \in S$ має одночасно супремум та інфімум. Позначимо $a \vee b = sup\{a, b\}$ та $a \wedge b = inf\{a, b\}$. Тоді відображення $\vee$ та $\wedge$ з $S \times S$ визначається через бінарні операції в S: $(a, b) \to a \vee b$ та

$(a, b) \to a \wedge b$. Наступне твердження представляє декілька цікавих властивостей цих операцій.

Твердження 1. *([2], твердження 2.4.1). Нехай a, b та c — елементи ґратки S. Тоді операції $\vee$ та $\wedge$ на S мають наступні властивості:*

1) *комутативні закони:* $a \vee b = b \vee a$*;* $a \wedge b = b \wedge a$*;*

2) *асоціативні закони:* $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$*;* $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$*;*

3) *ідемпотентні закони:* $a \vee a = a$*;* $a \wedge a = a$

4) *закони поглинання:* $a \vee (a \wedge b) = a$, $a \wedge (a \vee b) = a$.

Твердження 2. *([2], твердження 2.4.2). Якщо ми маємо множину S з двома бінарними операціями $\vee$ та $\wedge$ такими, що для всіх елементів a, b та c множини S виконуються умови:*

(1) $a \vee b = b \vee a$*;* $a \wedge b = b \wedge a$*;*

(2) $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$*;* $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$*;*

(3) $a \vee a = a$*;* $a \wedge a = a$

(4) $a \vee (a \wedge b) = a$, $a \wedge (a \vee b) = a$.

тоді єдине часткове впорядкування в S, яке перетворює S в ґратку, а задані операції $\vee$ та $\wedge$ є супремумом та інфімумом в цій ґратці.

Означення 3. *Ґратка S є* дистрибутивною*, якщо виконується наступна властивість:*

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

для всіх $a, b, c \in S$.

Справедливим є симетричне означення.

Твердження 3. *([2], твердження 2.4.3). Ґратка S є дистрибутивною тоді і тільки тоді, коли всі $a, b, c \in S$ володіють наступною властивістю:*

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

Ґратки з прикладу 4. та 5. є дистрибутивними. Частково впорядкована множина може мати, а може і не мати найбільший та найменший елементи. Це виконується і для ґраток. Дійсні числа із звичайним впорядкуванням утворюють ґратку без найбільшого і найменшого елемента; дійсні числа між нулем та одиницею включають ґратку з одночасно найбільшим і найменшим елементом. Якщо ґратка має найбільший і найменший елемент, то його позначають, відповідно, як 1 та 0.

Нехай ґратка S має найбільший елемент 1 та найменший елемент 0. *Доповненням* елемента $a \in S$ називається елемент $b \in S$ такий, що $a \vee b = 1$ та $a \wedge b = 0$.

Означення 4. *Ґратка з найбільшим елементом 1 та найменшим елементом 0 називається* доповнювальною ґраткою, *якщо кожен її елемент має доповнення.*

Ґратка є особливим видом частково впорядкованої множини. Булева алгебра є особливим видом ґраток.

Означення 5. Булевою алгеброю *називається доповнювальна дистрибутивна ґратка.*

Означення 6. *Частково впорядкована множина S, в якій кожна підмножина одночасно має і супремум і інфімум в S, називається* повною ґраткою.

Ми будемо позначати через $\overline{a}$ доповнення елемента a в булевій алгебрі.

Приклад 6. 1. *Частково впорядкована множина $\mathcal{P}(\mathcal{S})$ є булевою алгеброю.*

2. *Розглянемо скінченний прямий добуток $B^n = B \times ... \times B$, який є множиною n-ок $(b_1, b_2, ..., b_n)$, де $b_i \in B$. Нехай $(a_1, a_2, ..., a_n)$ та $(b_1, b_2, ..., b_n)$ елементи в B^n. Введемо наступні операції в B^n:*

$$(a_1, a_2, ..., a_n) \vee (b_1, b_2, ..., b_n) = (a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2, ..., a_n \vee b_n)$$
$$(a_1, a_2, ..., a_n) \wedge (b_1, b_2, ..., b_n) = (a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2, ..., a_n \wedge b_n)$$
$$\overline{(a_1, a_2, ..., a_n)} = (\overline{a_1}, \overline{a_2}, ..., \overline{a_n}).$$

Тоді B^n булева алгебра з найбільшим елементом $1 = (1, 1, ..., 1)$ та найменшим елементом $0 = (0, 0, ..., 0)$. Кількість елементів в B^n рівна 2^n.

Твердження 4. *([2], твердження 2.4.4). В будь-якій булевій алгебрі операція доповнення задовільняє наступним умовам:*

(a) $\overline{\overline{a}} = a$

(b) $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$

(c) $\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$

(d) $a \vee b = \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}$

(c) $a \wedge b = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}$

(d) $\overline{1} = 0$

(e) $\overline{0} = 1$

Твердження 5. *([2], твердження 2.4.5). Якщо ми маємо множину S, яка містить два спеціальні елементи 1 та 0 з двома бінарними операціями $\vee$ та $\wedge$ такими, що для всіх елементів $a, b, c \in S$ виконуються умови:*

(1) $a \vee b = b \vee a$; $a \wedge b = b \wedge a$;

(2) $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$; $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$;

(3) $a \vee a = a$; $a \wedge a = a$

(4) $a \vee (a \wedge b) = a$, $a \wedge (a \vee b) = a$.

(5) $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$;

(6) *для кожного елемента $a \in S$ існує елемент $\overline{a} \in S$ такий, що $a \vee \overline{a} = 1$ та $a \wedge \overline{a} = 0$*

тоді існує єдине відношення часткового порядку на S, яке перетворює S в булеву алгебру таку, що задані операції $\vee$ та $\wedge$, відповідно є супремумом та інфімумом в булевій алгебрі. Більше того, 1 та 0 є найбільшим та найменшим елементом в S, елемент $\overline{a}$ доповнення елемента a.

Лема 1. *([2], лема 2.4.7).*

В довільній булевій алгебрі $\mathcal{B}$ умова $a \vee b = a$ виконується тоді і тільки тоді, якщо $a \wedge b = b$.

З цієї леми випливає, що в кожній булевій алгебрі $a \leqslant b \Leftrightarrow a \vee b = b \Leftrightarrow a \wedge b = a$.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234877

Лема 2. *([2], лема 2.4.8). В довільній булевій алгебрі $\mathcal{B}$ виконуються умови:*

1. $a \wedge b \leqslant a \leqslant a \vee b$;
2. $0 \leqslant a \leqslant 1$

для довільних $a, b \in \mathcal{B}$.

Означення 7. *Елемент $a \neq 0$ булевої алгебри називається* атомом, *якщо він не виражається у вигляді $a = b \vee c$ з $a \neq b$ та $a \neq c$.*

Лема 3. *([2], лема 2.4.9). Ненульовий елемент a булевої алгебри $\mathcal{B}$ є атомом тоді і тільки тоді, коли нерівність $x \leqslant a$ має рівно два розв'язки $x = a$ та $x = 0$.*

Лема 4. *([2], лема 2.4.10). Для будь-якого ненульового елемента b булевої алгебри існує принаймні один атом $a \in \mathcal{B}$ такий, що $a \leqslant b$.*

Нехай $\mathcal{B}$ скінченна булева алгебра з множиною атомів $A = \{a_1, ..., a_n\}$. Для будь-якого елемента $x \in \mathcal{B}$ позначимо через $T(x)$ множину всіх атомів $a \in A$ таких, що $a \leqslant x$.

Твердження 6. *Будь-який ненульовий елемент $x \in \mathcal{B}$ може бути представлений у вигляді скінченної суми різних атомів:*

$$x = a_{i1} \vee a_{i2} \vee ... \vee a_{ik}$$

де $a_{i_j} \in T(x)$ для $j = 1, .., k$.

Твердження 7. *([2], твердження 2.4.12). Для будь-якої булевої алгебри $\mathcal{B}$ і будь-яких елементів $x, y \in \mathcal{B}$ виконуються умови:*

(1) $T(x \vee y) = T(x) \cup T(y)$

(2) $T(x \wedge y) = T(x) \cap T(y)$

(3) $T(\overline{x}) = \overline{T(x)}$

Лема 5. *([2], лема 2.4.13). Для будь-якого елемента $x \in \mathcal{B}$ виконується умова $supT(x) = x$.*

Означення 8. *Для двох булевих алгебр $\mathcal{B}_1$ та $\mathcal{B}_2$ бієктивне відображення φ з $\mathcal{B}_1$ в $\mathcal{B}_2$ називається* ізоморфізмом *булевих алгебр, якщо виконуються наступні умови:*

(1) $\varphi(x \vee y) = \varphi(x) \vee \varphi(y)$

(2) $\varphi(x \wedge y) = \varphi(x) \wedge \varphi(y)$

(3) $\varphi(\overline{x}) = \overline{\varphi(x)}$

для всіх $x, y \in \mathcal{B}_1$.

Теорема 1. *Будь-яка булева алгебра* $\mathcal{B}$ *з множиною із* n *атомів* $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ *є ізоморфною булевій алгебрі* $\mathcal{P}(A)$ *всіх підмножин заданих множиною* A. *Зокрема,* $\mathcal{B}$ *має* 2^n *елементів та 1 в* $\mathcal{B}$ *однозначно розкладається в суму всіх різних атомів*

$$1 = a_1 \vee a_2 \vee ... \vee a_n.$$

Дана теорема є частковим випадком відомої теореми Стоуна.

Теорема 2. *(теорема Стоуна) Будь-яка булева алгебра є ізоморфною булевій алгебрі деяких (не обов'язково усіх) підмножин заданої множини.*

Як наслідок теореми 1. отримується наступний результат, який стверджує, що скінченна булева алгебра повністю визначається числом її атомів.

Теорема 3. *([2], теорема 2.4.18). Якщо* $\mathcal{B}_1$ *та* $\mathcal{B}_2$ *дві скінченні булеві алгебри з множинами атомів, рівними відповідно* $A_1 = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ *та* $A_2 = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$, *тоді існує ізоморфізм булевих алгебр* $\varphi : \mathcal{B}_1 \to \mathcal{B}_2$, *такий що* $\varphi(a_i) = b_i$ *для* $i = 1, ..., n$.

Розглянемо булеву алгебру $\mathcal{B}^n$. Вона має рівно n атомів і має 2^n елементів. З іншої сторони, $\mathcal{B}^n$ є скінченним прямим добутком n копій простої булевої алгебри B.

Наслідок 1. *Будь-яка булева алгебра* $\mathcal{B}$, *яка має* n *атомів, ізоморфна булевій алгебрі* $\mathbf{B}^n$, *яка є скінченним добутком* n *копій простої булевої алгебри* $\mathbf{B}$.

Означення 9. *Асоціативне кільце* $\mathcal{R}$ *(можна без одиниці) називається* булевим кільцем, *якщо кожен його елемент* $a \in \mathcal{R}$ *є ідемпотентом, тобто* $a^2 = a$.

Твердження 8. *([2], твердження 2.4.20)*

1. *Кожне булеве кільце* $\mathcal{R}$ *є комутативним і* $a + \overline{a} = 0$ *для кожного* $a \in \mathcal{R}$;

2. *Якщо $\mathcal{R}$ — булеве кільце, тоді пряма сума $\mathcal{T} = \bigoplus_{i \in I} \mathcal{R}$ є також булевим кільцем.*

Твердження 9. *([2], твердження 2.4.21). Нехай $\mathcal{B}$ — булева алгебра. Тоді $\mathcal{B}$ перетворюється на булеве кільце з одиницею, якщо бінарні операції додавання та множення визначені в $\mathcal{B}$ наступним чином*

$$a + b = (a \wedge \overline{b}) \vee (\overline{a} \wedge b)$$

та

$$a \cdot b = a \wedge b.$$

Твердження 10. *([2], твердження 2.4.22). Нехай $\mathcal{R}$ булеве кільце з одиницею. Тоді $\mathcal{R}$ перетворюється на булеву алгебру, якщо покласти*

$$\begin{gathered} a \vee b = a + b + ab \\ a \wedge b = ab \end{gathered}$$

та відношення порядку $\leqslant$ визначається в $\mathcal{R}$ через

$$a \leqslant b \Longleftrightarrow ab = a.$$

Оскільки булева алгебра $\mathcal{B}$ є простим кільцем, з твердження 1. випливає наступне твердження.

Теорема 4. *([2], теорема 2.4.23). Будь-яке булеве кільце $\mathcal{R}$ з одиницею ізоморфне прямій сумі простих булевих кілець.*

Означення 10. *Частково впорядкована множина S є* лінійно впорядкованою *(або ланцюгом), якщо для кожних двох елементів $a, b \in S$ випливає, що або $a \leqslant b$, або $b \leqslant a$.*

Елемент x_0 називається *верхньою гранню* підмножини $S \subset X$, якщо $x \leqslant x_0$ для всіх $x \in A$. Якщо верхня грань існує для S, то кажуть, що множина S обмежена зверху. Елемент x_0 називається *максимальним* в X, якщо не існує елемента $x \in X$, $x \neq x_0$, який задовольняє умові $x_0 \leqslant x$.

Лема 6. *(лема Цорна, принцип максимума) Якщо в частково впорядкованій множині X будь-яка лінійно впорядкована підмножина S обмежена зверху, то X містить максимальний елемент.*

Лема Цорна еквівалентна добре відомій аксіомі вибору.

Аксіома вибору. Нехай S множина і $\mathcal{P}(S)^*$ множина непорожніх підмножин S. Тоді існує відображення f з $\mathcal{P}(S)^*$ в S таке, що $f(A) \in A$ для кожного $A \in \mathcal{P}(S)^*$.

Наслідок 2. *([2], наслідок 2.4.24). Будь-який власний правий (лівий, двосторонній) ідеал I кільця A з одиницею міститься в максимальному власному правому (лівому, двосторонньому) ідеалі.*

Твердження 11. *([2], твердження 2.4.25). Частково впорядкована множина S є повною ґраткою тоді і тільки тоді, якщо S має супремум та кожна непорожня підмножина множини S має інфімум в S.*

Означення 11. *Ґратка S називається модулярною, якщо вона задовольняє наступній модулярній умові:*

$$\text{якщо } b \leqslant a\text{, то } a \wedge (b \vee c) = b \vee (a \wedge c)$$

для всіх $a, b, c \in S$.

Твердження 12. *([2], твердження 2.4.26). Всі ідеали кільця утворюють повну модулярну ґратку за відношенням включенням.*

Для ідеалів напівпростих кілець можна сказати дещо більше.

Теорема 5. *([2], теорема 2.4.27). Всі ідеали напівпростого кільця A утворюють скінченну булеву алгебру, яка містить 2^s елементів.*

Висновки

Поняття алгебраїчної структури включає визначену множину об'єктів та операцій над цими об'єктами. Оскільки практично в будь-якій задачі обробки даних за допомогою комп'ютера виділяється множина самих даних і операцій, які застосовні до цих даних, очевидно, що при цьому формуються визначені алгебраїчні структури. З відношенням часткового порядку програмісти мають справу постійно, адже початкові дані для роботи програми та й ті дані, що поступають по ходу її роботи, потрібно весь час впорядковувати в структури так, щоб ці дані можна було швидко знаходити і використовувати для подальшої роботи.

Крім алгебраїчних структур на множині натуральних, цілих і дійсних чисел, на множинах та відношеннях доцільно вивчати і такі алгебраїчні структури, як півгрупи, моноїди і групи, що, зокрема, використовуються для перетворення рядків символів і беруть участь у формуванні більш складних структур – кілець і полів. Багато математичних конструкцій, які природно виникають у лінійній алгебрі, є кільцями або містять кільця як підструктури. Тобто ці поняття є базовими для загальної та лінійної алгебри, використовуються під час роботи з матрицями, при кодуванні інформації та обробці даних.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234877

Добре закладений математичний фундамент освіти студентів фізико-математичного факультету, спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика) дає можливість в подальшому навчити їх методам оцінки складності алгоритмів, підбору оптимальної структури даних і створенню ефективного та прозорого коду програми.

Література

1. *Artin E.* Zur Theorie der hyperkomplexen Zahlen. 1927. № 5. P. 251-260.
2. *Gubareni N., Kirichenko V.* Rings and Modules. 2001. 306 p.
3. *Kaydan N.* Quivers of finite rings. 2009. C. 68-69.
4. *Кириченко В.* Semi-Perfect Semi-Distributive Rings. 2000. Vol. 3. P. 81-98.
5. *Nakayama T.* On Frobeniusean algebras I. 1939. P. 611-63.
6. *Кайдан Н., Остимчук Г.* Застосування циклічних кодів в теорії кодування. 2010. С. 76-78.
7. *Кириченко В., Яременко Ю.* Полусовершенные полудистрибутивные кольца. 2001. Т. 69. № 1. С. 153-156.

Nataliia V. Kaidan, Ruslan I. Kipchu

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Relationship between Boolean algebras, partially ordered sets and rings in the course of «Biscrete mathematics»

The paper describes partially ordered sets and their connection with Boolean algebras and rings. A number of statements are presented, which should be studied when getting acquainted with algebraic structures for students of the Faculty of Physics and Mathematics, specialty 014 of Secondary Education (Computer Science) in the course of discrete mathematics. A number of examples are given that clearly explain the considered structures.

Keywords: *algebraic structures, partially ordered sets, lattice, rings, Boolean algebras, discrete math.*

УДК 37.016:514.144

Кадубовський О.А., Соколова О.В., Шульгіна А.О.

[1] *канд. фізико-математичних наук, доцент каф. математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: kadubovs@ukr.net, ORCID 0000-0003-2045-810X

[2] *студентка 3 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: olyha.sokolovo4ka@gmail.com, ORCID 0000-0001-9808-3630

[3] *студентка 3 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: annshulgina1418@gmail.com, ORCID 0000-0003-4247-4063

ДО ЗАДАЧ НА КОНФІГУРАЦІЮ ДЕЗАРГА З НЕВЛАСНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ТА СУМІЖНІ ПИТАННЯ

Представлена стаття присвячена дидактичним та методичним аспектам вивчення конфігурації Дезарга (зокрема з невласними елементами) на площині. Наведено алгоритми-вказівки до можливих способів розв'язання найбільш типових задач на побудову конфігурації Дезарга з невласними елементами; в явному вигляді наведено всі розв'язки ключових задач на відновлення елементів певної конфігурації Дезарга з фіксованим дезарговим центром, прямою або ж трикутником; наведено формулювання (в певному сенсі всіх) частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга в термінах евклідової геометрії.

Ключові слова: *проективна площина, теорема Дезарга на площині, конфігурація Дезарга на площині, невласні елементи.*

Вступ

Добре відомо (напр. [1]), що *конфігураційні теореми* (теореми геометрії, в яких йдеться лише про скінчене число точок і прямих та їх взаємну приналежність) успішно застосовують при вивченні властивостей многокутників та розв'язуванні задач. Вони є особливо корисними при розв'язуванні задач на побудову в умовах обмежень різного характеру: при побудовах за допомогою лише (односторонньої) лінійки (без міток), при побудовах на обмеженій частині площини, при побудовах з недосяжними точками тощо.

Також відомо (напр. [14]), що зміст теореми Дезарга є суто конструктивним (а сама вона є конфігураційною теоремою), проте наслідки з неї призводять до результатів, які мають більш принципове значення та далеко виходять за межі звичайної геометричної конструкції. На основі теореми Дезарга виникають найважливіші поняття проективної геометрії.

Крім підручників [2,3,5], [9], [11], [17] та посібників [12], [13], [16] з проективної геометрії серед останніх досліджень слід виділити дисертацію [7], яку присвячено методичній системі навчання проективної геометрії в педагогічних університетах. В роботі [6] виділено найпростіші та основні задачі на побудову в курсі проективної геометрії; демонструється їх розв'язання та застосування до розв'язування інших задач, зокрема з недосяжними елементами; запропоновано класифікацію задач з недосяжними елементами тощо.

На превеликий жаль, слід констатувати, що у більшості діючих підручниках із вищої геометрії для студентів фізико-математичних спеціальностей не завжди звертається увага на зв'язок університетського та шкільного курсів геометрії. Але ж саме цей зв'язок і покликаний сприяти якісній професійній підготовці майбутніх вчителів математики. Та, як справедливо відзначає С.П. Семенець в [15], «особливо відчутною ця проблема є при вивченні студентами питань проективної та диференціальної геометрії, які в найбільшій мірі є відірваними від теорії та методики викладання геометрії у школі».

З іншого боку, досвід викладання проективної геометрії свідчить про те, що при вивченні теореми Дезарга, найбільші труднощі у студентів виникають саме під час знайомства з розширеною евклідовою площиною при дослідженні конфігурацій Дезарга з невласними елементами.

Крім того, автори переконані, що встановлення та зміцнення зазначеного вище зв'язку неможливе без цілісного сприйняття частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга в термінах евклідової геометрії.

З урахуванням зазначеного, дана стаття й присвячена теоретичним та методичним аспектам вивчення: конфігурацій Дезарга, зокрема з невласними елементами, на розширеній евклідовій площині; задач про відновлення її елементів; частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга (на площині) в термінах евклідової геометрії, які «традиційно пропонуються» студентам на самостійне опрацювання, проте викликають неабиякі труднощі.

Основні поняття та попередні відомості

Три точки на площині (зокрема розширеній) називають колінеарними (неколінеарними), якщо вони належать (*не належать*) одній прямій.

В подальшому термін «інцидентність» буде виражати відношення належності. Точку і пряму називатимемо інцидентними, якщо точка належить прямій; фраза «точка інцидентна прямій» означатиме те саме що і фраза «точка належить прямій», а фраза «прямая інцидентна точці» означатиме те саме що і фраза «пряма проходить через точку». Відзначимо, що цей «нейтральний» термін підкреслює взаємність зазначеного відношення та є досить зручним для формулювання тверджень, зокрема двоїстих, в термінах проективної геометрії.

Означення 1. *Тривершинником* ABC *називають множину, яка складається з трьох неколінеарних точок* A, B, C *та трьох прямих* (AB), (AC), (BC), *які містять ці точки.*

Теорема 1. (пряма теорема Дезарга) *Якщо два тривершинника розмістити на розширеній евклідовій площині так, щоб три прямі, які є інцидентними парам відповідних вершин, були би інцидентними одній точці, то три точки, які інцидентні трьом парам відповідних сторін, є інцидентними одній прямій.*

Теорема 2. (обернена теорема Дезарга) *Якщо два тривершинника розмістити на розширеній евклідовій площині так, щоб три точки, які є інцидентними парам відповідних сторін, були би інцидентними одній прямій, то три прямі, які інцидентні трьом парам відповідних вершин, є інцидентними одній точці.*

Означення 2. ([16]) *Конфігурацією Дезарга називають фігуру, яка складається* ***з десяти точок:*** шести вершин двох тривершинників *(«дезаргових трикутників»),* трьох точок на осі Дезарга *(«дезарговій прямій»),* центра Дезарга *(«дезаргової точки») та* ***десяти прямих:*** шести сторін *(двох даних) тривершинників,* трьох прямих*, що сполучають відповідні вершини тривершинників та осі Дезарга.*

В подальшому вершини одного з трикутників конфігурації Дезарга будемо позначати як $A_1B_1C_1$, іншого — $A_2B_2C_2$, через S і u позначати дезаргову точку та дезаргову пряму відповідно, а точки, що є інцидентними (відповідним сторонам тривершинників) прямим B_1B_2 і C_1C_2, C_1C_2 і A_1A_2, A_1A_2 і B_1B_2 позначатимемо як A_0, B_0 та C_0 відповідно.

Зауваження 1. *З урахуванням введених позначень та використовуючи загальноприйняту символіку, пряму та обернену теореми Дезарга можна подати у символьному вигляді, а саме. Нехай*
$A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, $B_0 = (A_1C_1) \cap (A_2C_2)$, $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$. *Тоді:*
Якщо $(A_1A_2) \cap (B_1B_2) \in (C_1C_2)$, *то* $A_0 \in (B_0C_0)$.
Якщо $A_0 \in (B_0C_0)$, *то* $(A_1A_2) \cap (B_1B_2) \in (C_1C_2)$.

Означення 3. (напр. [13]) *Якщо прямі* A_1A_2, B_1B_2 *та* C_1C_2 *(що є інцидентними відповідним вершинам тривершинників) є інцидентними точці* S, *то говорять, що такі тривершинники мають центр перспективи* S; *якщо точки* A_0, B_0 *та* C_0 *(що є інцидентними відповідним сторонам тривершинників* B_1B_2 *і* C_1C_2, C_1C_2 *і* A_1A_2, A_1A_2 *і* B_1B_2*) є інцидентними прямій* u, *то говорять, що тривершинники мають вісь перспективи* u.

Зауваження 2. *З урахуванням означення 3, пряму та обернену тереми Дезарга можна сформулювати наступним чином:* «якщо два тривершинники мають центр перспективи, то вони мають вісь перспективи»; «якщо два тривершинники мають вісь перспективи, то вони мають центр перспективи».

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234879

Основна частина

Перш ніж перейти до розгляду конфігурацій з невласними елементами, з'ясуємо питання щодо кількості елементів, які можна обирати **довільно** для побудови конфігурації Дезарга, кожна з десяти точок якої є власною.

1. Конфігурації Дезарга, серед 10 точок якої немає невласних

На думку авторів, відповідь на зазначене вище питання дає наступна низка пропонованих задач

Задача 1. *Дано пряму u та неколінеарні точки S, A_1, B_1, C_1, жодна з яких не є інцидентною до прямої u та жодна з прямих (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) не є паралельною до u. Добудувати конфігурацію Дезарга так, щоб пряма u була дезарговою віссю, точка S — дезарговим центром, а тривершинник $A_1B_1C_1$ — дезарговим трикутником.*

Розв'язання.

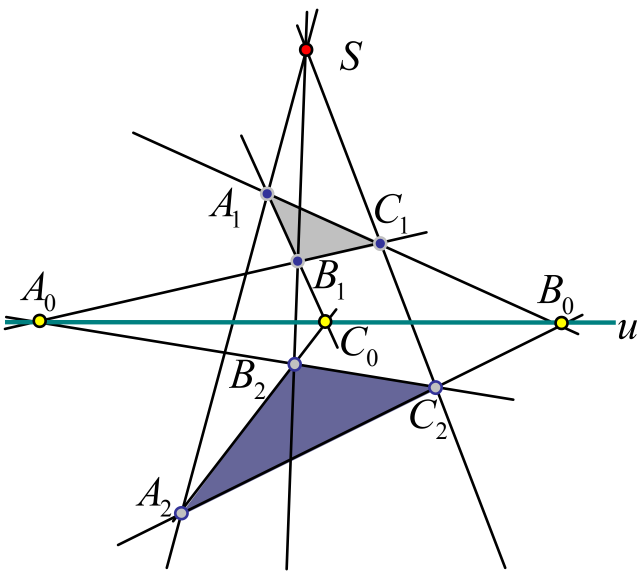


Рис. 1: до задачі 1.

1) Оскільки жодна з прямих (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) не є паралельною до u, то точки їх перетину з прямою u існують та визначаються однозначно. Позначимо їх як $C_0 = (A_1B_1) \cap u$, $B_0 = (A_1C_1) \cap u$ і $A_0 = (B_1C_1) \cap u$.

2) За умовою т. S, A_1, B_1, C_1 є неколінеарними, тому жодна з точок A_0, B_0, C_0 не може належати жодній з прямих $(SA_1), (SB_1), (SC_1)$.

3) Оскільки пряма u повинна бути дезарговою віссю, то точки A_0, B_0, C_0 є точками перетину відповідних сторін дезаргових трикутників, тобто: $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$; $B_0 = (A_1C_1) \cap (A_2C_2)$; $A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, де A_2, B_2, C_2 — шукані вершини другого дерзагового трикутника. Звідки маємо що $B_2 \in (A_2C_0), C_2 \in (A_2B_0)$.

4) За умовою точка S повинна бути дезарговим центром. Тому точки A_2, B_2 і C_2 повинні належати прямим (SB_1) та (SC_1) відповідно.

Таким чином, з урахуванням п. 3), маємо що: B_2 одночасно належить прямим (A_2C_0) та (SB_1), а C_2 — прямим (A_2B_0) та (SC_1).

5) Через точку C_0 проведемо пряму b паралельно до прямої (SB_1); оскільки прямі (SB_1) та (SA_1) перетинаються в точці S, то (за властивістю паралельних прямих) b також перетинає пряму (SA_1) в певній точці B^*.

6) Через точку B_0 проведемо пряму c паралельно до прямої (SC_1); оскільки прямі (SC_1) та (SA_1) перетинаються в точці S, то (за властивістю паралельних прямих) c також перетинає пряму (SA_1) в певній точці C^*.
7) Оберемо на прямій (SA_1) таку точку A_2, яка не співпадає з жодною з точок S, A_1, B^*, C^* та не є інцидентною до прямої u. Тоді: (A_2C_0) та (SB_1) не є паралельними і тому перетинаються у точці B_2; (A_2B_0) та (SC_1) також не є паралельними і тому перетинаються у точці C_2.

Таким чином A_2, $B_2 = (A_2C_0) \cap (SB_1)$ і $C_2 = (A_2B_0) \cap (SC_1)$ — шукані вершини другого дезаргового трикутника. З останнього й випливає відповідний спосіб добудови конфігурації Дезарга, серед 10 точок якої немає невласних точок та яка задовольняє умову задачі.

Зауваження 3. *З метою дотримання належного рівня математичної строгості необхідно приділити увагу питанню щодо колінеарності точок* A_0, B_2 *і* C_2, *бо за наведеним способом розв'язання немає підстав говорити «за побудовою». Крім того, досить часто через похибки креслярських інструментів (та/або неточність побудов) у багатьох студентів зазначені точки «не є колінеарними». Тому має сенс запропонувати студентам довести колінеарність точок* A_0, B_2 *і* C_2 *методом від супротивного з урахуванням прямої теореми Дезарга.*

Задача 2. *Дано неколінеарні точки* S, A_1, B_1, C_1. *Добудувати конфігурацію Дезарга так, щоб точка* S *була дезарговим центром, а тривершинник* $A_1B_1C_1$ *— дезарговим трикутником.*

Задача 3. *Дано пряму* u *та неколінеарні точки* A_1, B_1, C_1, *жодна з яких не є інцидентною до прямої* u *та жодна з прямих* (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) *не є паралельною до* u. *Добудувати конфігурацію Дезарга так, щоб пряма* u *була дезарговою віссю, а* $A_1B_1C_1$ *— дезарговим трикутником.*

Зауваження 4. *Для розв'язання задач* 2 *і* 3 ***довільність вибору*** *відповідних елементів досить узгодити з умовою та розв'язанням задачі* 1.

Зауваження 5. *Якщо додаткову* ***вимогу щодо власності точок конфігурації Дезарга не накладати****, то для розв'язання задачі* 1 *точку* A_2 *досить обрати на прямій* (SA_1) *так, щоб вона не співпадала з точками* S, A_1 *та не була інцидентною до прямої* u.

Крім того, в контексті питання щодо кількості елементів, які можна обирати ***довільно*** *для побудови конфігурації Дезарга, доцільно запропонувати задачу на добудову конфігурації Дезарга, якщо дано* ***п'ять*** *із шести вершин дезаргових трикутників.*

2. Конфігурації Дезарга, серед 10 точок якої є невласні

Добре відомо (напр. [13], С. 201), що проективну геометрію можна вивчати в будь-якій з її реалізацій. Найбільш простою та наочною реалізація одержується шляхом поповнення евклідового простору невласними (нескінченно віддаленими) елементами – невласними точками, прямими і площиною.

Крім того, при довільному з підходів до «побудови» проективної площини, до основних положень (аксіом, наслідків, рідше – домовленостей) відносять наступні твердження щодо інцидентності власних та невласних елементів розширеної евклідової площини $\overline{R_2}$:

I. *Кожна власна пряма розширеної евклідової площини містить точно одну невласну точку.*

II. *Паралельні прямі розширеної евклідової площини мають спільну невласну точку («перетинаються у невласній точці»).*

III. *Існує єдина пряма, що є інцидентною двом різним точкам розширеної евклідової площини.*

IV. *Існує єдина точка, що є інцидентною двом різним прямим розширеної евклідової площини.*

З урахуванням зазначеного, виділяють наступні можливі способи задання невласних елементів на розширеній евклідовій площині $\overline{R_2}$.

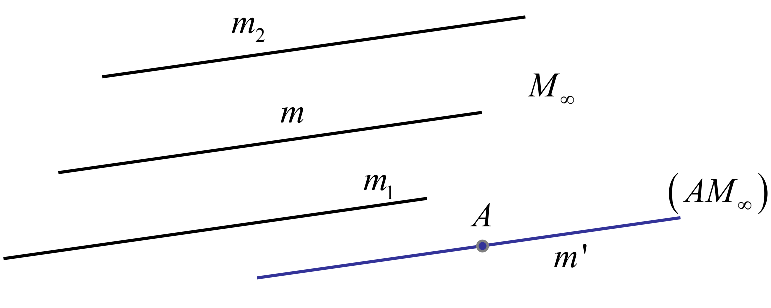


Рис. 2:

На підставі твердження **I**, невласну точку M_∞ зручно задавати за допомогою власної прямої m, яка інцидентна цій точці. Крім того, на підставі твердження **II**, невласна точка M_∞ може бути задана за допомогою будь-якої з паралельних прямих m_i $(m_i||m)$ — рис. 2.

Невласна пряма не потребує в такому задані, оскільки вона єдина на $\overline{R_2}$. Проте її можна задати за допомогою двох власних непаралельних прямих.

З урахуванням зазначеного вище, є всі підстави для надання наступних **рекомендацій**, які доцільно використовувати при побудовах конфігурації Дезарга з невласними елементами:

1) провести пряму (AM_∞) через власну точку A та невласну точку M_∞ це теж саме, що через точку A провести пряму m' паралельно до прямої m — рис. 2;

2) нехай дано три прямі, які є інцидентними одній точці; якщо дві з трьох прямих є паралельними між собою, то і третя з таких прямих є паралельною до кожної з двох із зазначених паралельних прямих;
3) нехай дано три точки, які є інцидентними одній прямій; якщо дві з трьох точок є невласними, то і третя з таких точок є невласною точкою $\overline{R_2}$.

З урахуванням зазначеного, можна виділити наступі властивості конфігурації Дезарга з невласними елементами на розширеній евклідовій площині (з акцентами в термінах евклідової геометрії).
1^0. *Якщо дві відповідні вершини дезаргових трикутників є невласними точками, то центр Дезарга також є невласною точкою площини* $\overline{R_2}$.
2^0. *Якщо центр Дезарга є невласною точкою площини* $\overline{R_2}$*, то три прямі, що є інцидентими відповідним вершинам дезаргових трикутників, є попарно паралельними.*
3^0. *Якщо дві точки на осі Дезарга (з числа 10 точок конфігурації Дезарга) є невласними точками, то вісь Дезарга є невласною прямою площини* $\overline{R_2}$.
4^0. *Якщо вісь Дезарга є невласною прямою* $\overline{R_2}$*, то відповідні сторони дезаргових трикутників є паралельними*;

особливістю такої конфігурації є те, що дезаргові трикутники будуть гомотетичними в гомотетії з центром у дезарговій точці та коефіцієнтом, рівним відношенню довжин відповідних сторін.
5^0. *Якщо центр та вісь Дезарга є невласними елементами* $\overline{R_2}$*, то прямі, що є інцидентими відповідним вершинам дезаргових трикутників, є попарно паралельними та паралельними є відповідні сторони дезаргових трикутників*;

особливістю такої конфігурації є те, що дезаргові трикутники є рівними.
6^0. *Якщо точно одна з вершин одного з дезаргових трикутників є невласною точкою, то в такому тривершиннику дві його сторони є паралельними.*
7^0. *Якщо дві вершини одного з дезаргових трикутників є невласними точками площини* $\overline{R_2}$*, то в такому тривершиннику третя вершина обов'язково є власною точкою* $\overline{R_2}$;

особливістю такої конфігурації є те, що відповідна сторона в другому дезарговому трикутнику є паралельною до осі Дезага.
8^0. *Якщо лише дві з відповідних сторін дезаргових трикутників є паралельними, то дезаргова пряма є паралельною до паралельних сторін трикутників.*
9^0. *Якщо власна дезаргова пряма є паралельною до сторони одного з дезаргових трикутників, то вона є паралельною і до відповідної сторони другого дезаргового трикутника.*

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234879

Задача 4. *Побудувати конфігурацію Дезарга, для якої одна вершина* (A_2) *одного з трикутників* ($A_2B_2C_2$) *є невласною точкою* ($A_2 \equiv A_{2\infty}$).

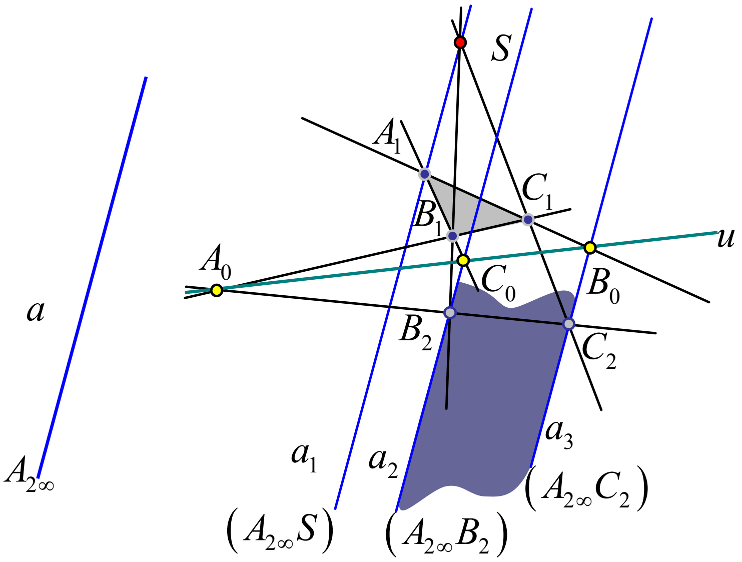


Рис. 3: до конфігурації Дезарга, коли одна з вершин одного з дезаргових трикутників є невласною точкою

Вказівки до одного з можливих способів розв'язання.

1) Задамо на площині $\overline{R_2}$ невласну точку $A_2 \equiv A_{2\infty}$ дезаргового трикутника $A_{2\infty}B_2C_2$ за допомогою власної прямої a.

2) Оберемо на площині $\overline{R_2}$ пряму u, яка не є паралельною до a, та такі неколінеарні точки A_1, B_1, C_1, жодна з яких не є інцидентною до прямої u та жодна з прямих (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) не є паралельною до u та a.

3) Проведемо через точку A_1 пряму $a_1 \equiv (A_{2\infty}A_1)$ паралельно до прямої a та оберемо на $(A_{2\infty}A_1)$ таку точку S, яка: не співпадає з A_1, не належить u та не належить (B_1C_1).

Добудуємо конфігурацію Дезарга так, щоб пряма u була дезарговою віссю, точка S — дезарговим центром, $A_1B_1C_1$ — дезарговим трикутником, а точка $A_2 \equiv A_{2\infty}$ — вершиною дезаргового трикутника $A_{2\infty}B_2C_2$.

4) Оскільки жодна з прямих (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) не є паралельною до u, то точки їх перетину з прямою u існують та визначаються однозначно. Позначимо їх як $C_0 = (A_1B_1) \cap u$, $B_0 = (A_1C_1) \cap u$ і $A_0 = (B_1C_1) \cap u$.

5) Проведемо через точку C_0 пряму $a_2 \equiv (A_{2\infty}B_2)$ паралельно до прямої a та позначимо через $B_2 = (SB_1) \cap a_2$.

6) Проведемо через точку B_0 пряму $a_3 \equiv (A_{2\infty}C_2)$ паралельно до прямої a та позначимо через $C_2 = (SC_1) \cap a_3$.

$\{A_1B_1C_1; A_{2\infty}B_2C_2; S, u \equiv (A_0B_0C_0)\}$ — шукана конфігурація.

Задача 5. *Побудувати конфігурацію Дезарга, для якої дві вершини (A_2 і C_2) одного з трикутників є невласними точками ($A_2 \equiv A_{2\infty}$, $C_2 \equiv C_{2\infty}$).*

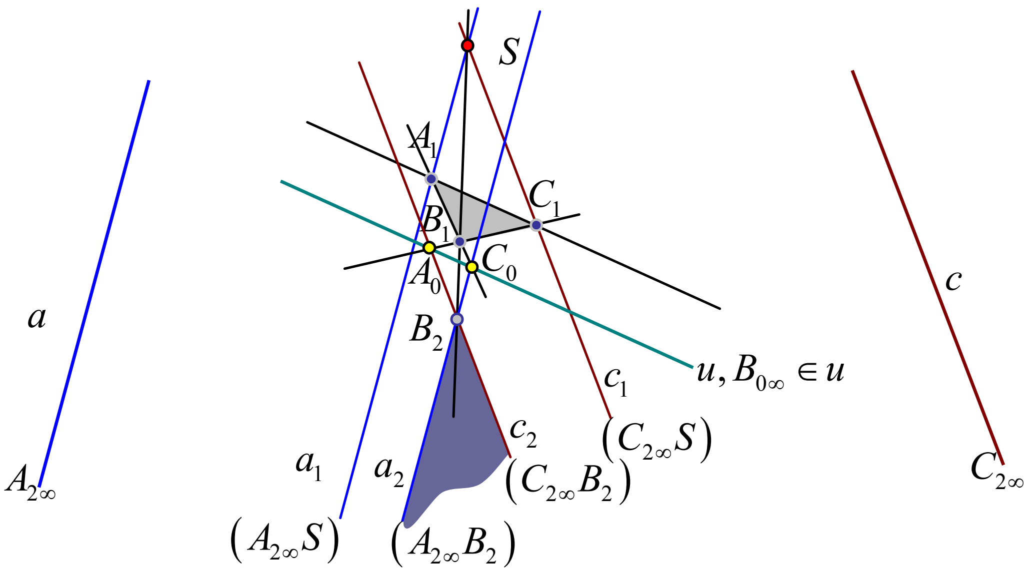


Рис. 4: до конфігурації Дезарга, коли дві вершини одного з дезаргових трикутників є невласними точками

Вказівки до одного з можливих способів розв'язання.

1) Задамо на площині $\overline{R_2}$ невласні точки $A_2 \equiv A_{2\infty}$ і $C_2 \equiv C_{2\infty}$ дезаргового трикутника $A_{2\infty}B_2C_{2\infty}$ за допомогою власних непаралельних прямих a та c відповідно.

2) Оберемо на площині $\overline{R_2}$ такі неколінеарні точки A_1, B_1, C_1, що жодна з прямих (A_1B_1), (A_1C_1), (B_1C_1) не є паралельною до прямих a та c.

3) Проведемо через точки A_1 і C_1 прямі $a_1 \equiv (A_1A_{2\infty})$ і $c_1 \equiv (C_1C_{2\infty})$ паралельно до прямих a та c відповідно. Оскільки a та c не є паралельними, то a_1 та c_1 також не є паралельними і тому позначимо через $S = a_1 \cap c_1$.

4) Оберемо на прямій SB_1 таку точку B_2, яка не співпадає з жодною із точок S і B_1 та не належить A_1C_1.

5) Проведемо через точку B_2 прямі $a_2 \equiv (B_2A_{2\infty})$ та $c_2 \equiv (B_2C_{2\infty})$ паралельно до прямих a та c відповідно.

6) Позначимо через $A_0 = (C_1B_1) \cap (C_{2\infty}B_2)$, а через $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_{2\infty}B_2)$.

7) За побудовою прямі $(A_1A_{2\infty})$, (B_1B_2) та $(C_1C_{2\infty})$ є інцидентними одній точці S, тобто виконано умови прямої теореми Дезарга. Звідки точка $B_0 = (A_{2\infty}C_{2\infty}) \cap (A_2C_2)$ є інцидентною до прямої (A_0C_0). Оскільки $(A_{2\infty}C_{2\infty})$ є невласною прямою, то кожна її точка, зокрема B_0, є невласною точкою. Звідки $B_0 \equiv B_{0\infty}$ — спільна невласна точка власних прямих (A_0C_0) та (A_1C_1). І тому $(A_0C_0) || (A_1C_1)$.

$\{A_1B_1C_1; A_{2\infty}B_2C_{2\infty}; S, u \equiv (A_0C_0)\}$ — шукана конфігурація.

Задача 6. *Побудувати конфігурацію Дезарга, для якої дві невідповідні вершини (A_1 і C_2) дезаргових трикутників ($A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$) є невласними точками ($A_1 \equiv A_{1\infty}$, $C_2 \equiv C_{2\infty}$).*

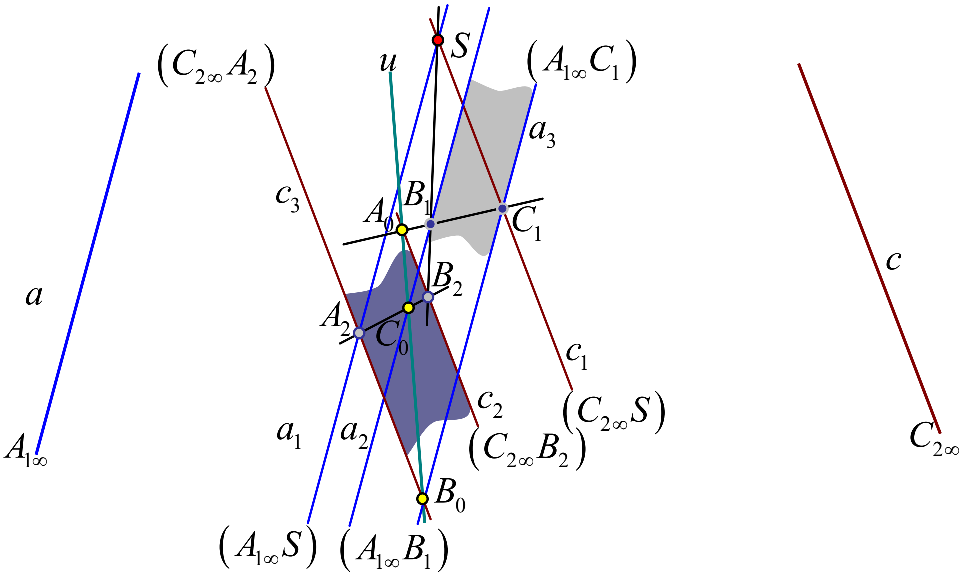


Рис. 5: до конфігурації Дезарга, коли дві *невідповідні* вершини дезаргових трикутників є невласними точками

Вказівки до одного з можливих способів розв'язання.

1) Задамо на площині $\overline{R_2}$ невласні точки $A_1 \equiv A_{1\infty}$ і $C_2 \equiv C_{2\infty}$ дезаргових трикутників $A_{1\infty}B_1C_1$ і $A_2B_2C_{2\infty}$ за допомогою власних непаралельних прямих a та c відповідно.

2) Оберемо на площині $\overline{R_2}$ такі неколінеарні точки A_2, B_1, C_1, що жодна з прямих (A_2B_1), (A_2C_1), (B_1C_1) не є паралельною до прямих a та c.

3) Проведемо через точки A_2 і C_1 прямі $a_1 \equiv (A_{1\infty}A_2)$ і $c_1 \equiv (C_{2\infty}C_1)$ паралельно до прямих a та c відповідно. Оскільки a та c не є паралельними, то a_1 та c_1 також не є паралельними і тому позначимо через $S = a_1 \cap c_1$.

4) Оберемо на прямій SB_1 таку точку B_2, яка не співпадає з жодною із точок S і B_1.

5) Проведемо через точки B_1 і C_1 прямі $a_2 \equiv (A_{1\infty}B_1)$ і $a_3 \equiv (A_{1\infty}C_1)$ паралельно до прямої a, а через точки B_2 і A_2 прямі $c_2 \equiv (C_{2\infty}B_2)$ і $c_3 \equiv (C_{2\infty}A_2)$ паралельно до прямої c.

Оскільки прямі a і c не є паралельними, то жодні з прямих a_i та c_j також не є паралельними. З урахуванням способу вибору т. A_2, B_1, C_1 та B_2, наступні власні прямі не є паралельними, і тому перетинаються у точках: $C_0 = a_2 \cap (A_2B_2) = (A_{1\infty}B_1) \cap (A_2B_2)$, $B_0 = a_3 \cap c_3 = (A_{1\infty}C_1) \cap (A_2C_{2\infty})$, $A_0 = (C_1B_1) \cap c_2 = (C_1B_1) \cap (C_{2\infty}B_2)$.

$\{A_{1\infty}B_1C_1; A_2B_2C_{2\infty}; S, u \equiv (A_0B_0C_0)\}$ — шукана конфігурація.

Задача 7. *Побудувати конфігурацію Дезарга, для якої дві відповідні вершини (A_1 і A_2) дезаргових трикутників ($A_1B_1C_1$ та $A_2B_2C_2$) є невласними точками ($A_1 \equiv A_{1\infty}$, $A_2 \equiv A_{2\infty}$).*

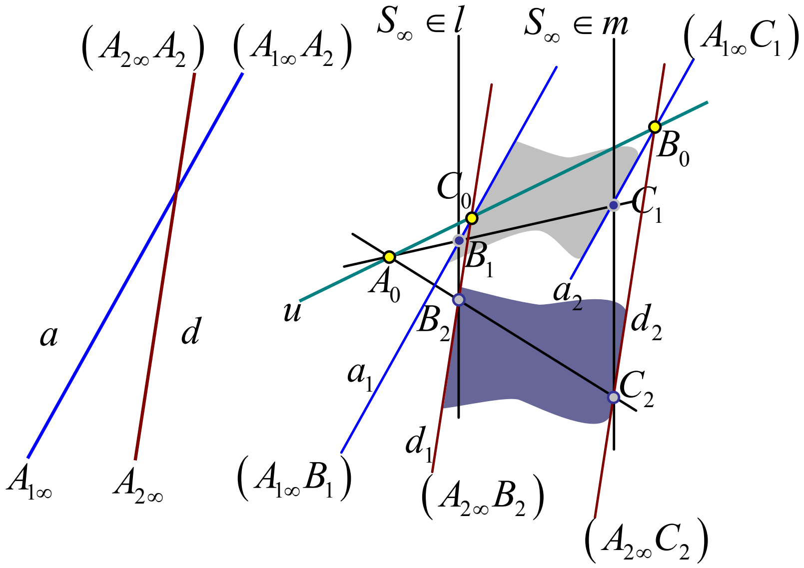


Рис. 6: до конфігурації Дезарга, коли дві *відповідні* вершини дезаргових трикутників є невласними точками

Вказівки до одного з можливих способів розв'язання.

1) Задамо на площині $\overline{R_2}$ невласні точки $A_1 \equiv A_{1\infty}$ і $A_2 \equiv A_{2\infty}$ дезаргових трикутників $A_{1\infty}B_1C_1$ і $A_{2\infty}B_2C_2$ за допомогою власних непаралельних прямих a та d відповідно. Оскільки дезаргова точка S є інцидентною до прямої $(A_{1\infty}A_{2\infty})$, то S є невласною точкою S_∞. *Більше того, власні прямі l та m, що є інцидентними до двох інших пар відповідних вершин дезаргових трикутників, є паралельними.*

2) Оберемо на площині $\overline{R_2}$ пряму u, яка не є паралельною до прямих a і d, та такі точки B_1 і C_1, що пряма (B_1C_1) не є паралельною до жодної з прямих u, a, d.

3) Проведемо через точки B_1 і C_1 прямі a_1 і a_2 паралельно до прямої a. Оскільки u не є паралельною до прямих (B_1C_1) та a, то позначимо точки перетину зазначених нижче пар прямих наступним чином: $A_0 = (B_1C_1) \cap u$, $C_0 = a_1 \cap u$, $B_0 = a_2 \cap u$.

4) Проведемо через точки C_0 і B_0 прямі $d_1 \equiv (A_{2\infty}C_0)$ і $d_2 \equiv (A_{2\infty}B_0)$ паралельно до прямої d. Тоді точки B_2 і C_2 належать (є інцидентними) прямим d_1 і d_2 відповідно.

5) Оберемо на прямій $d_1 \equiv (A_{2\infty}C_0)$ точку B_2, яка не співпадає з точкою C_0 та не належить (B_1C_1). Оскільки $d_1 || d_2$, то пряма (A_0B_2) перетинає пряму d_2 у шуканій точці C_2.

$\{A_{1\infty}B_1C_1; A_{2\infty}B_2C_2; u \equiv (A_0B_0C_0)\}$ — шукана конфігурація.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234879

3. Про «відновлення» елементів дезаргової конфігурації

Добре відомо (напр. [17], [9]), що конфігурація Дезарга (всі точки якої є власними точками) має наступні властивості:

1^0. Якщо будь-яку з **10** точок конфігурації Дезарга обрати за дезаргову точку (центр Дезарга), то (у цій конфігурації) **однозначно** визначаються дезаргові трикутники і дезаргова пряма (вісь Дезарга).

2^0. Якщо будь-яку з **10** прямих конфігурації Дезарга обрати за дезаргову пряму (вісь Дезарга), то (у цій конфігурації) **однозначно** визначаються дезаргові трикутники і дезаргова точка (центр Дезарга).

Слід також відзначити, що М.І. Кованцов розробив декілька правил-схем, за допомогою яких можна знаходити всі елементи дезаргової конфігурації, якщо задано деякі з них (напр. [9], С. 107–108 або ж [16], С. 63–65).

Не важко перевірити, що для конфігурації Дезарга на площині, всі точки якої є власними точками, існує точно **20** тривершинників, вершинами і сторонами яких є точки і прямі такої конфігурації. Більше того, має місце й наступна маловідома властивість конфігурації Дезарга (напр. [5], С. 45–46)

3^0. Якщо будь-який з **20** тривершинників, вершинами і сторонами якого є точки і прямі конфігурації Дезарга, обрати за дезарговий трикутник, то (у цій конфігурації) **однозначно** визначаються другий дезарговий трикутник, дезаргова пряма (вісь Дезарга) і дезаргова точка (центр Дезарга).

З урахуванням зазначеного, можна виділити наступні ключові задачі на відновлення елементів дезаргової конфігурації, в якій кожна точка є власною.

Задача 8. *Беручи довільну точку* (будь-яку з 10) *конфігурації Дезарга за дезаргову точку* S, *знайти* (у цій конфігурації) *дезаргові трикутники* $A_1B_1C_1$ *і* $A_2B_2C_2$ (вершини яких є точками конфігурації) *та пряму* u (з числа 10 прямих конфігурації), *для яких ця конфігурація буде конфігурацією Дезарга з центром* S *та віссю* u.

Задача 9. *Беручи довільну пряму* (будь-яку з 10) *конфігурації Дезарга за дезаргову пряму* u, *знайти* (у цій конфігурації) *дезаргові трикутники* $A_1B_1C_1$ *і* $A_2B_2C_2$ (вершини яких є точками конфігурації) *та точку* S (з числа 10 точок конфігурації), *для яких ця конфігурація буде конфігурацією Дезарга з віссю* u *та центром* S.

Задача 10. *Беручи довільний тривершинник* (будь-який з 20), *вершинами і сторонами якого є точки і прямі конфігурації Дезарга, за дезарговий трикутник* $A_1B_1C_1$, *знайти* (у цій конфігурації) *другий дезарговий трикутник* $A_2B_2C_2$ (вершини якого є точками конфігурації), *дезаргову пряму* u *та дезаргову точку* S (з числа 10 прямих і 10 точок конфігурації), *для яких ця конфігурація буде конфігурацією Дезарга з віссю* u *та центром* S.

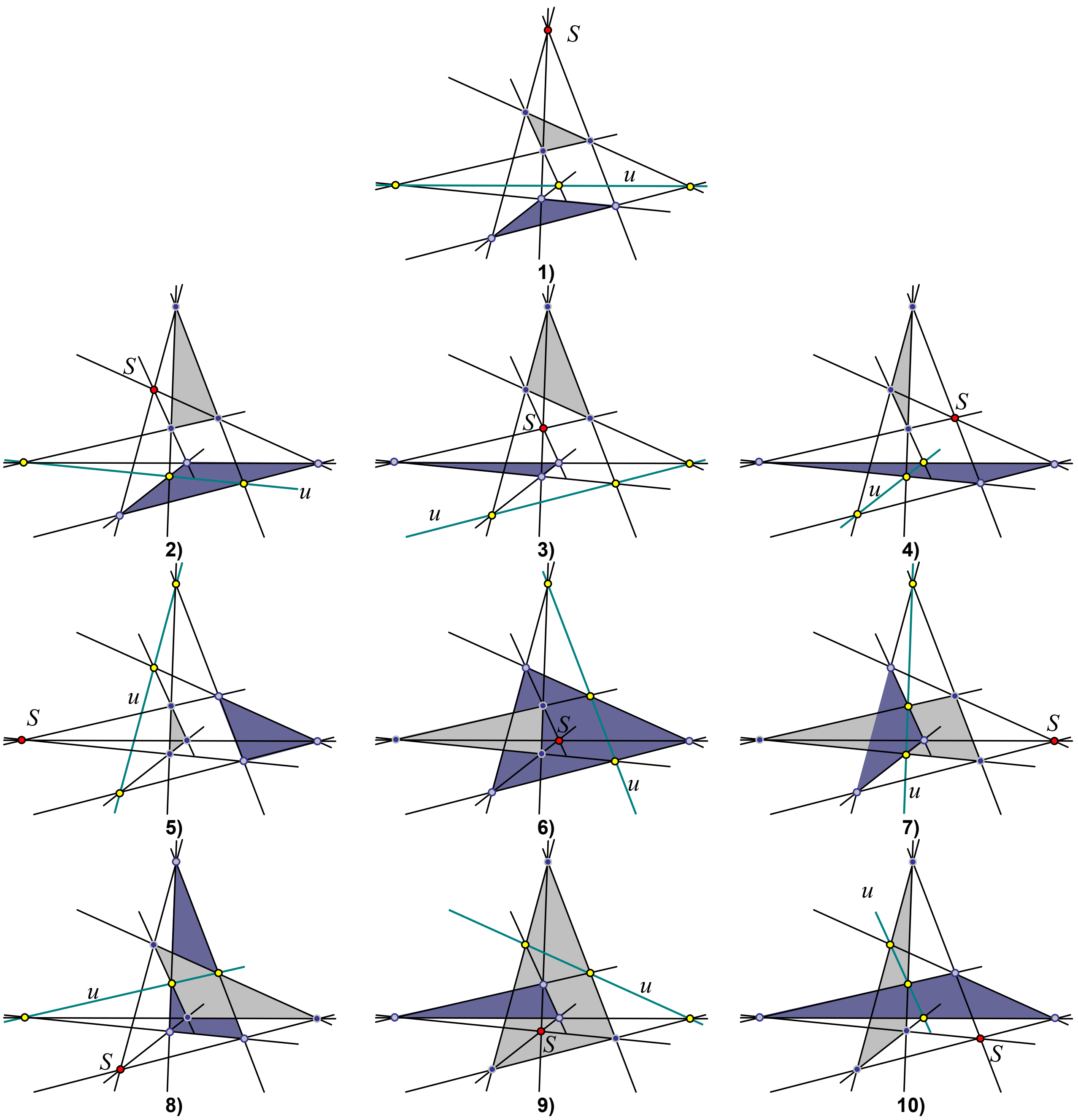


Рис. 7: до задач 8, 9 і 10 — відповідні дезаргові трикутники, центр та пряма

На рис. 7 в явному вигляді наведено відповідні розв'язки задач 8, 9 та 10 — «результати відновленя» відповідних невідомих елементів фіксованої дезаргової конфігурації $\{A_1B_1C_1; A_2B_2C_2; S, u \equiv (A_0B_0C_0)\}$ (з урахуванням позначень на рис. 1) для випадків коли:

1) в якості дезаргової точки обрано точки $S, A_1, B_1, C_1, A_0, C_0, B_0, A_2, B_2, C_2$ — конфігурації $1), \ldots, 10)$ відповідно на рис. 7;

2) в якості дезаргової прямої обрано прямі $(A_0C_0B_0)$, $(A_0B_2C_2)$, $(A_2C_2B_0)$, $(A_2B_2C_0)$, (SA_1A_2), (SC_1C_2), (SB_1B_2), $(A_0B_2C_2)$, $(A_1C_1B_0)$, $(A_1B_1C_0)$ — конфігурації $1), \ldots, 10)$ відповідно на рис. 7;

3) в якості дезаргового трикутника обрано трикутники $A_1B_1C_1$ (або ж $A_2B_2C_2$), SB_1C_1 (або ж $A_2C_0B_0$), SA_1C_1 (або ж $B_2C_0A_0$), SA_1B_1 (або ж $C_2B_0A_0$), $B_1B_2C_0$ (або ж $C_1B_0C_2$), $B_1A_0B_2$ (або ж $A_1B_0A_2$), $C_1A_0C_2$ (або ж $A_1C_0A_2$), $A_1C_0B_0$ (або ж SB_2C_2), SA_2C_2 (або ж $B_1C_0A_0$), SA_2B_2 (або ж $C_1B_0A_0$) — конфігурації $1), \ldots, 10)$ відповідно на рис. 7.

Зауваження 6. *Відсутність позначень для вершин дезаргових трикутників та точок (на дезарговій прямій) перетину відповідних сторін на рис. 7 не є випадковою. Бо основний акцент в задачах 8, 9 і 10, як ілюстрацій до відповідних властивостей 1^0–3^0, було зроблено на відшуканні невідомих елементів (конфігурації) як геометричних фігур, які з точністю до перепозначень або при відсутності позначень взагалі, визначаються однозначно.*

Крім того, з досвіду самостійної роботи студентів над задачами 8, 9 і 10 з однаковою умовою (конфігурацією та одним з її дезаргових елементів: точки, прямої або ж трикутника), слід відзначити, що відмінність у відновленнях позначень для точок конфігурації не раз ставала приводом для дискусій щодо «правильності» знайденого розв'язку.

З урахуванням зазначеного, автори переконані в тому, що вкрай важливими є й задачі на **відновлення позначень** для фіксованої конфігурації Дезарга (всі точки якої є власними) за умов фіксації позначень одного з її елементів: дезаргової точки, дезаргової прямої або ж дезаргового трикутника. З урахуванням властивостей 1^0–3^0, коректність постановки зазначеного типу задач не викликає сумнівів, а самі задачі (за своєю суттю) є уточненням задач 8, 9 і 10 шляхом їх доповнення завданням комбінаторного характеру: «Скільки розв'язків має задача з урахуванням можливих позначень?».

Як з'ясувалося, кожна із таких задач, з урахуванням можливих позначень, має точно **12 різних розв'язків** — рис. 8. Пояснимо останнє:

1) центр Дезарга визначається однозначно, тому його буде позначено як S;

2) оскільки дезаргова пряма визначається однозначно, а точки на ній слід позначати через A_0, B_0 і C_0, то існує $3! = 6$ способів для позначення точок на осі Дезарга;

3) оскільки дезаргові трикутники визначається однозначно, то їх вершини слід позначати через $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ або ж навпаки; крім того, оскільки точки конфігурації на дезарговій осі вже позначено через A_0, B_0 і C_0, то індекси вершин $A_iB_iC_i$ кожного з трикутників визначаються однозначно, бо $A_0 \in (B_iC_i)$, $B_0 \in (A_iC_i)$ та $C_0 \in (A_iB_i)$; тобто існує лише 2 способи для позначення вершин дезаргових трикутників (з точністю до заміни їх індексів).

Отже, існує лише 12 способів для відновлення позначень на дезарговій конфігурації з фіксованим дезарговим елементом.

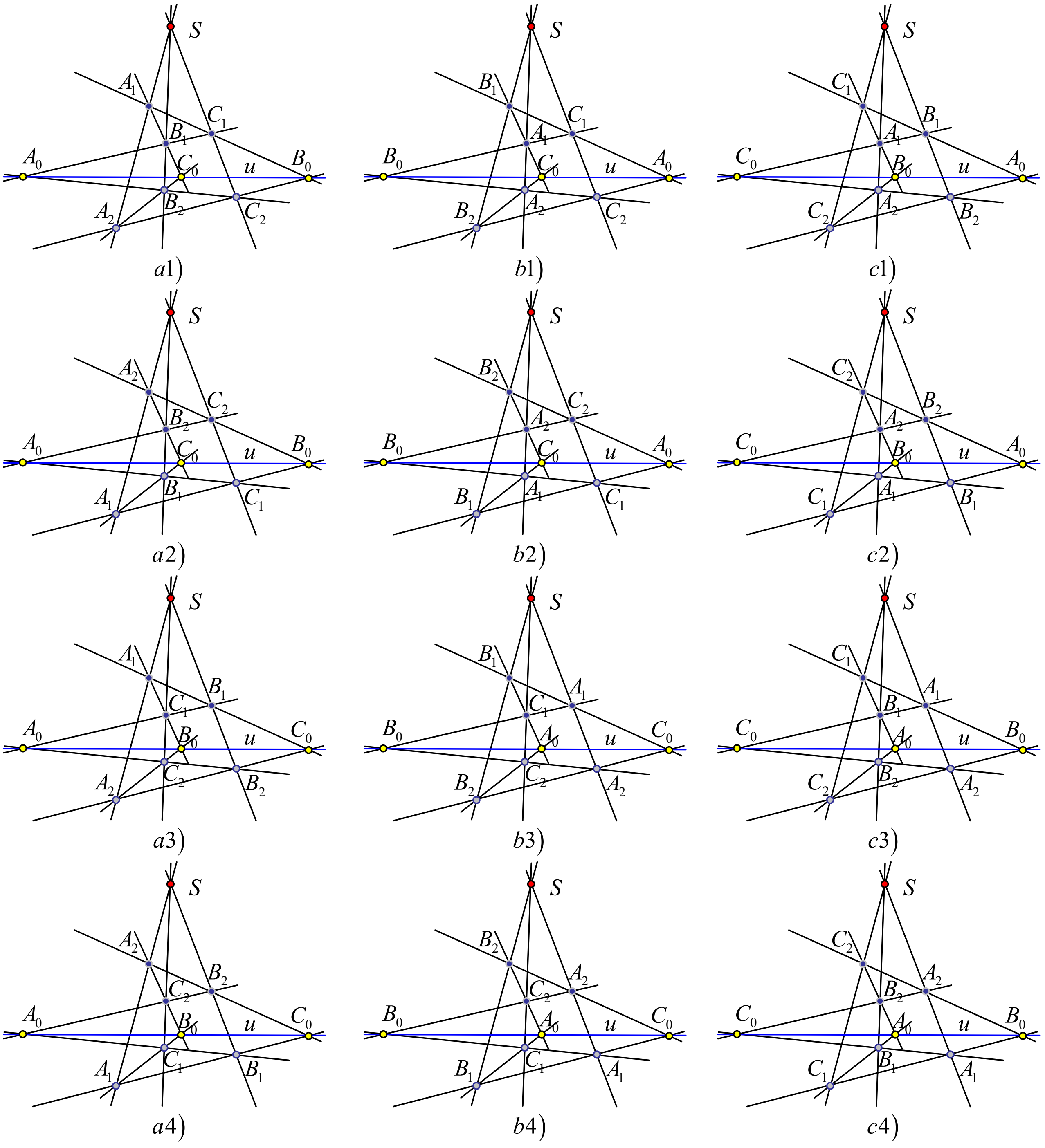


Рис. 8: всі з 12 можливих позначень точок певної конфігурації Дезарга **з фіксованим дезарговим елементом** (точкою / прямою / трикутником)

4. Теореми Дезарга в термінах евклідової геометрії

Маємо своїм приємним обов'язком відзначити, що в підручнику з геометрії (профільний рівень) для 10 класу ([10], С. 33–35) автори звертають увагу на значенні просторової теореми Дезарга для побудови зображень перерізів многогранників та знайомлять учнів з формулюванням теореми Дезарга в термінах проективної геометрії.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234879

І хоча формулювання зазначеної теореми в термінах проективної геометрії є яскравим прикладом одночасної лаконічності та змістовної ємності в математиці, проте, оскільки учням не є знайомими поняття *невласних елементів розширеної евклідової площини*, то при ознайомленні учнів (та студентів педагогічних спеціальностей — майбутніх вчителів математики) з теоремою Дезарга важливо наголосити на тому, що в термінах (евклідової геометрії) шкільного курсу геометрії, ця теорема містить шість випадків-тверджень, які можна викласти, наприклад, наступним чином

Пряма теорема Дезарга. *Нехай дано* $\triangle\, A_1B_1C_1$ *та* $\triangle\, A_2B_2C_2\,.\ \ldots$

Теорема 1.1. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, перетинаються в одній точці та жодна з пар прямих, які містять відповідні сторони трикутників не є паралельними, то точки їх перетину належать одній прямій.* Тобто, якщо
$(A_1A_2)\cap(B_1B_2)\cap(C_1C_2)=S\,;\ A_0=(B_1C_1)\cap(B_2C_2)\,,\ B_0=(A_1C_1)\cap(A_2C_2)\,,$
$C_0=(A_1B_1)\cap(A_2B_2)\,$, то $A_0\in(B_0C_0)$ — рис. 9 a).

Теорема 1.2. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, є попарно паралельними та жодна з пар прямих, які містять відповідні сторони трикутників не є паралельними, то точки їх перетину належать одній прямій.* Тобто, якщо
$(A_1A_2)||(B_1B_2)\,,\ (B_1B_2)||(C_1C_2)\,,\ (C_1C_2)||(A_1A_2)\,;\ A_0=(B_1C_1)\cap(B_2C_2)\,,$
$B_0=(A_1C_1)\cap(A_2C_2)\,,\ C_0=(A_1B_1)\cap(A_2B_2)\,$, то $A_0\in(B_0C_0)$ — рис. 9 b).

Теорема 1.3. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, перетинаються в одній точці та лише дві з відповідних сторін трикутників є паралельними, то пряма, що проходить через точки перетину двох інших пар прямих (які містять відповідні сторони трикутників), є паралельною до кожної з паралельних сторін трикутників.* Тобто, якщо
$(A_1A_2)\cap(B_1B_2)\cap(C_1C_2)=S\,;\ A_0=(B_1C_1)\cap(B_2C_2)\,,\ C_0=(A_1B_1)\cap(A_2B_2)\,,$
$(A_1C_1)||(A_2C_2)\,$, то $(A_0C_0)||(A_1C_1)$ і $(A_0C_0)||(A_2C_2)$ — рис. 9 c).

Теорема 1.4. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, є попарно паралельними та лише дві з відповідних сторін трикутників є паралельними, то пряма, що проходить через точки перетину двох інших пар прямих (які містять відповідні сторони трикутників), є паралельною до кожної з паралельних сторін трикутників.*
Тобто, якщо
$(A_1A_2)||(B_1B_2)\,,\ (B_1B_2)||(C_1C_2)\,,\ (C_1C_2)||(A_1A_2)\,;$
$A_0=(B_1C_1)\cap(B_2C_2)\,,\ C_0=(A_1B_1)\cap(A_2B_2)\,,\ (A_1C_1)||(A_2C_2)\,$, то
$(A_0C_0)||(A_1C_1)$ і $(A_0C_0)||(A_2C_2)$ — рис. 9 d).

Теорема 1.5. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, перетинаються в одній точці та дві сторони одного з трикутників є попарно паралельними до двох відповідних сторін другого трикутника, то й треті відповідні сторони трикутників є паралельними.*
Тобто, якщо $(A_1A_2)\cap(B_1B_2)\cap(C_1C_2)=S$; $(A_1B_1)||(A_2B_2)$, $(A_1C_1)||(A_2C_2)$, то $(B_1C_1)||(B_2C_2)$ — рис. 9 e).

Теорема 1.6. *Якщо три прямі, що проходять через відповідні вершини трикутників, є попарно паралельними та дві сторони одного з трикутників є попарно паралельними до двох відповідних сторін другого трикутника, то й треті відповідні сторони трикутників є паралельними.*
Тобто, якщо $(A_1A_2)||(B_1B_2)$, $(B_1B_2)||(C_1C_2)$, $(C_1C_2)||(A_1A_2)$; $(A_1B_1)||(A_2B_2)$, $(A_1C_1)||(A_2C_2)$, то $(B_1C_1)||(B_2C_2)$ — рис. 9 f).

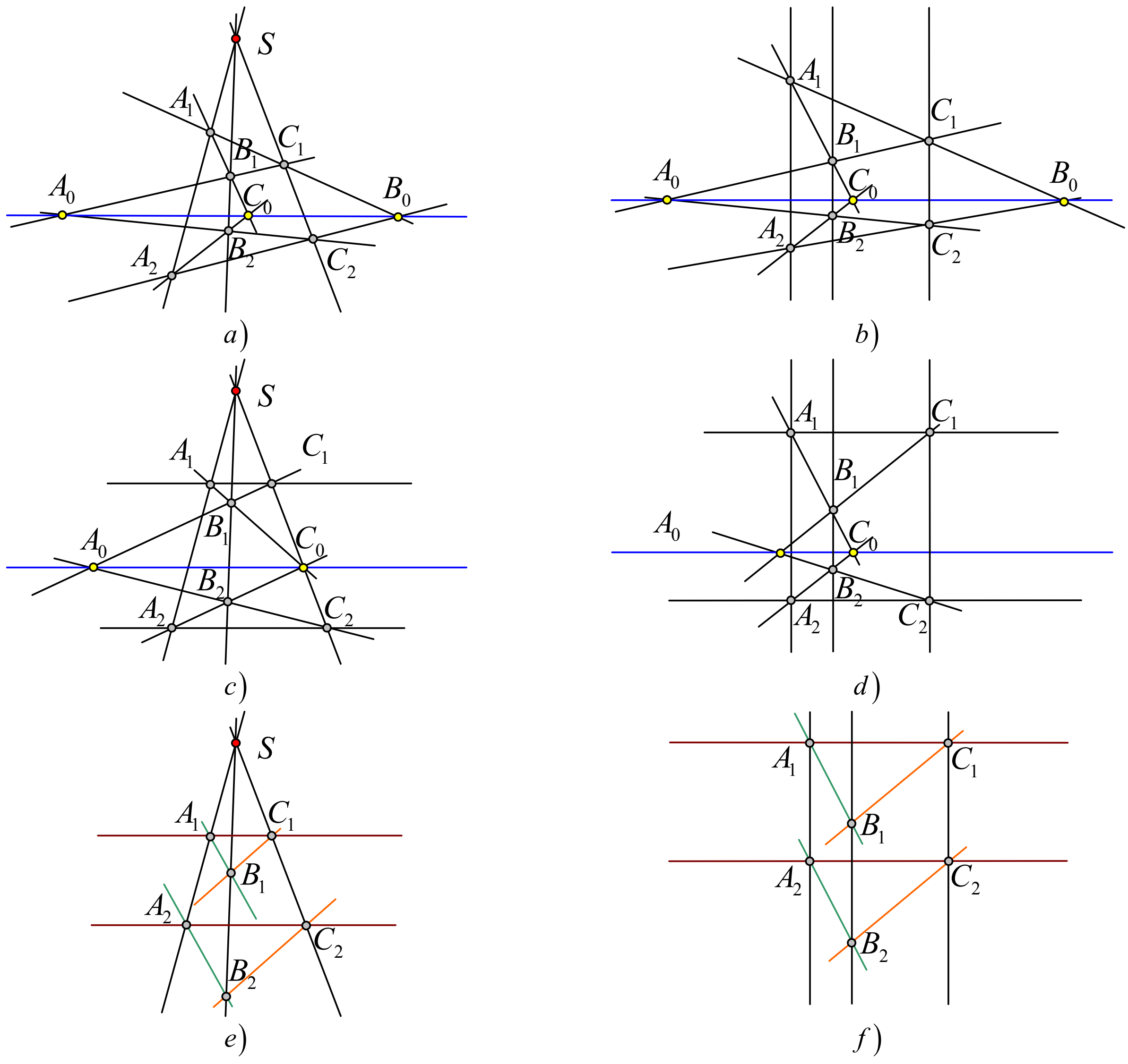


Рис. 9: до частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга

Традиційно, в більшості існуючих підручників, посібників та збірниках задач, частинні випадки та обернені твердження (пов'язані з теоремою Дезарга) в термінах евклідової геометрії пропонують читачеві сформулювати самостійно. Не можна не погодитися з важливістю самостійного виконання зазначеного типу задач та переоцінити їх значення в контексті формування відповідних компетентностей. Проте автори вважають своїм обов'язком, принаймні задля цілісності викладу матеріалу та спроби забезпечення належного рівня сформованості відповідних результатів навчання у студентів, навести формулювання (в термінах евклідової геометрії) частинних випадків-тверджень для оберненої теореми Дезарга.

Обернена теорема Дезарга. *Нехай дано* $\triangle\, A_1B_1C_1$ *та* $\triangle\, A_2B_2C_2$ . ...

Теорема 2.1. *Якщо три точки перетину прямих, що містять відповідні сторони трикутників, належать одній прямій та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників не є паралельними (перетинаються в певній точці), то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, проходить через зазначену точку.*

Тобто, якщо

$A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, $B_0 = (A_1C_1) \cap (A_2C_2)$, $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$ і $A_0 \in (B_0C_0)$, то $(A_1A_2) \cap (B_1B_2) \cap (C_1C_2) = S$ — рис. 9 a) .

Теорема 2.2. *Якщо три точки перетину прямих, що містять відповідні сторони трикутників, належать одній прямій та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників є паралельними, то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, є паралельною до кожної із останніх зазначених паралельних прямих.*

Тобто, якщо

$A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, $B_0 = (A_1C_1) \cap (A_2C_2)$, $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$, $A_0 \in (B_0C_0)$, $(A_1A_2)||(B_1B_2)$, то $(C_1C_2)||(A_1A_2)$, $(C_1C_2)||(B_1B_2)$ — рис. 9 b) .

Теорема 2.3. *Якщо лише дві з відповідних сторін трикутників є паралельними, а пряма, яка проходить через точки перетину прямих, що містять інші відповідні сторони трикутників, є паралельною до кожної з паралельних сторін трикутників та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників не є паралельними (перетинаються в певній точці), то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, проходить через зазначену точку.*

Тобто, якщо

$A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, $C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$, $(A_1C_1)||(A_2C_2)$, $(A_0C_0)||(A_1C_1)$, $(A_0C_0) \parallel (A_2C_2)$ та $(A_1A_2) \nparallel (B_1B_2)$, то $(A_1A_2) \cap (B_1B_2) \cap (C_1C_2) = S$ — рис. 9 c) .

Теорема 2.4. *Якщо лише дві з відповідних сторін трикутників є паралельними, а пряма, яка проходить через точки перетину відповідних прямих трикутників (що містять інші відповідні сторони трикутників), є паралельною до кожної з паралельних сторін трикутників та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників, є паралельними, то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, є паралельною до кожної із останніх зазначених паралельних прямих.*

Тобто, якщо $A_0 = (B_1C_1) \cap (B_2C_2), C_0 = (A_1B_1) \cap (A_2B_2), (A_1C_1)||(A_2C_2)$, $(A_0C_0)||(A_1C_1)$, $(A_0C_0)||(A_2C_2)$ та $(A_1A_2)||(B_1B_2)$, то $(C_1C_2)||(A_1A_2)$, $(C_1C_2)||(B_1B_2)$ — рис. 9 d).

Теорема 2.5. *Якщо кожна пара прямих, що містять відповідні сторони трикутників, є паралельними та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників не є паралельними (перетинаються в певній точці), то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, проходить через зазначену точку.*

Тобто, якщо $(B_1C_1)||(B_2C_2)$, $(A_1C_1)||(A_2C_2)$, $(A_1B_1)||(A_2B_2)$ і $(A_1A_2) \nparallel (B_1B_2)$, то $(A_1A_2) \cap (B_1B_2) \cap (C_1C_2) = S$ — рис. 9 e).

Теорема 2.6. *Якщо кожна пара прямих, що містять відповідні сторони трикутників, є паралельними та дві прямі, які проходять через відповідні вершини трикутників, є паралельними, то пряма, яка проходить через третю пару відповідних вершин трикутників, є паралельною до кожної із останніх зазначених паралельних прямих.*

Тобто, якщо $(B_1C_1)||(B_2C_2)$, $(A_1C_1)||(A_2C_2)$, $(A_1B_1)||(A_2B_2)$ і $(A_1A_2)||(B_1B_2)$, то $(C_1C_2)||(A_1A_2)$, $(C_1C_2)||(B_1B_2)$ — рис. 9 f).

Зауваження 7. *Очевидно, що наведену низку тверджень доцільно використовувати (принаймні під час первинних уявлень та умовиводів) в якості відповідних ознак: «приналежності трьох точок одній прямій», «перетину трьох прямих в одній точці», «паралельності прямих» тощо.*

Зауваження 8. *Наведена низка частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга на площині в термінах евклідової геометрії аж ніяк не претендує на оригінальність. З іншими підходами до формулювань цих тверджень можна ознайомитися, наприклад, в [11], С. 44; [12], С. 26. Основна ж мета наведених тверджень — цілісність та повнота матеріалу, одним з основних призначень якого є ідейна основа для можливих їх застосувань до розв'язання широкого кола задач на побудову, зокрема з недосяжними точками.*

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234879

Прикінцеві зауваження

Добре відомо (напр. [3], С. 169-170; [13], С. 199–201; [17], С. 98–101), що один з традиційних підходів до доведення прямої та оберненої теорем Дезарга полягає у наступному: спочатку доводяться «просторові варіанти» (коли тривершинники належать різним непаралельним площинам) прямої та оберненої теорем Дезарга; потім на підставі «просторових варіантів» та шляхом розгляду допоміжної площини доводяться пряма та обернена теореми Дезарга на площині. Як зазначається в [14], особливістю способу доведення просторового варіанту теореми Дезарга є наступне: «*Доказательство, получается только из внимательного рассмотрения чертежа и установления определенных, следующих из этого выводов. Теорема Дезарга прекрасно иллюстрирует мысль о том, что значит и как важно уметь смотреть на чертеж и видеть по возможности все то, что на нем изображено. ... Следует еще отметить, что все доказательство не выходит за пределы совершенно элементарных соображений, доступных всем изучающим стереометрию.*»

Слід також відзначити, що «просторовий варіант» теореми Дезарга є узагальненням добре відомого твердження зі шкільного курсу стереометрії: «Якщо трикутну піраміду з основою ABC перетнути (січною) площиною γ паралельно до площини (ABC), то в перерізі одержимо $\triangle A'B'C'$, подібний до $\triangle ABC$ та гомотетичний до нього» (більш детально — в [14], С. 46–47).

Крім того, «просторовий варіант» теореми Дезарга є однією з найважливіших теорем нарисної геометрії, на її основі розв'язується широке коло задач проекційного креслення та на побудову зображень в стереометрії.

Особливо цікавими є дослідження Д. Гільберта [4] щодо ролі теореми Дезарга для побудови систем аксіом проективної площини та проективного простору (напр. [5], С. 276–280; [16], С. 56). Проте мусимо відзначити, що М.І. Кованцов (в [9], С. 109) звертає увагу на те, що така роль має випадковий характер, бо при побудові проективної геометрії на іншій системі аксіом (наприклад, коли в основу покладено систему аксіом лінійного простору) ця роль може й не виявитись.

Висновки

Таким чином в представленій статті:

— виокремлено низку властивостей конфігурації Дезарга з невласними елементами на розширеній евклідовій площині;

— наведено алгоритми (можливі способи) розв'язання до п'яти найбільш типових задач на побудову конфігурації Дезарга з невласними елементами (за винятком першої з них) за принципом мінімальності числа невласних її елементів;

— для кожної з **трьох** ключових задач на відновлення елементів конфігурації Дезарга (10 точок якої є власними) в явному вигляді наведено їх розв'язки;
— за умов фіксації літер алфавіту та наборів відповідних індексів, наведено всі **дванадцять** з можливих розв'язків кожної із зазначених вище задач (всіх можливих позначень точок певної конфігурації Дезарга за умов обрання-фіксації дезаргової точки, прямої або ж трикутника);
— наведено формулювання (в певному сенсі всіх) частинних випадків прямої та оберненої теорем Дезарга на площині в термінах евклідової геометрії.

На думку авторів цілком досяжними є дослідження та систематичний виклад випадків, коли у дезаргових трикутників співпадають вершини або сторони. А, з урахуванням результатів роботи [8] та розгалуженості можливих випадків (на підставі довільності вибору певних точок та/або прямих), цікавим також здається як сам алгоритм, так і його програмна реалізація для побудови конфігурації Дезарга на площині.

Література

1. *Аргунов Б.И., Скорняков Л.А.* Конфигурационные теоремы. — М. : ГИТТЛ, 1957. — 44 с.
2. *Атанасян Л.С., Базылев В.Т.* Геометрия. Учеб. пос. для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч. 2. — М. : Просвещение, 1987. — 352 с.
3. *Боровик В.Н., Яковець В.П.* Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. Суми : ВТД «Університетська книга», 2004. 464 с.
4. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М., Л. : ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. — 491 с.
5. *Глаголев Н.А.* Проективная геометрия / Н.А. Глаголев; под ред. проф. Глаголева А. А. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Высш. шк., 1963. — 344 с.
6. *Заїка О.В.* Базові задачі в курсі проективної геометрії. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2011. №(11). С. 15–23.
7. *Заїка О.В.* Методична система навчання проективної геометрії в педагогічних університетах: дис. ... кан.пед.наук: 13.00.02 / Заїка Оксана Володимирівна; НПУ імені М.П. Драгоманова. К., 2013. 257 с.
8. *Иващенко А.В., Знаменская Е.П.* Варианты последовательностей построения конфигурации Дезарга // Вестник МГСУ. 2016. № 9. С. 130-139. DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9.130-139
9. *Кованцов М.І.* Проективна геометрія. — К. : Вища школа, 1985. — 367 с.
10. *Мерзляк А.Г.* Геометрія : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 240 с.

11. *Певзнер Л.С.* Проективная геометрия. М. : Просвещение, 1980. — 128 с.
12. *Певзнер С.Л., Цаленко М.М.* Задачник-практикум по проективной геометрии. — М. : Просвещение, 1982. — 80 с.
13. *Погорелов А.В.* Геометрия. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. — 288 с.
14. *Потоцкий М.В.* Что изучает проективная геометрия? — М. : Просвещение, 1982. — 80 с.
15. *Семенець С.П., Семенець Л.М.* Проективні перетворення площини. Теорема Паскаля // Проблеми освіти: Наук.-метод. зб. — 2004. — №37. — С. 61-66.
16. *Сергунова О.П., Котлова В.М.* Практикум з проективної геометрії. — К. : Вища школа, 1977. — 192 с.
17. *Четверухин Н.Ф.* Проективная геометрия. Учебник для педагогических институтов. — М. : Просвещение, 1969. — 368 с.

O.A. Kadubovskyi, O.V. Sokolova, A.O. Shulgina
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

On problems for the Desargues configuration with improper elements and related issues

This article covers didactic and methodological aspects of studying Desargues configuration (in particular with improper elements) on the plane.

The authors have identified a number of properties of the Desargues configuration with improper elements on the extended Euclidean plane. Algorithms (possible methods) for solving up to five of the most typical problems for constructing the Desargues configuration with improper elements (with the exception of the first one) are given according to the principle of the minimum number of improper elements. For each of the three key problems for restoring elements of the Desargues configuration (all 10 points of which are proper) solutions are explicitly given; under the conditions of fixing the letters of the alphabet and sets of corresponding indices, all twelve possible solutions to each of the above problems are given (possible designations of points of a certain Desargues configuration, provided that a Desargues centre, a Desargues axis, or a Desargues triangle is chosen).

In addition, the authors give formulations (in some sense, of all) special cases of direct and inverse Desargues theorems on the plane in terms of Euclidean geometry.

Keywords: *projective plane, Desargues theorem on the plane, Desargues configuration on the plane, improper elements.*

УДК 378.094

Долінська Л.В., Ковальчук В.В.

[1] *кандидат педагогічних наук, Одеський коледж комп'ютерних технологій ОДЕКУ*

e-mail: lslvvvas@ukr.net, ORCID 0000-0002-8763-1977

[2] *доктор фізико-математичних наук, професор, Одеський коледж комп'ютерних технологій ОДЕКУ*

e-mail: lslvvvas@ukr.net, ORCID 0000-0001-7460-8092

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У ГУМАНІТАРНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ: КОМПЕТЕНТНІСТЬ ФАХІВЦІВ У ЗАКЛАДАХ ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ

Робота присвячена дослідженню професійної компетентності фахівців в системі освітнього середовища закладу фахової передвищої освіти. Підкреслено, що розробка і обґрунтування педагогічних умов є надзвичайно важливим етапом досліджень.

Ключові слова: *компетентності, педагогічні умови, фахівці*

Вступ

Реформування української освіти сьогодні відбувається шляхом оновлення державних стандартів, удосконалення змісту освіти через модернізацію існуючих освітніх програм, навчальних планів. Це, у свою чергу, підвищує вимоги до професійного рівня педагогічних і науково-педагогічних працівників. У світовій та вітчизняній практиці посилення кадрового потенціалу викладачів реалізовується через концепцію компетентнісного підходу, тобто вдосконалення складових професійної компетентності. Тому розробка і обґрунтування педагогічних умов професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища закладу фахової передвищої освіти (далі — ЗФПО) (якими є коледжі, технікуми) є надзвичайно актуальною задачею.

Досягнення зазначеної мети зумовлює наступну постановку задачі дослідження: виявити і теоретично обґрунтувати компоненти, критерії, показники і рівні розвитку професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища ЗФПО.

Основна частина

З метою виявлення і теоретичного обґрунтування компонентів, критеріїв, показників і рівнів розвитку професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища ЗФПО запропонована: структура, зміст та логіка організації проведення педагогічного дослідження; методика діагностики сформованості професійної компетентності фахівців технічного профілю в означеній системі; отримані кількісні результати попереднього стану розвитку компетентності [1].

Відповідно до розробленого плану, педагогічний експеримент тривав протягом 2014—2019 рр. і охоплював послідовні етапи науково-педагогічного пошуку. На першому (констатувальному) етапі сформульовано тему і завдання дослідження, відібрані учасники експерименту, обрано бази дослідження (експериментальна платформа), підібрані тести, питання для анкетування та опитування респондентів, створені індивідуальні картки та інші засоби діагностики. У педагогічному експерименті приймають участь викладачі з шести ЗФПО Одеси, Харкова, Черкас, Києва. Загальна кількість учасників експерименту складає 371 особу. Диференціювання на групи здійснювалося шляхом проведення опитування, анкетування, тестування. Це дозволило виявити: а) володіння основами педагогіки, психології, дидактики, елементами педагогічної іноватики, навичками проведення педагогічного моніторингу; б) знання теорії та наявність практичних навичок організації і проведення виховних заходів; в) рівень мотивації вибору професії педагога тощо. Сформовані дві групи викладачів технічного профілю, які демонстрували приблизно однакові результати на констатувальному етапі експерименту: експериментальна група (далі – ЕГ) — 185 учасників, та контрольна (далі – КГ) — 186 особи.

Проведений на попередньому етапі зріз, засвідчив, що більшість респондентів ЕГ (78%) та КГ (71,5%) нечітко розуміють важливість теоретико-інформаційної підготовки щодо підвищення професійної компетентності в системі освітнього середовища ЗФПО.

Обізнаність викладачів обох груп щодо сутності та особливостей діяльнісно-практичної роботи обмежується лише власним досвідом, отриманим під час навчання в закладі вищої освіти (81%).

Відсутність знань до вироблення власної системи ідеалів, переконань, поглядів, що стосуються педагогічної діяльності, виявили майже 76% респондентів; потребу до виконання виховних дій проявили 34% опитаних; принципами самовдосконалення керуються у своїх діях 37% викладачів; таке поняття, як рівень педагогічної майстерності був зрозумілим лише 22% фахівців (мотиваційно-ціннісний компонент [2]).

Відповідно до виокремлених компонентів розвитку професійної компетентності, які є найбільш динамічними в системі освітнього середовища коледжу (теоретико-інформаційний, діяльнісно-практичний, мотиваційно-ціннісний), було визначено наступні критерії: когнітивний, діяльнісний, мотиваційний, а також їх показники, які представлені у табл. 1 [3].

<table>
<tr><th>Компо-ненти</th><th>Критерії (засіб оцінювання)</th><th colspan="2">Показники</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Теоретико-інформаційний</td><td rowspan="3">Когнітивний тести на оцінювання знань з основ педагогіки, дидактики, психології</td><td>знання основ педагогіки, психології, дидактики, методики викладання фахових дисциплін; розуміння особливостей педагогічної роботи, принципів та методів педагогіки</td><td>здатність до інтелектуальних дій і розумових операцій, що є необхідними для опрацювання інформації (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, систематизація, встановлення причинно-наслідкових зв’язків)</td></tr>
<tr><td>володіння методами, прийомами та підходами, що розширюють власний науковий та науково-методичний світогляд</td><td>володіння особливостями самовдосконалення, здатність до творчого вирішення складних проблемних завдань</td></tr>
<tr><td>винахідливість, трансформація набутих знань, вміння зосереджуватись на виконанні професійних завдань</td><td>знання способів та методів самостійного отримання та фіксації інформації, моделювання складових освітньої діяльності</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Мотиваційно-ціннісний</td><td rowspan="2">Мотиваційний (тести на мотивацію особистості щодо професії педагога)</td><td>розуміння необхідності та важливості підвищення рівня фахової і освітньої компетентності</td><td>бажання виконувати педагогічну роботу (високий соціальний статус; визнання та повага людей тощо)</td></tr>
<tr><td>розвиненість позитивних психолого-педагогічних якостей особистості (любов, милосердя)</td><td>соціальна активність щодо впровадження позитивних змін у суспільство</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Діяльнісно-практичний</td><td rowspan="3">Діяльнісний (анкетування, аналіз відгуків наставників, наукових керівників, презентації, звіти)</td><td>адекватна оцінка результатів пізнавальної і виховної роботи</td><td>володіння методами організації та проведення виховних заходів, а також самоосвітньої діяльності</td></tr>
<tr><td>вміння підготувати презентацію-звіт про результати проведення організаційно-педагогічної роботи</td><td>готовність до активної співпраці зі студентами, методичного та професійно-педагогічного спрямування</td></tr>
<tr><td>вміння працювати у складі динамічної педагогічної та наукової пари</td><td>інтерес і зацікавленість до різних аспектів педагогічної діяльності</td></tr>
</table>

Табл. 1: Компоненти, критерії та показники розвитку професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі ЗФПО

Для констатації рівня сформованості теоретико-інформаційного компоненту, використано тести, які мають три категорії складності і створені на основі узагальненого аналізу психолого-педагогічних джерел. З метою визначення рівня розвитку мотиваційно-ціннісного компоненту професійної компетентності, респондентам пропонувалися тести, що орієнтовані на з'ясування характеристик мотивів до роботи.

Шляхом проведення статистичного аналізу (обсяг вибірки — 370 осіб), нами визначена кількість фахівців для яких ключовими мотивами була «педагогічна професія», «педагогічна робота» (47%). Діагностика реальної структури ціннісних орієнтацій особистості здійснювалася шляхом тестування за методикою С. Бубнова. Визначення поведінки особистості, ставлення до себе та оточуючих, а також до виконання професійних обов'язків, використана діагностика векторів спрямованості (спрямованість виявляється в потребі, інтересах, ідеалах, переконаннях, мотивах особистої поведінки та проведення педагогічної роботи). Для визначення діяльнісно-практичного компоненту розроблена і впроваджена у дію методика проведення аудиторних навчальних занять та виховних заходів за оригінальною авторською методикою із залученням досвідчених колег [1].

Нами запропоновано використання наступних рівнів розвитку професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища ЗФПО: репродуктивний рівень; адаптивний; локально-методологічний; системно-моделюючий; системно-моделюючий діяльність і поведінку [2-4].

Висновки

Аналіз результатів на констатувальному етапі дослідження, точок зору досвідчених викладачів, дозволили сформулювати перспективу напрямку роботи: 1) розробити і впровадити експериментальну методику (програму) розвитку професійної компетентності викладачів технічного профілю в систему освітнього середовища ЗФПО; 2) створити методичні рекомендації, що орієнтовані на набуття знань та розширення педагогічного світогляду у фахівців технічного профілю, які є необхідними у процесі проведення організаційно-педагогічної роботи; 3) виокремити ті педагогічні умови, які є необхідними для розвитку професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища ЗФПО.

Література

1. *Dolins'ka L. V.* Pedagogical conditions of training of specialists of the technical profile to carrying out study in higher education shool / L. V. Dolins'ka// European Science Review. «East West» Association for Advanced Studies

and Higher Education GmbH. Vienna (Austria). – 3(4). – 2018. – P. 157-160.
2. *Dolins'ka L.V.* About the synthesis of natural and humanitarian directions / L. V. Dolins'ka, V.V. Kovalchuk, V.G. Vihor // Modern Technologies in Education. Collective Scientific Monogr. Opole: The Academy of Managm & Administr. in Opole. (ISBN 978-83946765-5-1). – 2018. P. 314-326.
3. *Долінська Л.В.* Розвиток професійної компетентності фахівців технічного профілю в системі освітнього середовища коледжу / Л. В. Долінська // Збірник наукових праць «Гуманізація навчально-виховного процесу». Слов'янськ : ДНВЗ «Донбаський державний педагогічний університет». – 2018. – Вип. 1 (87). – С. 22-29
4. *Dolins'ka L. V.* About the use of new scientific ideas in pedagogics / L. V. Dolins'ka, V.V. Kovalchuk, V.G. Vihor // The 8 th International scientific and practical conference «Perspectives of world science and education» (April 22-24, 2020) CPN Publ.Group, Osaka, Japan. – 2020. – P. 547-554

L.V. Dolins'ka, V.V. Kovalchuk
Odessa College of Computer Technology, Odesa, Ukraine.

Mathematical modeling in the humanities: the competence of specialists in institutions of professional higher education

The work is devoted to the study of professional competence of specialists in the educational environment of the institution of professional higher education. It is emphasized that the development and justification of pedagogical conditions is an extremely important stage of research.

Keywords: *competencies, pedagogical conditions, specialists.*

УДК 378.147:004.4

Федоренко О.Г., Осаволюк Е.А., Зима Г.С.

[1] *канд. педагогічних наук, доцент каф. математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: fedorenko.elena1209@gmail.com, ORCID 0000-0002-1897-874X

[2] *студентка 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: ellaosavoluk35@gmail.com, ORCID 0000-0002-6806-3572

[3] *заступник директора, вчитель фізики та інформатики вищої категорії, Райгородоцький ЗЗСО I-III ступенів Миколаївської ОТГ*

e-mail: annastzyma@gmail.com, ORCID 0000-0002-0525-6553

GEOGEBRA НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Розглядається питання підготовки майбутніх учителів математики до застосування GeoGebra в майбутній професійній діяльності. Розглянуто приклади можливого застосування GeoGebra під час вивчення різних тем шкільного курсу математики.

Ключові слова: *сервіс GeoGebra, середня школа, старша школа, майбутні вчителі математики, інформатична компетентність*

Вступ

Використання цифрових технологій в навчанні є розповсюдженим явищем сучасного суспільства. Їх впровадження змінює характер освітнього середовища. Звідси виникають нові вимоги до освітніх систем та методик викладання, у тому числі викладання математики. На ряду з новими вимогами, також, постають питання щодо нових форм і методів навчання майбутніх учителів математики та їх практичної підготовки до майбутньої професії.

Використання прикладного програмного забезпечення навчального призначення у навчальному процесі середньої школи є необхідною умовою сучасності для подальшого розвитку шкільної математичної освіти в Україні.

Зрозуміло, що швидкий розвиток цифрових технологій несе в собі нові можливості. Досягнення в галузі цифрових технологій дозволяють учителям та їх учням досліджувати математичні об'єкти з використанням різних математичних моделей.

Мета статті полягає в розкритті особливостей використання моделей системи динамічної математики GeoGebra на уроках математики в середній школі. Для її досягнення необхідно розглянути функціональні можливості програмного засобу GeoGebra на уроках математики в середній школі.

Основна частина

Використання різноманітних форм дослідження під час навчання в середній та старшій школах, зокрема на уроках математики, формує логічне та критичне мислення, допомагає розвинути розумово-пізнавальні та творчі якості учнів. Сформовані та розвинуті зазначені якості особистості є важливими завданнями навчання учнів у середній та старшій школах. В подальшому дані якості визначатимуть конкурентно-спроможність особистості на ринку праці та впливатимуть на здатність здійснення інноваційної діяльності.

Чинні навчальні програми не обмежують творчу ініціативу педагогів, передбачають гнучкість у відборі та розподілі навчального матеріалу, а також у застосуванні методів і засобів навчання [1]. Значна увага приділяється вивченню геометрії у шкільних програмах багатьох країн, для задоволення потреб було розроблено різноманітні пакети динамічної геометрії, серед них можна навести Cabri Geometre (Франція), Sketchpad Geometer (США), Geometry Inventor (Ізраїль), Пакет динамічної геометрії DG (Україна) і Thales (Австрія). Використання на уроках пакетів динамічної геометрії в поєднанні із здатністю цих засобів «легко створювати динамічні комп'ютерні моделі математичних об'єктів дозволяє не лише розв'язувати математичні задачі, а й організовувати евристичне навчання, формувати вміння встановлювати логічні зв'язки та закономірності, робити висновки з отриманих результатів» [8]. До таких прикладних програм належить також і система динамічної математики GeoGebra. Дану систему можна сприймати і як платформу для соціальної спільноти, яка «об'єднує навколо ідеї популяризації математичних ідей, законів, закономірностей науковців, викладачів, учителів та всіх осіб зацікавлених математикою» [9].

Програма GeoGebra була розроблена у 2002 році, як дипломний магістерський проект Маркуса Хохенватера (Markus Hohenwarter) під час його навчання в університеті Зальцбурга. Остання версія системи динамічної математики GeoGebra – 6.0.639. Система належить до вільно поширюваних програмних продуктів. GeoGebra надає широкі можливості для роботи з геометричними фігурами, алгебраїчними виразами, таблицями, графами, статистичними даними та арифметикою. Є засоби для роботи з різними функціями, такими як, графіки, коріння, інтеграли тощо. Систему можна використовувати в якості «віртуальної лабораторії для розробки інтерактивних дослідницьких моделей математичних об'єктів, як середовище для розробки тестів, тренажерів, інтерактивних завдань, створення ілюстративного матеріалу» [4].

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234882

Система динамічної математики GeoGebra належить до цифрових технологій. Цифрові технології – це візуалізація даних, інформаційний пошук, збір даних, їх розповсюдження та обмін ними, статистика, створення тексту, обробка текстової, графічної, цифрової, відео та аудіо інформації, цифрова картографія, цифрова публікація тощо.

Цифрові технології в освіті розглядались багатьма українськими та закордонними дослідниками та науковцями. Так, в роботах українських науковців останніх років з різноманітних галузей зазначається, що цифрові технології являються каталізатором економічного зростання суспільства [5], найпотужнішим чинником зростання та поширення економічної активності у глобальній економці та впливу на розвиток людського і соціального капіталу [7], різновидом інформаційних технологій, який передбачає роботу з цифровими ресурсами – окремими об'єктами, які представлені в цифровій (електронній) формі та призначені для досягнення поставлених освітніх цілей [6], інструментом досліджень в моделюванні явищ та процесів [3] тощо.

Цифрові технології в освіті – це нова форма педагогічного пізнання. Цифрові технології в освіті належать до засобів досягнення означеної мети в навчанні за рахунок формування компетентностей притаманних сучасній особистості з новим типом мислення. Вони допомагають створити власний науковий світ та опанувати нові форми та методи пізнання.

Оскільки система динамічної математики GeoGebra належить до цифрових технологій, зрозуміло, що, для використання даної системи на уроках математики в середній та старшій школах, виникає необхідність формування в учнів, принаймні, базового рівня інформатичної компетентності.

Інформатична компетентність – базисна складова інформаційної культури особистості та професійно-особистісна якість, що базується на динамічній комбінації знань, способів мислення, поглядів, цінностей, навичок та умінь із створення та використання інформаційно-комунікаційних технологій, електронних освітніх ресурсів спрямованих на задоволення власних індивідуальних потреб і розв'язування професійних педагогічних завдань [2].

Отже, використання системи динамічної математики «GeoGebra», яка є потужним інструментом проведення комп'ютерних експериментів із математичними моделями, доцільно розпочати з розв'язання простих задач, як, наприклад, обчислення довжини ліній, побудова кривих, обчислення похідних та інтегралів (Рис.1).

У системи динамічної математики «GeoGebra» закладено великий потенціал інструментарію щодо його використання на уроках математики. Їх використання надає навчальному процесу дослідницького характеру через використання параметрів як інструментів дослідження. Інструментарій полотна Таблиця та команд рядка вводу системи динамічної математики «GeoGebra» виходить далеко за рамки шкільного курсу математики і також може бути використаний при вивченні університетських курсів теорії ймовірностей та математичної статистики [9]. Одним із завдань застосування системи динамічної математики «GeoGebra» є сформовані в учнів вміння шукати можливі математичні закономірності за допомогою проведення комп'ютерного експерименту на існуючих чи самостійно побудованих динамічних моделях.

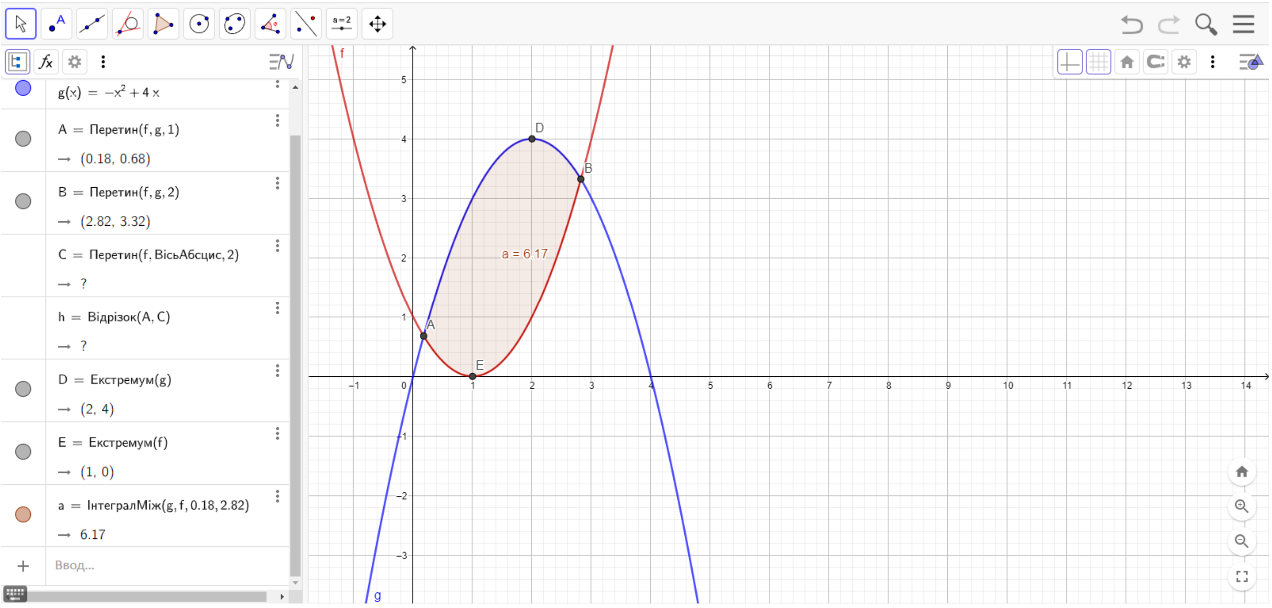


Рис. 1: Приклад обчислення площі фігури

Переходячи до більш складних геометричних завдань учитель повинен після засвоєння учнями початкових навичок роботи з системою динамічної математики «GeoGebra» долучати їх до самостійного, або колективного, створення графічних образів і анімацій з теми, яка вивчається. Завдання такого типу надає можливість формувати самоосвітню компетентність та розвивати критичне мислення в проєктній діяльності [10].

У такому форматі подання матеріалу на уроках математики буде подвійний зиск, який полягає у поглибленому засвоєнні навчального матеріалу та формуванні практичних навичок роботи з системою динамічної математики «GeoGebra».

З ускладненням навчального матеріалу у старших класах, можливостей використання комп'ютерного моделювання стає дедалі більше. Середовище GeoGebra має в наявності всі необхідні інструменти для наочного супроводу шкільного курсу математики, зокрема і для таких, зазвичай, складних для засвоєння учнями тем як: розв'язування рівнянь, нерівностей та їх сис-

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234882

тем; розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами; побудова графіків складних функцій; дослідження властивостей функцій; поняття визначеного інтегралу; задачі на побудову; побудова перерізів многогранників; побудова комбінацій многогранників та тіл обертання тощо. Приклади застосування GeoGebra наведено в роботі О. Гриб'юк [3].

Висновки

Отже, в сучасному педагогічному суспільства існує об'єктивна потреба в удосконаленні інформаційної компетентності педагога. Введення педагога в мережевий простір, формування і розвиток у нього навичок і умінь роботи в мережі, розвиток умінь працювати з інформацією стають актуальними завданнями сучасної педагогічної освіти, які можуть бути вирішено в межах навчального середовища закладу вищої освіти.

Література

1. *Ботузова, Ю.В.* Динамічні моделі Geogebra на уроках математики як основа STEM-підходу, Фізико-математична освіта 3 (17), 2018.
2. *Величко, В.Є.* Теоретико-методичні засади застосування вільного програмного забезпечення у підготовці майбутніх учителів математики, фізики та інформатики : монографія. Слов'янськ : Вид-во Б. І. Маторіна, 2017. 257 с.
3. *Гриб'юк, О.О.* Система динамічної математики GeoGebra як засіб підтримки загальних і спеціальних здібностей учнів в процесі дослідницького навчання предметів математичного циклу: з досвіду роботи. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 2(24). С. 37–51
4. *Довбня, П.І.* СКМ “Geogebra” як засіб інтеграції математичних знань, Актуальні питання сучасної інформатики, № 3, 2016, С. 155–160.
5. *Дульська, І.В.* Цифрові технології як каталізатор економічного зростання, Економіка і прогнозування, 2, 2015, С. 119–133.
6. *Кабанська, О.С., Пліс В.П., Стрельченко Д.В.* Використання цифрових технологій у професійній підготовці майбутніх вчителів-філологів, Редакційна колегія, 2019, 348 с.
7. *Кириченко, М.* Вплив цифрових технологій на розвиток людського і соціального капіталу. Гуманітарний вісник Запорізької державної інженерної академії, 2019, С. 61–63.
8. *Мілян, Р.С.* GeoGebra як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів : матеріали III Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 5 квітня, 2019). Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2019. С. 141–143.

9. *Семеніхіна, О.В., Друшляк М.Г., Хворостіна Ю.В.* Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін, Інформаційні технології і засоби навчання. Київ, 2019. Т. 75, №5. С. 48–66.
10. *Федоренко, О.Г.* Роль самоосвітньої компетентності в підготовці майбутнього вчителя, Гуманізація навчально-виховного процесу: збірник наукових праць, Випуск LXXV, (2016), С. 103–108

O.G. Fedorenko, E.A. Osavolyuk, H.S. Zyma
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Raihorodok Comprehensive School of I-III levels, Raihorodok, Donetsk region, Ukraine.

GeoGebra in math lessons in high school

The issue of preparing pre-service mathematics teachers for the use of GeoGebra in future professional activities is considered. Examples of possible application of GeoGebra during studying of various subjects of a school course of mathematics are considered.

Keywords: *GeoGebra service, high school, high school, future mathematics teachers, computer competence.*

УДК 373.5.091.33:51

Шулик Т.В., Житник К.В.

[1] *канд. пед. наук, доцент кафедри математики та інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: schulik111@gmail.com, ORCID 0000-0001-8527-127X

[2] *студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: ekaterinazhitnik9@gmail.com, ORCID 0000-0002-7827-0110

ЗАСТОСУВАННЯ ЗАДАЧ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ МАТЕМАТИКИ 5-6 КЛАСІВ

У статті розкрито значущість задач практичного змісту в процесі навчання математики; висвітлено результати аналізу підручників математики для 5-6 класів на предмет наявності задач практичного змісту; запропоновано інноваційні методи навчання, які допоможуть урізноманітнити та «осучаснити» процес навчання математики в школі; наведено приклади завдань до кожного із запропонованих методів навчання.

Ключові слова: *задача практичного змісту, шкільний курс математики, підручник, метод навчання, математична компетентність, учитель, учень.*

Вступ

Реформування системи освіти, інноваційний розвиток технологій та інші зміни в суспільному житті обумовлюють формування сучасної школи, яка не тільки дозволяє набувати учням нові знання, але й вчить їх ці знання використовувати для виконання власних індивідуальних і професійних завдань. Головні положення щодо розвитку освітнього процесу в Україні викладені в Законах України «Про освіту» (2017 р.), «Про повну загальну середню освіту» (2020 р.), «Про вищу освіту» (2014 р.), Концепції «Нова українська школа» (2016 р.) та інших документах.

17 серпня 2016 р. Міністерством освіти і науки України було оприлюднено для широкого обговорення першу версію «Концептуальних засад реформування середньої освіти». І вже сьогодні ми маємо Нову українську школу (далі — НУШ), складовими якої є «новий зміст», «педагогіка партнерства», «нова структура», «орієнтація на учня», «сучасне освітнє середовище», «вмотивований вчитель», «виховання на цінностях», «автономія школи», «справедливе фінансування і рівний доступ». Для вчителів математики особливо цінним є наявність в концепції математичної компетентності, як однієї із 10 ключових компетентностей НУШ. Під математичною компететністю в концепції розглядається «культура логічного і алгоритмічного мислення. Уміння застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення

прикладних завдань у різних сферах діяльності. Здатність до розуміння і використання простих математичних моделей. Уміння будувати такі моделі для вирішення проблем» [3, с. 11].

Тож, враховуючи зміст поняття «математична компетентність», особливої актуальності набуває формування в учнів умінь застосовувати математичні методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності.

Мета роботи: розкрити значущість задач практичного змісту в процесі навчання математики, висвітлити аналіз підручників математики для 5-6 класів на предмет наявності задач практичного змісту, а також розглянути інноваційні методи навчання, які допоможуть урізноманітнити та «осучаснити» процес навчання математики в школі.

Основна частина

Відповідно до навчальної програми для загальноосвітніх навчальних закладів з математики для 5-9 класів [4] однією з необхідних умов формування компетентностей в учнів є практична спрямованість навчання. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці.

На тему важливості практичної спрямованості навчання видатний педагог Ян Амос Коменський висловлювався та переконував, що учень легше засвоюватиме навчальний матеріал, якщо знатиме, яку користь у повсякденному житті має те, що вивчається [8]. Про зв'язок знань і практичної діяльності також наголошував відомий німецький педагог Адольф Дістервег: «Сумне явище, коли голови учнів наповнені великою чи малою кількістю знань, але вони не навчились їх застосовувати». Вчений-педагог був переконаний, що знання, не підкріплені вміннями, втрачають свою значимість [2].

На необхідності посилення практичної спрямованості в навчанні математики ще з молодших класів наголошують сучасні провідні науковці Менчинська Н.О., Пишкало А.М., Савченко О.Я. Практика застосування принципу зв'язку навчання математики з життям широко і глибоко розроблена для середньої і старшої школи авторами шкільних підручників з математики Істером О.С., Мерзляком А.Г., Полонським В.Б., Тарасенковою Н.А., Якіром М.С. та ін.

Під *математичною задачею з практичним змістом* будемо розуміти задачу, «фабула якої розкриває застосування математики в суміжних навчальних дисциплінах, знайомить з її використанням в організації, технології і економіці сучасного виробництва, у сфері обслуговування, у побуті, при виконанні трудових операцій» [5].

Задачі практичного змісту сприяють переконанню учнів у потребі вивчення теоретичного матеріалу та якнайкраще демонструють, що математичні абстракції виникають із задач, поставлених реальним життям. Відбувається поступове зацікавлення — від окремих задач та окремих тем, до всієї науки. Також учні набувають корисних навичок самостійно знаходити потрібну інформацію, працювати з додатковою літературою.

З метою вивчення стану поширеності задач практичного змісту в шкільному курсі математики в 5-6 класах нами було проаналізовано підручники з математики для 5-6 класів на наявність задач практичного змісту. Проведений аналіз дозволив встановити наступне.

Підручник «Математика», 5 клас, 2018 р. (автори – Н.А. Тарасенкова, І.М. Богатирьова, О.П. Бочко, О.М. Коломієць, З.О. Сердюк) [6]

1. Параграфи підручника містять рубрики «Застосуйте на практиці» / «Проявіть компетентність», у яких зібрано завдання, пов'язані з реальним життям (не більше 5). Автори звертають увагу на те, що розв'язання цих завдань допоможе учням набувати математичну компетентність. Також важливою є наявність в підручнику задач, які пов'язані з іншими ключовими компетеностями, про що є відповідні позначки: «про Україну», «фінансові розрахунки», «про збереження здоров'я (розпорядок дня, поживні речовини, харчування тощо)», «екологічні», «на рух та його безпеку».
2. Найбільше представлені задачі практичного змісту в таких параграфах: «Типи задач та способи їх розв'язування», «Задачі на дроби», «Задачі на відсотки», «Середнє арифметичне. Середнє значення величин».
3. Найменше представлені задачі практичного змісту в таких параграфах: «Числові вирази», «Кути та їх вимірювання», «Прямокутник. Квадрат», «Трикутник та його види», «Розподільний закон», «Порядок виконання дій», «Квадрат і куб числа», «Площа прямокутника і квадрата», «Прямокутний паралелепіпед і куб. Об'єми», «Дроби і ділення», «Що таке десятковий дріб».

Підручник «Математика», 6 клас, 2020 р. (автори – Н.А. Тарасенкова, І.М. Богатирьова, О.М. Коломієць, З.О. Сердюк) [7]

1. Параграфи підручника містять рубрику «Застосуйте на практиці», у якій зібрано завдання, пов'язані з реальним життям (не більше 5). Автори звертають увагу на те, що розв'язання цих завдань допоможе учням набувати математичну компетентність. Також важливою є наявність в підручнику задач, які пов'язані з іншими ключовими компетеностями, про що є відповідні позначки: «про Україну та світ», «фінансові розрахунки», «про збереження здоров'я (розпорядок дня, поживні речовини, харчування тощо)», «екологічні», «на швидкість, рух та його безпеку», «домашні справи, побут, ремонт

тощо».

2. Найбільше представлені задачі практичного змісту в таких параграфах: «Пряма та обернена пропорційні залежності», «Поділ числа в даному відношенні. Масштаб», «Діаграми», «Відсоткові розрахунки», «Застосування рівнянь до розв'язування задач», «Графіки залежностей між величинами».

3. Найменше представлені задачі практичного змісту в таких параграфах: «Перетворення звичайного дробу в десятковий», «Пропорція та її властивості», «Коло і круг. Кутовий сектор», «Координатна пряма», «Модуль числа», «Цілі числа. Раціональні числа», «Порівняння раціональних чисел», «Рівняння. Основні властивості рівнянь «Перпендикулярні та паралельні прямі», «Координатна площина».

Розглянемо деякі методи навчання, які допоможуть урізноманітнити та «осучаснити» процес навчання математики в школі, зокрема із використанням задач практичного змісту.

1. *Сторітеллінг* — мистецтво цікавої розповіді, мета якої викликати інтерес учнів до теми, яка вивчається. Навчальний матеріал, поданий у вигляді захоплюючої історії, впливає на емоційну, мотиваційну, когнітивну сфери учнів, тим самим сприяючи засвоєнню ними більш складного матеріалу. Корисною при використанні цього методу навчання є така рубрика підручників з математики як «Дізнайтеся більше».

Наведемо декілька тем, які можуть бути використані за допомогою цього метода в курсі математики 5-6 класів:

— «*Одиниці вимірювання довжини у слов'янських народів*» (до теми «Пряма, промінь, відрізок. Вимірювання відрізків», 5 клас).

— «*Історія виникнення знака рівності* «=» (до теми «Числові вирази і рівності. Порівняння натуральних чисел», 5 клас).

— «*Решето Ератосфена*» (до теми «Дільники і кратні натуральні числа. Прості числа», 6 клас).

— «*Магія золотого перерізу*» (до теми «Пропорція та її властивості», 6 клас).

2. *Мейкерство* — метод творчого навчання, який полягає у створенні чогось своїми руками. Даний метод розвиває творче та логічне мислення учнів, сприяє розвитку винахідницьких навичок.

Приклад завдання (6 клас, тема «Діаграми»)

Розфарбуйте рис. 1 за аналогією з рис. 2 та зафарбуйте стовпчики таблиці кольором, пропорційно його наявності на рис. 1. Попередньо дайте відповіді на питання:

Якого кольору більше на рисунку?

Якого кольору менше на рисунку?

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234883

Як, на Вашу думку, називається ця картина?

Який настрій викликає у Вас ця картина?

Рис. 1: розмальовка до теми «Діаграми», 6 клас

Рис. 2: картина «Богатирі» В. Васнецова

Зелений	Жовтий	Помаранчевий	Червоний	Блакитний	Сірий	Чорний

3. *Дослідницький метод* — передбачає творчий пошук розв'язання завдання. При цьому в процесі діяльності відбувається застосування отриманих знань та оволодіння новими знаннями, формується інтерес до предмета.

Приклад завдання (5 клас, тема «Трикутник та його види»)

Розгадайте кросворд (сконструйовано за допомогою сайту https://cross.highcat.org/).

Запитання до кросворду:

1. Як називається трикутник, у якого один з кутів є тупим?
2. Як називається трикутник, у якого один з кутів є прямим?
3. Як називається сума довжин усіх сторін трикутника?

4. Як називається геометрична фігура, що складається з трьох точок, які не лежать на одній прямій, і відрізків, які з'єднують ці точки?

5. Як називається кут, сторони якого утворюють пряму?

6. Як називається трикутник, у якого всі кути гострі?

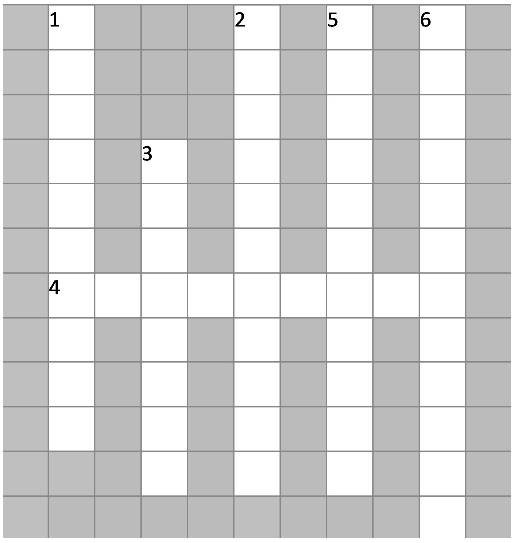


Рис. 3: кросворд до теми «Трикутник та його види», 5 клас

(Відповіді: 1. Тупокутний. 2. Прямокутний. 3. Периметр. 4. Трикутник. 5. Розгорнутий. 6. Гострокутний).

4. *Метод проєктів* — технологія навчання, у процесі якої учні здобувають знання шляхом планування і виконання практичних завдань. Цей метод дозволяє унаочнити міжпредметні зв'язки між математикою та іншими предметами і її прикладну спрямованість. Крім того, робота над проєктом — це практика особистісно орієнтованого навчання в процесі праці учня на основі його вільного вибору, із урахуванням його інтересів.

Приклад завдання (6 клас)

Проєктна робота полягає в тому, що учні класу повинні розділитися на декілька груп з урахуванням району міста, у якому вони мешкають. Протягом двох тижнів вони мають вимірювати температуру повітря на вулиці рівно о 7.00. Через 2 тижні на позакласному заході підбиваються підсумки:

1. Порівняння результатів учнів із одного району (за кожним районом).
2. Порівняння результатів учнів із різних районів.
3. Обговорення отриманих результатів (із чим пов'язані отримані результати, що сподобалося, що виявилося складним).

Під час виконання вказаних видів робіт учні повторюють матеріал тем:

— «Координатний промінь», 5 клас;

— «Середнє арифметичне. Середнє значення величин», 5 клас;

— «Додатні і від'ємні числа. Число 0», 6 клас (якщо проєкт реалізується взимку);

— «Порівняння раціональних чисел», 6 клас.

5. *Технологія змішаного навчання* — дозволяє поєднати електронне навчання, самостійну роботу учнів та традиційне навчання. Змішане навчання включає три компоненти: заняття в класі; робота з онлайн матеріалами учнів (комікси, презентації або створені відео, курси, що пропонуються учням для проходження тощо); структурована самостійна робота учня вдома [1, с. 59].

Приклад завдання (5 клас, тема «Прямокутник. Квадрат»)

Ознайомтеся зі змістом комікса та допоможіть виконати завдання його героям:

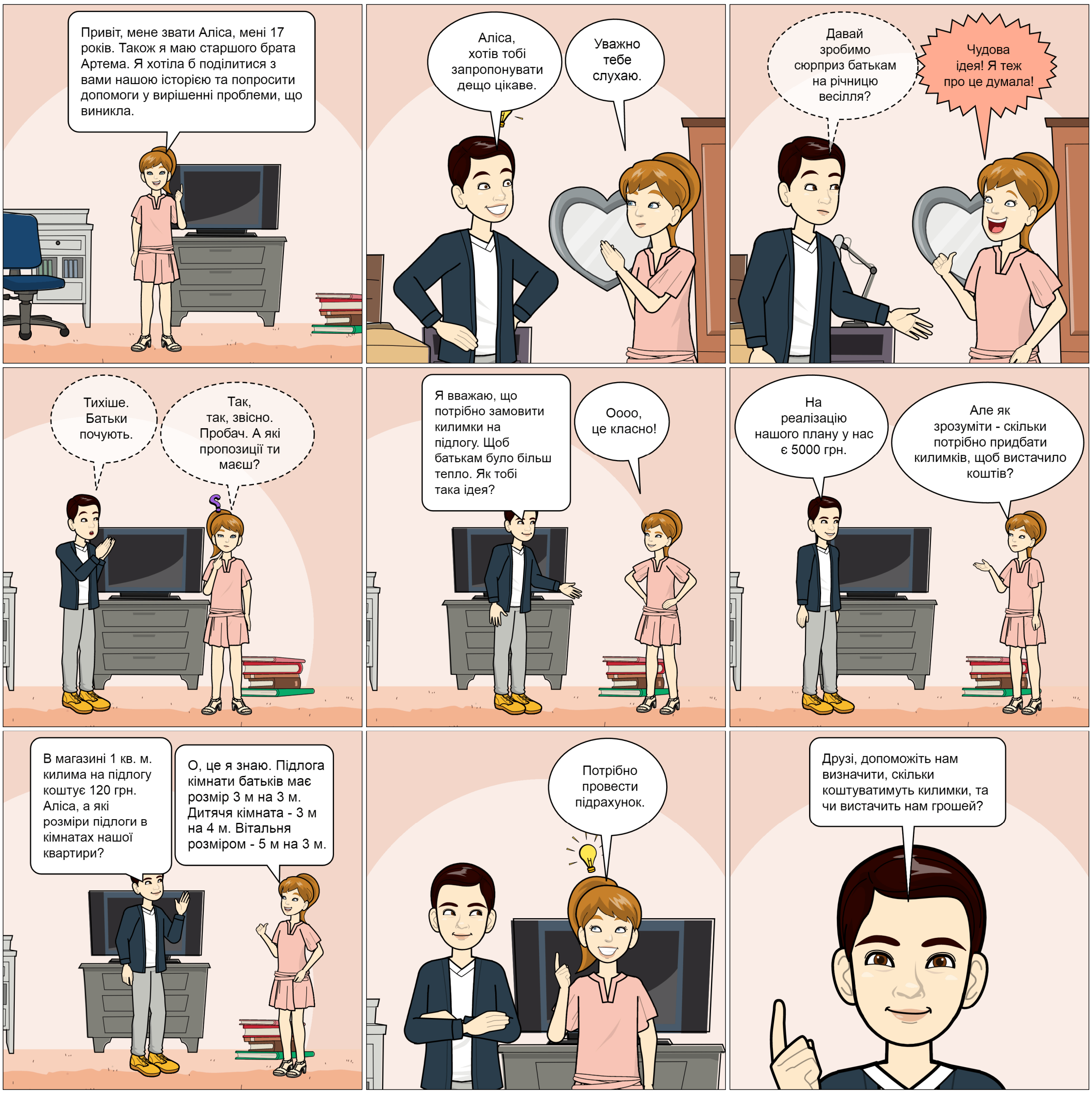


Рис. 4: комікс до теми «Прямокутник. Квадрат», 5 клас

Комікс сконструйовано за допомогою сайту https://www.pixton.com/. Можна запропонувати учням за допомогою вказаного ресурсу сконструювати власний комікс на дану, або раніше вивчену тему.

Використання вказаних методів навчання у поєднанні із розв'язанням задач практичного змісту під час вивчення математики є важливим аспектом свідомого сприйняття навчального матеріалу учнями, активізації їх розумової діяльності, формування особистих мотивів навчання.

Висновки

Отже, проведений аналіз підручників математики для 5-6 класів на предмет наявності задач практичного змісту, та сучасних методів навчання дозволяють зробити такі висновки.

Особливо цінною у підручниках є наявність рубрики «Застосуйте на практиці», а також задач, пов'язаних з іншими ключовими компетеностями. Ці задачі якнайкраще сприяють ілюстрації практичного застосування математичних знань.

Звертаючи увагу на кількість задач практичного змісту в параграфах, вважаємо, що не всюди є обов'язковим збільшення їх кількості (із огляду на особливості тем та кількість годин, яка на них відводиться), проте, доцільним вважаємо доповнення вчителями математики геометричного матеріалу підручників задачами практичного змісту, зокрема з використанням наочних ілюстрацій, прикладів із довкілля, життєвого досвіду учнів, виконання побудов тощо.

Використання розглянутих методів навчання на уроках математики сприятиме поступовому переходу учнів від індуктивних міркувань на наочно-інтуїтивному рівні до дедуктивних методів на наступному етапі вивчення математики, а також залученню практичного досвіду учнів, підвищенню їх мотивації до вивчення предмета.

Література

1. *Васильєва Д.* Змішане навчання на уроках математики. Математика в рідній школі. 2019. №1. С. 59-63.
2. *Дістервег А.* Керівництво до освіти німецьких вчителів. 1835.
3. Концептуальні засади реформування середньої школи «Нова українська школа» / [Л. Гриневич, О. Елькін, С. Калашнікова та ін.; Міністерство освіти і науки України].
   URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf
   (дата звернення: 30.04.2021).

4. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-9 класи: Наказ Міністерства освіти і науки України від 07 черв. 2017 р. № 804.
URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas
(дата звернення: 30.04.2021).
5. *Полякова Т.А.* Задачи с практическим содержанием в курсе математики в техническом вузе. Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2016. №7 (июль). С. 1–6.
6. *Тарасенкова Н.А.* Математика. 5 кл. : підруч. для закладів загальної середньої освіти / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Вид. 2-ге, доопр. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2018. 240 с.
7. *Тарасенкова Н.А.* Математика : підруч. для 6 класу закладів загальної середньої освіти / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Вид. 2-ге, доопр. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2020. 288 с.
8. *Фіцула М.М.* Педагогіка : навч. посіб. Вид. 2-ге, випр., доп. Київ : «Академвидав», 2007. 560 с.

T.V. Shulyk, K.V. Zhytnyk
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Application of practical content problems in the study of Mathematics in 5-6 classes

The article reveals the significance of practical content problems in the process of teaching mathematics; the results of analysis of math textbooks for 5-6 classes on the availability of practical content problems are highlighted; innovative teaching methods have been proposed that will help to diversify and «to update» the process of teaching of mathematics at school; examples of tasks for each of the proposed training methods are given.

Keywords: *problem of practical content, school course of mathematics, textbook, teaching method, mathematical competence, teacher, student.*

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ТА ВИЩОЇ ОСВІТИ

УДК 372.853

Лимарєва Ю.М., Цимбал М.В., Алексєєва А.В.

[1] *кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики ДВНЗ «ДДПУ»,*

e-mail: ulialymareva23@gmail.com, ORCID 0000-0002-5828-0231

[2] *вчитель інформатики та основ здоров'я, ЗЗСО №26, м. Краматорськ,*

e-mail: masha.tsymbal7@gmail.com, ORCID 0000-0002-0131-1308

[3] *вчитель початкових класів вищої категорії, старший учитель ЗЗСО №22 з профільним навчанням ім. М.М. Крупченка, м. Краматорськ*

e-mail: aveeskela23@gmail.com, ORCID 0000-0001-6571-9823

РЕАЛІЗАЦІЯ ІДЕЇ НАСТУПНОСТІ НАВЧАННЯ ЧЕРЕЗ ВИВЧЕННЯ ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН

Стаття присвячена висвітленню основних проблеми реалізації ідеї наступності у навчанні та формуванні основних навичок організації неперервності освіти людини впродовж життя. Доведено їх природність у формуванні свідомої, всебічно розвиненої та компетентної особистості. На прикладі опанування здобувачами освіти знань про «Око. Зір. Оптичні прилади» висвітлено можливості практичної реалізації ідеї наступності впродовж навчання у закладах загальної середньої освіти. Розглянуто приклади практичних завдань, що можуть мотивувати вивчення зазначених тем, доводячи, разом із тим, їх важливість та значущість для здобувачів освіти.

Ключові слова: *природність, природовідповідність, послідовність, неперервність, крок складності, навчальний процес, властивість, практичність*

Вступ

Навчання дитини є природнім процесом і її оточення може лише через власний влив змінювати якісні та кількісні характеристики навчання. У такий спосіб завдяки оточенню забезпечується невідривність та послідовність формування спектру певних знань, умінь та навичок. У вивченні природничих дисциплін або їх елементів саме «наступність» стає запорукою формування свідомих та логічно пов'язаних компетентностей здобувачів освіти. У сучасному динамічному суспільстві саме завдяки реалізації ідеї наступності навчання людина набуває певного «багажу», що згодом може допомогти їй організувати самоосвіту впродовж життя і, таким чином, успішно функціонувати у просторі. Розуміння процесів сприйняття, класифікації та аналізу сучасних методів роботи з сучасною інформацією дає можливість розташуватися на певній сходинці у суспільстві.

Виходячи із вище зазначеного, за мету статті ставимо висвітлення прикладів практичної реалізації ідеї наступності у навчанні природничим дисциплінам у закладах загальної середньої освіти та на прикладі знань про зір показати важливість реалізації ідеї наступності впродовж навчання у закладах освіти.

Основна частина

Природня спостережливість особистості та подальше знайомство з різноманітними фізичними явищами викликає зацікавленість, спонукає до практичної та пошукової діяльності. Тому перед оточенням дитини постає задача підтримки та мотивації пізнавального інтересу. При цьому важливого значення набуває принцип наступності.

Виходячи зі знань про основні методи пізнання природи та навколишнього світу в цілому, а саме спостереження та досліди, варто акцентувати увагу на періодичності їхньої присутності у житті та дидактичної ваги у навчанні особистості. Так від народження дитина сприймає світ через органи чуття. Згідно статистики, 80% інформації надходить через зорові відчуття. Малеча, сама того не розуміючи, сприймає навколишній простір очима, підсвідомо «захищає» себе кліпаючи віями або закриваючи очі у різний спосіб, слідкує за явищами, що відбуваються переміщуючи погляд завдяки скороченню або послабленню зорових м'язів. Далі, саме спостерігаючи за діяльністю інших, копіює та намагається відтворити її ... Набувши у такий спосіб певного досвіду пізнання світу, дитина його використовує у закладах дошкільної освіти, накопичуючи навички та розширюючи можливості застосування.

Поступово впродовж навчання знайомлячись із фізичними явищами у природі та побуті школярі 1 – 4 класів засвоюють їх основні закономірності та взаємозв'язки між ними, набуваючи у такий спосіб початкових знань з фізики та інших природничих дисциплін, які на сьогоднішній день у навчальній програмі Міністерства освіти і науки стосовно дисциплін ЗЗСО розподілилися наступний чином:

1–4 — Я досліджую світ

5 — Основи здоров'я + Природознавство

6 — Основи здоров'я + Біологія + Географія

7 — Біологія + Географія + Фізика

8–9 — Біологія + Географія + Фізика + Хімія

10–11(12) — Природничі науки

10–11(12) — Біологія + Екологія + Географія + Фізика + Хімія + Астрономія.

У початковій освіті природня активність дитини додатково підтримується свідомим впливом педагога через розширення спектру спостережуваних явищ та арсеналу засобів для експериментального дослідження природи. Так, вчителем пропонується спостереження штучно модельованих явищ природи та їх візуальне порівняння із природніми або ж дитина отримує можливість власноруч моделювати явище, набуваючи, тим самим, елементарні навички самопізнання через дію. Отже, основи експериментальної діяльності, які особистість отримує на уроках «Я досліджую світ», завдяки, перш за все, органам зору вдосконалюються та усвідомлюються. Так від підсвідомого «використання» зорової діяльності організму дитина переходить до свідомого подальшого її застосування. Отже, з огляду на тему дослідження, варто звернути увагу на важливість не лише існування зору у людини, що допомагає пізнавати світ, але й на важливість та механізм зорової діяльності, як такої.

Розглядаючи наступність навчання через призму знань про око та зір варто звернути увагу на розподіл різних аспектів зазначеного питання у програмах з різних навчальних дисциплін. Так у «Я досліджую світ» акцентується увага на вивченні таких питань: «Як людина пізнає світ. Органи чуття» (1 клас), «Частини тіла людини та їх функції» (2 клас), «Організм людини» (3 клас), де здобувачі початкової освіти вперше починають аналізувати і усвідомлено вивчати, що таке око, які його функції, а також свідомо моделювати діяльність пов'язану з використанням зорового апарату. До того ж, цікавими з точки зору розширення обізнаності є відомості про зір різних живих істот, що цілком можуть бути подані на уроках як додатковий матеріал. У такий спосіб дитина вже у початкових класах набуває елементарних знань з фізики та біології.

Наступні знання про зір та його використання дитина здобуває на уроках «Основи здоров'я», де зосереджується увага на гігієні зору, важливості режиму праці та відпочинку, зоровій гімнастиці, хворобах зору, а також набуваються практичні знання з визначення гостроти зору в домашніх умовах і т. ін.. Засвоєння інформації стосовно певних норм здоров'я ока відбувається через практичне застосування на уроках та в позаурочній діяльності. Вдалим прийомом для кращого засвоєння таких знань виступає «пошук помилок» (яких може бути кілька одночасно або не бути взагалі) у текстах, відео та малюнках за темою розмови.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234884

Із зазначеною вище базою здобувач виходить на вивчення зору на уроках біології та фізики, де повною мірою вивчається механізм створення зорових відчуттів, особливості зорового сприйняття та оптичні прилади, як елемент, що невідривно пов'язаний з оком та здатний лише допомогти, але не замінити його. Оптичні прилади сліпій людині не допоможуть «побачити» бажане. Окрім того, існує багато приводів, коли лише якісний природній зір дозволяє правильно провести дослідження та визначити певні характеристики. Так наприклад, визначення температури розжареного тіла за допомогою пірометра, де відбувається візуальне порівняння яскравостей тіл, а присутність додаткових оптичних приладів зменшує точність внаслідок поглинання та розсіяння світла речовиною використовуваних допоміжних лінз ... Пам'ятаючи про те, що у потоці вхідної інформації більшість становить візуальна, до того ж, саме вона значною мірою підвищує ефективність навчального процесу. Недарма народна мудрість говорить, що «Краще один раз побачити, а ніж сто разів почути».

Так, вивчення у фізиці та біології блоку тем «Зір та око. Око як оптична система. Кут зору. Зір і бачення. Акомодація. Окуляри. Оптичні прилади. Вади зору та їх корекція. Астигматизм. Очні хвороби. Гігієна зору. Вплив екологічних проблем на здоров'я зору та ін.», учні здійснюють опору на попередні знання, отримані в курсі початкової школи з предмету «Я досліджую світ» та на другому ступені з предмету «Основи здоров'я».

Разом із глибиною вивчення матеріалу ускладнюється і набута база практичних навичок. На початковому етапі учні знайомляться з елементами практичного використання таких оптичних приладів як лупа, окуляри, мікроскоп. В подальшому відбувається вивчення принципу їх дії та розширюється спектр оптичних приладів, «телескопів різних типів, камери Обскура» та, відповідно, спектр можливостей їх практичного застосування, що невідривно практично пов'язане, перш за все, з візуальним пізнанням світу та розвитком науки.

Окрім того, варто зазначити, що таке концентричне вивчення матеріалу створює в уяві здобувача освіти комплексність знань та усвідомлення їх практичної значущості. Вивчаючи зелене листя на уроках фізики, біології та хімії відбувається засвоєння різних аспектів, що пояснюють їх колір: фізика пояснює сприйняттям оком відбитих променів певної частоти, біологія — наявністю та взаємодією складових речовини, що забезпечують відповідну реакцію на сонячний спектр, а саме: поглинання тієї його частини, що не відповідає частості зеленого кольору, а хімія пояснює хід та результат певних реакцій між складовими тієї речовини. Не менш цікавими для вивчення є закономірності типу «зміна зеленого» (зміна частоти в межах «зеленого» спектру) залежно від зміни різних фізичних характеристик навколишнього середовища (температури, атмосферного тиску, вологості, електромагнітного поля), географічного положення, наявності корисних копалин та ін.

Не менш цікавим є знайомство здобувачів освіти на різних етапах навчання з оптичними ілюзіями, що розкривають тісний зв'язок біології та фізики й формують усвідомлення можливості різнобічного розгляду та пояснення одних і тих самих процесів. Наприклад, «формування» зорового відчуття в оці, як оптичній системі та у мозку, як частині нервової системи, а також прояв «інертності зору» як фізичного явища та біологічного процесу.

Використання приладів допомагає людині отримувати візуальну інформацію, а вивчення принципу їх дії — вдосконалювати з метою отримання можливостей як найглибшого пізнання світу. Так, лупа допомагає розгледіти дрібні деталі побуту, сучасний електронний мікроскоп — дивитися на атом, а телескоп — зазирнути у міжзоряний простір та познайомитися з його особливостями або дослідити певні характеристики.

У такий спосіб у свідомості особистості встановлюються причинно-наслідкові зв'язки, проводяться порівняння мегасвіту, макросвіту та мікросвіту. Таким чином, пропедевтичні знання з фізики, як фундаментальної природничої дисципліни, що закладаються у початковій школі, через привертання уваги, зацікавлення, мотивацію та практичну діяльність трансформуються у самомотивацію, свідоме набуття фундаментальних компетентностей та навичок подальшої самоосвітньої діяльності впродовж життя.

Висновки

Зазначене вище дає підстави стверджувати, що сучасний учитель природничих дисциплін закладу загальної середньої освіти в своєму методичному розпорядженні має повний арсенал засобів впливу на якісну організацію навчального процесу та реалізацію ідеї наступності навчання з метою формування стійких навичок свідомої подальшої самоосвітньої діяльності особистості впродовж життя. А саме:

— В межах навчальної дисципліни змінювати послідовність вивчення тем та погодинний їх обсяг, узгоджуючи при цьому відповідність змісту різних навчальних предметів;

— Послідовність навантаження, що заснована на природності розвитку здобувача забезпечує посильність та зрозумілу практичність матеріалу;

— Інтеграція знань різних навчальних дисциплін сприяє урізноманітненню завдань практичного спрямування.

Реалізація принципу наступності навчання забезпечує:

— кращу адаптацію школярів при переходах від початкової до середньої та від середньої до старшої школи,

— допомогу учителю у правильній послідовній організації навчального процесу на різних ступенях освіти,

— підвищення мотивації до навчання та формування предметної компетентності з циклу навчальних дисциплін ЗЗСО: «Я досліджую світ», «Основи здоров'я», «Природознавство», «Біологія», «Фізика», «Астрономія», «Природничі науки»,

— свідоме ставлення здобувачів до набуття знань з природничих наук та загальних освітніх компетентностей в цілому.

Основи знань з природничих дисциплін, набуті ще до початку їх вивчення згідно державних освітніх програм значною мірою полегшують їх опанування в подальшому.

Зазначені шляхи вирішення проблеми реалізації принципу наступності навчання не є вичерпними. Подальшого розгляду вимагає створення інтегрованих тематичних курсів та виваженого їх впровадження у навчальний процес з урахуванням специфіки викладання окремих тем кожної з природничих дисциплін. Отже, перспективу подальшої роботи доцільно визначити дослідженням можливостей максимального проектування набутих загальних знань про природу та її пізнаваність на організацію подальшого вивчення конкретних природничих дисциплін з метою надання максимальних можливостей особистості для набуття свідомих предметних компетентностей та загального розуміння пізнаваності світу й механізмів його наукового дослідження.

Література

1. *Бузько В.Л.* Реалізація наступності у формуванні пізнавального інтересу до фізики учнів початкової та основної школи: [метод. рек. для вчит.] / В.Л. Бузько. — Кіровоград : ПП «Ексклюзив-Систем», 2014. — 172 с.
2. *Варламов С.Д., Зильберман А.Р., Зинковский В.И.* Экспериментальные задачи на уроках физики и физических олимпиадах. — М. : МЦНМО, 2009. — 184 с.
3. *Герасімова Тетяна, Каленик Михайло* «Наступність у формуванні фізичної компетентності в початковій та основній школі» [метод. рек. для вчителів] Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, — 10 с.
4. *Горденко Т.* Елементи технології навчання як дослідження на уроках фізики // Наукові записки. — Випуск 4. — Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2013. — С. 133–138.

5. Загальна фізика у прикладах, запитаннях і відповідях. Оптика : навчальний посібник / В.Ф. Коваленко, І.М. Халімонова, Н.П. Харченко, В.М. Стецюк. — К. : ВПЦ «Київський університет», 2012. — 447 с.
6. *Подалов М.* Использование принципа наглядности в формировании исследовательской компетенции // Наукові записки. — Випуск 4. — Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2013. — С. 78–81.
7. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів, 5 -9 класи, Основи здоров'я. Укладачі (2012 р.): Т.Є. Бойченко, Т.В. Воронцова, О.Л. Москаленко, В.В. Дерев'янко, В.С. Пономаренко, Н.М. Поліщук, С.С. Фіцайло. Оновлення (2017 рік): О.І. Шиян, Т.Г. Боса, О.А. Спірке, О.І. Шаповал, 2017. — 43 с.
8. *Савченко В.Ф.* Методика навчання фізики в середній школі. (Загальні питання) / В. Ф. Савченко. — Чернігів : РВВ ЧДПУ, 2003. — 100 с.
9. Типова освітня програма розроблена під керівництвом Савченко О.Я. 1 – 2 клас. Наказ МОН України від 08.10.2019 р. № 1272, 2019. — 123 с.
10. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Савченко О.Я. 3 – 4 клас. Наказ МОН України від 08.10.2019 р. № 1273, 2019. — 92 с.

Yu.N. Lymareva, M.V. Tsymbal, A.V. Aleksieieva
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;
Secondary School № 26, Kramatorsk, Ukraine;
Secondary School № 22 with specialized training named after M.M. Krupchenko, Kramatorsk, Ukraine.

Realizing the idea of education continuity through natural sciences learning

The article is devoted to highlighting the main problems of implementing the idea of continuity in education and the formation of basic skills in organization the continuity of a person education throughout life.Their naturalness in the formation of a conscious, comprehensively developed and competent personality has been proved. By the example of students mastering the knowledge about «Eye. Vision. Optics» the possibilities of practical implementation of the idea of continuity during training in institutions of general secondary education have been highlighted. The considered examples of practical tasks that can motivate the study of these topics, prove, however, their importance and significance for students.

Keywords: *naturalness, nature conformity, consistency, continuity, a step of complexity, educational process, property, practicality.*

УДК 378.147:378.016:[51+53+004]

Бондаренко О.В.

[1] *викладач відокремленого структурного підрозділу «Краматорський фаховий коледж промисловості, інформаційних технологій та бізнесу Донбаської державної машинобудівної академії»; студент 1 курсу магістратури фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»*

e-mail: shnsscb5@gmail.com, ORCID 0000-0003-1150-0169

ВИКОРИСТАННЯ КОУЧ-СЕСІЙ ПРИ ВИКЛАДАННІ ІНТЕГРОВАНОГО ЗАНЯТТЯ З ФІЗИКИ, МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ НА ТЕМУ «ЛОГІЧНІ ЕЛЕМЕНТИ»

Стаття присвячена дослідженню методу коуч-сесій при викладанні теми «Логічні елементи», що може використовуватися як додаткові заняття для учнів, що вивчають курс фізики, математики, інформатики. Наведені приклади постанови коучем-викладачем завдань та їх можлива реалізація здобувачами освіти.

Ключові слова: *коучинг, коуч-сесія, логічні елементи, діодно-транзисторна логіка, урок математики, урок фізики, урок інформатики.*

Вступ

Пандемія коронавірусу внесла значні корективи в освітній процес в Україні. Більшість навчальних закладів були змушені перейти до дистанційного формату навчання. Він має безліч переваг, але є й значний недолік. Як зазначає директор Українського інституту інформаційних технологій в освіті при НТУУ «КПІ» Інна Геннадіївна Малюкова: «Головними недоліками (дистанційного навчання) слід вважати: обмеженість безпосереднього спілкування викладач-студент.» [1]

Більшість здобувачів освіти залишаються недостатньо мотивованими для отримання нових знань, проведення цікавих експериментів, власних дослідів. А при викладанні фізики це є значним негативним впливом на якість знань. Коуч-сесія дає можливість викладачу не лише у цікавій формі давати новий матеріал, а ще й мотивувати студентів, надихати їх на нові звершення.

Основна частина

Згідно визначення, коучинг сесія (coaching) або коуч-сесія — це зріз практичної роботи коуча, спрямованої на пошук рішення за запитом клієнта з метою отримання конкретного результату. [2] Тобто, якщо застосовувати її у навчанні, досвідчений викладач не лише ділиться своїми знаннями (як у випадку звичайної лекції), а дивиться на нову тему «очима студента» та задає прості та зрозумілі запитання. Разом вони шукають можливі шляхи вирішення, студент відіграє значну роль у розв'язанні поставленої мети, але не залишається сам на сам із новим матеріалом. Коуч-викладач націлює студента на самостійне вирішення поставленого завдання, контролює хід усього процесу, надихає та підтримує.

Умовно заняття можна розділити на декілька фаз:

1. Деталізований, глибокий і всебічний аналіз проблеми й поставленої мети.
2. Виявлення шляхів вирішення завдання.
3. Складання плану проведення першочергових дій.
4. Визначення термінів виконання складеного плану. [3]

Тема «Логічні елементи» входить до розділу «Теоретичні основи синтезу цифрових пристроїв» дисципліни «Основи промислової електроніки, мікропроцесорної техніки та автоматики» і може бути цікава в якості додаткового позакласного заняття для студентів, що вивчають предмети «Фізика», «Інформатика», «Математика».

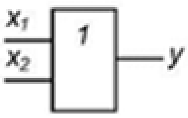
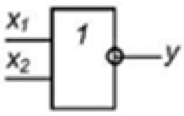
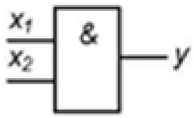
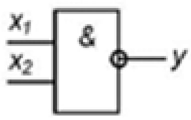
В «Фізиці» таке заняття доречно проводити після вивчення властивостей напівпровідників, діодів та транзисторів, бо всі найпростіші логічні елементи будуються на їх основі. Зв'язок з «Інформатикою» прослідковується в логічній основі побудови найпростіших пристроїв в роботі комп'ютера: шифраторів, мультиплексорів. При побудові логічних елементів використовується алгебра логіки, що входить до складу булевої алгебри. Тому «Логічні елементи» доречно вивчати в якості практичного застосування математичних знань.

На початку заняття окреслюється основна проблема: в XX столітті бурхливий розвиток обчислювальної техніки вимагав створення пристроїв, які можна було б використовувати для вирішення простих логічних завдань. Студентам пропонується самостійно навести приклади, як можна було б їх реалізувати за допомогою діодів, транзисторів та резисторів. Завдання передбачає теоретичне вивчення та пошук схем можливої реалізації. Приклад завдання в Таблиці 1.

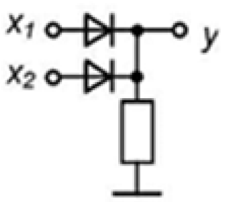
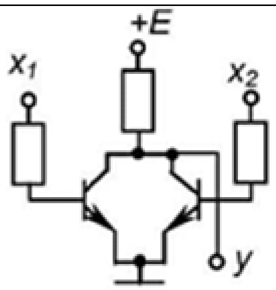
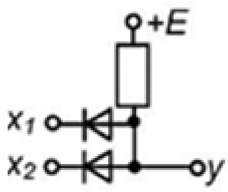
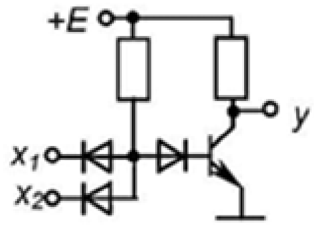
Коуч-викладач допомагає скласти індивідуальний план дій, пройшовши який можна було б самостійно розібрати діодно-резисторну логіку та розробити можливу реалізацію схеми основних логічних елементів «І», «АБО», «АБО-НІ», «І-НІ». На це треба дати регламентований час, після якого коучер разом зі студентами аналізує отримані результати та визначає їх відповідність вже відомим схемам.

Приклад виконання завдання наведено у Таблиці 2.

Таблиця 1

Вхідні змінні		Функція y			
x1	x2	АБО	АБО-НІ	І	І-НІ
0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 1	1 1 1 0
Математична формула		y = x1 +x2	y = (x1+x2)`	y = x1*x2	y = (x1*x2)`
Назва функції		Логічне додавання	Заперечення логічного додавання	Логічне множення	Заперечення логічного множення
Графічне позначення					

Таблиця 2

Функція y			
АБО	АБО-НІ	І	І-НІ
			

В Таблиці 2 наведено найпростіші варіанти можливої реалізації. Студенти можуть запропонувати будь-який інший, який задовольняє поставленій задачі та реалізує відповідну логічну функцію.

Зараз в якості логічних елементів застосовуються інтегральні мікросхеми. Наступним кроком в вивченні їх властивостей студентам можна запропонувати декілька інтегральних мікросхем, які треба дослідити та визначити яку функцію вони реалізують.

Інтегральна мікросхема К155ЛН1. Вона являє собою шість логічних елементів НЕ. Мікросхема має інвертори забезпечені двотактним вихідним каскадом. Найбільший струм (I_1 спож) мікросхема споживає, якщо на всіх шести входах присутні напруги високого рівня. Якщо на всіх входах присутні напруги низького рівня, то струм споживання (I_0 спож) знижується в 2,2 рази. Схема мікросхеми наведена на рисунку 1.

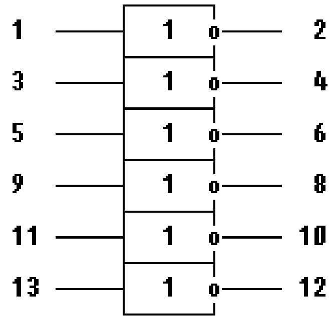


Рис. 1: Схема мікросхеми К155ЛН1

Студентам пропонується заповнити таблицю 3 для кожного входу, подаючи напругу високого та низького рівня на відповідні входи.

Таблиця 3

Вхід	Вихід
1	
0	

За результатами дослідження студенти мають зробити висновок, що це саме логічний елемент «І», а не який-небудь інший.

Інтегральна мікросхема К561ЛЕ10. Вона містить по три трьохвходових базових елементів АБО з інверсією вихідного сигналу. Її схема наведена на рисунку 2.

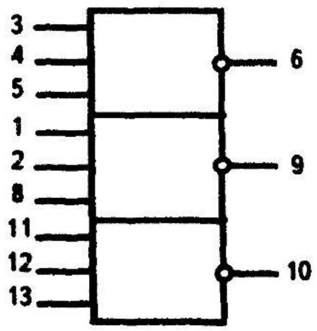


Рис. 2: Схема мікросхеми К561ЛЕ10

Студентам пропонується заповнити таблицю 4.

Таблиця 4

Вхід				Вихід
A	B	C	D	
1	1	1	1	
0	1	1	1	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234885

За результатами дослідження студенти мають зробити висновок, що в мікросхемі є 3 логічних елементів «АБО», вихід якого інвертується.

Інтегральна мікросхема К155ЛА7. Вона являє собою два логічних елемента 4 «І-НЕ» з відкритим колектором і великим коефіцієнтом розгалуження за виходом. Її схема наведена на рисунку 3.

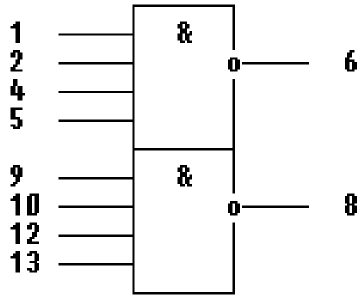


Рис. 3: Схема мікросхеми К155ЛА7

Студентам пропонується заповнити таблицю 5.

Таблиця 5

Вхід				Вихід
A	B	C	D	
1	1	1	1	
0	1	1	1	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

За результатами дослідження студенти мають зробити висновок, що в мікросхемі є 2 однакових логічних елемента з 4 входами «І-НЕ».

Тобто студенти мають можливість за допомогою досліду визначати тип логічного елемента інтегральної мікросхеми.

Особистий вклад коучера полягає в націленні студентів на результат, психологічній та моральній підтримці, наданні особистого прикладу в опануванні теми «Логічні елементи».

Висновки

1. Один з основних недоліків дистанційного навчання — брак безпосереднього спілкування між студентом та викладачем (вчителем).

2. Недостатня мотивація студентів (учнів) призводить до отримання слабких знань.

3. Коуч-сесія в навчанні допомагає студентам не просто отримувати нові знання, а й самостійно вчитися отримувати відповіді на запитання згідно з поставленою проблемою.

4. Тема «Логічні елементи» може використовуватися не тільки при викладанні курсу «Основ промислової електроніки, мікропроцесорної техніки і автоматики», а й в якості додаткового заняття при вивченні шкільного курсу фізики, інформатики, математики.

5. В якості прикладу можна запропонувати самостійно розробити схему на основі діодів, транзисторів та резисторів для побудови простих логічних елементів «І», «АБО», тощо.

6. Практичним завданням може бути визначення типу логічних елементів, що входять до складу трьох інтегральних мікросхем за допомогою таблиці функціонування та схеми.

Література

1. https://kursoviks.com.ua/distancionnoe-obuchenie (дата звернення: 11.05.2021)
2. https://coachuniver.ru/kouch-sessiya/ (дата звернення: 11.05.2021)
3. https://www.coaching-academy.online/kouch-sessiya/ (дата звернення: 11.05.2021)

O.V. Bondarenko
Separate structural subdivision Kramatorsk Vocational College of Industry, Information Technologies and Business, Ukraine.

Using coach sessions in teaching an integrated lesson in physics, mathematics and informatics on the topic «Logical elements»

The article is devoted to the study of the method of coaching sessions in teaching the topic «Logical elements», which can be used as additional classes for students studying the course of physics, mathematics, computer science. Examples of the decision of a heap-teacher of tasks and their possible realization by applicants of education are resulted

Keywords: *coaching, coaching session, logic elements, diode-transistor logic, math lesson, physics lesson, computer science lesson.*

УДК 373.5.091.313:[53+7]

Бєлошапка Л.І., Войнов О.Л., Бєлошапка О.Я.

[1] *старший учитель, фахівець першої категорії, вчитель фізики та астрономії, Слов'янська загальноосвітня школа I-III ст. №18*

e-mail: slavschool18@meta.ua, ORCID 0000-0003-3534-9088

[2] *старший учитель, фахівець вищої категорії, вчитель фізики астрономії та інформатики, Миколаївський ЗЗСО I-III ступенів №3 Миколаївської міської ради*

e-mail: bytic2010@gmail.com, ORCID 0000-0002-1082-6565

[3] *старший викладач кафедри фізики, ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»*

e-mail: beloshapka78@ukr.net, ORCID 0000-0001-7448-3832

ФІЗИКА Й МИСТЕЦТВО

Ідея інтегрованого навчання передбачає досягнення мети якісної освіти, тобто освіти конкурентно-спроможної, яка здатна забезпечити кожній людині самостійно досягти тієї чи іншої мети, творчо самостверджуватися у різних соціальних сферах. У даній статті пропонується показати взаємозв'язок між фізикою й мистецтвом; поглибити знання учнів про фізичні явища й закони; пояснити, яким чином використовують досягнення фізики у створенні та збереженні об'єктів мистецтва. Автори надають матеріал з даної теми, у якому використовуються нетрадиційні методичні прийоми, що допомагають осмисленому та усвідомленому застосуванні знань. Цей матеріал можна застосовувати при проведенні уроків в 11-х класах, а також при розширенні знань з даної темі на факультативних та позакласних заняттях.

Ключові слова: *мистецтво, міжпредметні зв'язки, інтегроване навчання, метод наукової фотографії, рентгенографія.*

Вступ

Сучасний етап розвитку освіти характеризують полярні тенденції — диференціація й інтеграція різних сторін освітньої системи. Ці два, на перший погляд, протилежних процеси на практиці є діалектичною єдністю, що взаємно доповнюють і супроводжують один одного.

Ідея інтегрованого навчання передбачає досягнення мети якісної освіти, тобто освіти конкурентно-спроможної, яка здатна забезпечити кожній людині самостійно досягти тієї чи іншої мети, творчо самостверджуватися у різних соціальних сферах.

Під інтеграцією ми розуміємо процес та результат поєднання окремих елементів навчання та виховання в єдину цілісну систему з метою одержання якісно нового результату шкільної освіти.

Цей матеріал можна застосовувати при проведенні уроків в 11-х класах, а також при розширенні знань з даної темі на факультативних заняттях та позакласній роботі.

Основна частина

Тема. ФІЗИКА Й МИСТЕЦТВО.

Мета — розвивати пізнавальний інтерес на основі міжпредметних зв'язків.

Задачі.

Пізнавальні: показати взаємозв'язок між фізикою й мистецтвом; поглибити знання учнів про фізичні явища й закони; пояснити, яким чином використовують досягнення фізики у створенні та збереженні об'єктів мистецтва; формувати гармонійно розвинену особистість, розвивати почуття прекрасного й уміння насолоджуватися красою мистецтва; виховувати любов до фізики й мистецтва.

Розвиваючі: розвивати вміння виділяти головне, суттєве, порівнювати, узагальнювати; сприяти розвитку емоційних якостей особистості, формуванню комунікативних вмінь.

Виховні: формувати науковий світогляд, цілісну картину світу, формувати гармонійно розвинену особистість, розвивати почуття прекрасного й уміння насолоджуватися красою мистецтва; виховувати любов до фізики й мистецтва.

Обладнання: портрети фізиків І.В. Курчатова, А. Ейнштейна, Б.С. Якобі; художників Леонардо да Вінчі, Рафаеля Санті, Петра Могили, Мікеланджело Буанарроті; фотокартки картин «Мадонна Бенуа з квіткою», «Таємна вечеря», «Джоконда», «Страшний суд», «Афінська школа», «Сікстинська мадонна», скіфської золотої пекторалі. проектор, комп'ютер, мультимедійна презентація.

Методичні поради: урок було проведено у відповідно оформленому фізичному кабінеті. Учні готували вірші й виступи про фізиків, художників та їхні роботи. На дошці записано вислови видатних людей:

Цікава наука фізика — та життя коротке.
(І.В. Курчатов)

Фізика — опора і основа всіх, як є, без винятку, наук!

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

План уроку

I. Мотивація навчальної діяльності.

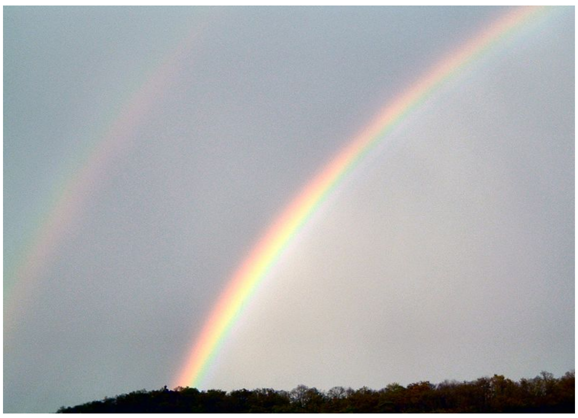
Вступне слово вчителя, доведення до учнів теми й мети уроку

II. Виступи учнів.

1-й учень. Фізика й мистецтво — здається, вони не сумісні. Однак це не так, і сьогодні ми спробуємо довести таку думку. Представники мистецтва, інколи самі цього не знаючи, використовують для створення своїх робіт фізичні закони.

Леонардо да Вінчі першим звернувся до питань теорії польоту. Він побудував модель планера, працював над винайденням парашута. Багато винаходів зробив Леонардо і в галузі військово-інженерної справи. І доцільно сказати, що він був першим комп'ютерником.

2-й учень. З-поміж усіх мистецтв Леонардо ставив на перше місце партнерство. Він вважав, що світ пізнається через почуття, а очі – володарі почуттів. «Око, – писав він, – це вікно людського тіла, через яке людина дивиться на свій шлях і насолоджується красою світу».



Леонардо боявся плину часу. Він вважав, що час знищує всі речі, «пожирає їх твердими зубами років». Око сприймає лише те, що народжується перед ним у певну мить. До Леонардо да Вінчі окресленість предметів у картині набувала вирішального значення, у ній панувала лінія. Леонардо поклав кінець самодостатній владі лінії й назвав цей переворот у малярстві «зникненням обрисів». Світло й тінь не повинні бути різко розмежовані, тому що їхні границі здебільшого не чіткі. «Серпанкова світлотінь» Леонардо — це ніжне півсвітло з м'якою гамою тонів молочно-срібних, голубуватих, деколи із зеленуватими переходам, у яких синя лінія ніби зробилася повітряно-легкою. Світлотінь, обриси, які зникають, вважав Леонардо, є головним у малярстві.

Учень (читає вірш В.Савченка «Спектри»)

Сім основних кольорів у веселки,
Дружно шикують веселий парад:
Зверху червоний, оранжевий нижче,
Жовтий, зелений, і знов світлопад ...

Плавно спливає зелений в блакитний,
Синій в підмогу приходить йому.
А фіолетовий колір спокійний,
Тихо ладнає найнижчу дугу.

Світло — це хвилі електромагнітні,
У кожного кольору хвиля своя.
Світло від сонця — то хвилі сукупні,
Їх розділяє краплиста роса.

Кожна краплина породить веселку,
Безліч картинок — велику дугу.
В ній все багатство суцільного спектра,
Білого світла, що нищить пітьму.

Призму тригранну візьми на долоню,
Сонячний промінь на грань наведи,
І на стіні свого рідного дому
Знову побачиш ти спектр без води.

Учні спостерігають спектр через тригранну призму.

3-й учень (читає доповідь «Світло і мистецтво»).

Світло ... Прекрасне й цікаве явище, яке вивчає оптика. Роль світла в мистецтві дуже важлива. Художник повинен встигнути створити в картині психологічно правильне розуміння свого задуму для глядача. Для цього він повинен добре знати закони сприймання світла, утворення світла, утворенні

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

тіні й півтіні. Якщо, наприклад, художник зображає пейзаж, освітлений сонцем, то затемнення місця можна передати дуже приблизно, бо і в реальності ці деталі розрізняти важко, а якщо пейзаж подано в місячну ніч, місяць повинен бути дуже світлим і різко виділятися на темному тлі. Незнання таких закономірностей призводить до викривлення зображень дійсності. Талановиті митці, знаючи закони природи, тобто фізику, досягають надзвичайних ефектів. Якщо художник уміло поєднує яскраве світло, глибоку тінь, а також півтінь, то він може добре передати об'ємність людей і предметів, створити враження їхньої безпосередньої близькості до глядача. У мистецтві це називають світлотінню. Світлотінь підсилює й емоційну дію картини.

4-й учень. Картин у Леонардо да Вінчі не дуже багато. Ось кілька з них: «Мадонна з квіткою», «Мадонна Бенуа», «Таємна вечеря», «Мона Ліза» (або «Джоконда»). Зосередимо свою увагу на «Джоконді»: є відомості, що Мона Ліза була дружиною багатого флорентійця Франческо Дель Джокондо.

Коли Леонардо писав її портрет, він запрошував музикантів, які грали на рілі, щоб підтримати веселий настрій моделі. Леонардо творив цю картину чотири роки.

У портреті Джоконди митець досягнув такої виразності погляду молодої жінки, так тонко виписав її рот, ледве помітну усмішку, що у виразі обличчя портрета ніби відбиваються мінливі суперечливі відтінки почуттів і настроїв: задумливість, мрійність, прихована усмішка, затамований сум.

Що означає цей погляд, ця усмішка? Ми бачимо в них і мудрість, і лукавство, і зверхність. Ця жінка знає те, що іншим недосяжне. Композиція картини проста й зрозуміла, завершена й гармонійна. Контури не загубилися, вони пом'якшені. Складені руки ніби слугують п'єдесталом образу, неймовірна пильність погляду загострена спокоєм усієї постаті. Вона не здається ні гарною, ані люблячою, ані милосердною. Але ми підпадаємо під її владу.

Ніхто з художників не зміг повторити усмішки Джоконди.

5-й учень. Не можна не згадати про людину, яка створила геніальні перлини мистецтва, італійського митця доби Відродження, скульптора, живописця, архітектора, поета, інженера Мікеланджело Буонарроті.

Найвизначніша рання робота майстра – скульптура «Давид». Протягом 1508–1512 рр. Мікеланджело виконує розпис стелі Сікстинської каплиці у Ватикані. Темою розпису є викладені в Біблії події від створення світу до Всесвітнього потопу. Пізніше митець розписав вівтарну стінку Сікстинської каплиці, створив фреску «Страшний суд». З 1546 р. Мікеланджело як архітектор очолив будівництво собору Святого Петра в Римі. Архітектуру він сприймав як відображення краси людини. «Незаперечним є те, що архітектурні деталі схожі на частини людського тіла», — говорив Мікеланджело.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

6-й учень. Я хочу розповісти про найсвітлішого художника, архітектора епохи Відродження — італійця Рафаеля Санті, який говорив: «Людина повинна бути прекрасною. У неї мають бути красиве й сильне тіло, усебічно розвинений розум, добра й чутлива душа». Саме таких людей зображав Рафаель на своїх картинах. Такою людиною був він сам. Рафаель навчався в найвідоміших художників Італії — Леонардо да Вінчі й Мікеланджело Буонарроті.

Найбільше його приваблює образ Мадонни (Богоматері) з дитиною, який митець відтворює в роботах «Мадонна Грандука», «Сікстинська Мадонна». 1508 року Папа Римський Юлій II доручив Рафаелеві розпис парадних зал Ватиканського палацу. На стінках залів намальовані картини «Афінська школа», де зображені біля входу грецькі філософи Аристотель і Платон, а над ними височіють дві статуї: бога краси Аполлона й богині мудрості Афіни. Тут же розміщені фрески «Богослов'я», «Правосуддя», «Поезія». Ім'я Рафаеля як архітектора пов'язане з будівництвом палаців, церков, каплиць.

Учитель. У житті трапляються випадки, коли художники відновлюють давні картини й видають їх за свої. Але фізичні методи дослідження картини дають змогу відновити оригінал. Які ж це методи? З ними познайомить нас наступний доповідач.

7-й учень. Фізики мають різну апаратуру, яка допомагає фахівцям виявити долю й стан шару фарби картин, не торкаючись полотен. Для здійснення цього застосовують кілька методів:

1) метод наукової фотографії в ультрафіолетових променях, який дозволяє розглянути, яких ділянок полотна торкався чужий пензель, які фрагменти написані заново;

2) фотографування інфрачервоних променях, яке дає змогу побачити полотно без шару лаку й скласти уявлення про стан верхніх шарів фарб, пояснити написи;

3) рентгенографія — рентгенівські промені, пронизують картину, дають

змогу вивчити глибокі й найстаріші шари живопису, при цьому на фотоплівці фіксуються й тріщини в шарі фарби.

Для дослідження картини роблять рентгенограму. Для дослідження техніки живопису використовується макро- й мікрофотографію. Цінними методами дослідження полотен є спектрофотометрія, калориметрія, які дають можливість визначити коефіцієнт поглинання й відбивання світла, яскравість і кольорову гаму картин

Визначне місце в мистецтві належить фотографії. Як сказав Андерсен, «цінність фотоапарата полягає не тільки в тому, що він може робити з фотографа митця, а й у тому, що він стимулює його вдивлятися у світ».

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

Учитель. А тепер поговоримо про художнє лиття й кування.

8-й учень. З давніх-давен людство користується виробами з різних металів: міді, заліза, олова, срібла, золота тощо. Протягом століть ці вироби були не тільки необхідними предметами вжитку, а й справжніми витворами мистецтва. Так, у давнину люди навіть не здогадувалися, що виготовлення таких звичних речей, як посуд, прикраси, зброя, годинники, найрізноманітніші інструменти, тісно пов'язане з науковими знаннями. Адже дотримання технології виготовлення художніх виробів із металу неможливе без знання багатьох явищ і закономірностей природи, а значить, без знання законів фізики. Одними з найпоширеніших способів обробки металу є лиття й кування.

Майстер повинен знати все про процеси нагрівання, плавлення, тверднення різних металів, їхню пластичність і деформацію . Чому кування проводять за нагріванням металу? Чому для художнього лиття використовують переважно чавун? Усе це можна пояснити на основі фізики. Метал нагрівають, щоб підвищити його пластичність і знизити опір деформації. Чавун під час тверднення збільшується в об'ємі, тому заповнює маленькі згини форм і дає змогу одержати витвори, які добре передають особливість оригіналу.

9-й учень. У музеї історичних коштовностей України є вироби з дорогоцінних металів. Найбільшою є колекція так званого «скіфського золота». Перлиною музейної колекції вважають золоту пектораль (середина IVст. до н. е.) з кургану Товста могила, що на Дніпропетровщині. Вона виконана у формі місячного серпика. На нижньому ярусі зображено напружену боротьбу реальних (собаки, коні, олені) та фантастичних (грифони) тварин. На верхньому ярусі панує мир і спокій. А середній ніби з'єднує два протилежні світи: вищий — олюднений , гармонійно і нижчий — тваринний, дикий. І все це зроблено з металу завдяки знанням про його властивості.

10-й учень. Усі ми користуємося книжками, де надруковані тексти, рисунки, графіки. Графіка — зображення предметів і явищ за допомогою крапок, ліній, штрихів. Це один із найдавніших видів мистецтва.

Друкарство виникло в Німеччині й швидко поширилося в інші країни. На весь світ уславилися імена першодрукарів — німця Йоганна Гутенберга зі Страсбурга, який винайшов літери, шрифти, відлиті з металу, та українця Івана Федорова. І їхня діяльність нерозривно пов'язана з фізикою.

Світова графічна спадщина велика й різноманітна. Її збагачено роботами таких митців, як Леонардо да Вінчі, Альберт Дюрер, Т.Г. Шевченко та ін. Зараз набула популярності комп'ютерна графіка, що без фізики було б неможливо.

Одним із найвідоміших діячів культури Україні XVII ст. був київський митрополит Петро Могила.

Із його ім'ям пов'язували розквіт української барокової архітектури. За сприяння Петра Могили було відновлено чимало монастирів і храмів України, серед яких Видубицький монастир і собор Софія Київська. Церковне книгодрукування при Києво-Печерській лаврі, яким також опікувався Петро

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

Могила, сприяло розквіту українського графічного мистецтва.

А книжки — це річки, що наповнюють світ, це джерело мудрості, адже в них глибина незміряна, пірнаючи в яку, добуваєш коштовні перла

Учитель. Отже, ми намагалися довести, що фізика й мистецтво пов'язані між собою. Представники мистецтва, його різних сфер і напрямів, повинні знати фізичні закономірності, які успішно служать не тільки науково-технічному прогресу, а й вихованню почуттів, сприянню натхнення.

III. Підбиття підсумків уроку. Учитель висловлює свою думку про урок, оцінює роботу учнів та організує рефлексію учнів за питаннями.

1. Який ваш внесок в урок?
2. Де вам знадобляться знання, отримані на уроці?
3. Що особисто для вас дав цей урок?

IV. Домашнє завдання.

Висновки

Інтегрований освітній процес стає успішним, якщо додержуватися доступності, науковості, послідовності, системності.

Використання міжпредметних зв'язків виробляє в учнів уміння критично осмислювати матеріал, що вивчається, змінює діапазон застосування знань та умінь, сприяє формуванню в дітей широких пізнавальних інтересів.

Набуття школярами інтегрованих знань стало не менш успішним, ніж засвоєння знань у галузі конкретних наук.

Інтегровані уроки розвивають потенціал самих учнів, спонукають до активного пізнання навколишньої дійсності, до осмислення й пошуку причиново-наслідкових зв'язків, до розвитку логіки, мислення, комунікативних здібностей.

Більшою мірою, ніж звичайні, вони сприяють розвитку мови, формуванню вміння порівнювати, узагальнювати, робити висновки, формують інтегровані знання з обох дисциплін, які використовуються.

Інтеграція дає можливість для самореалізації, самовираження, творчості вчителя, сприяє розкриттю здібностей його учнів.

Інтеграція є джерелом знаходження нових фактів, які підтверджують або поглиблюють певні висновки, спостереження учнів з різних предметів.

Інтегровані уроки дають учневі досить широке і яскраве уявлення та інтегровані знання про світ, у якому він живе, про взаємодопомогу, про існування різноманітного світу матеріальної й художньої культури.

Інтегровані уроки спонукають нас, учителів, до творчої роботи у навчанні фізики та астрономії, розвивають творчі здібності учнів, дослідницькі вміння й навички, привчають до самостійності, індивідуальної, диференційованої роботи, що допомагає краще засвоїти матеріал, але вимагають збільшення щільності уроку та значної витрати часу на їх підготовку.

Отже, інтеграція в сучасній школі — вимога часу, актуальна для всіх учителів, зацікавлених у формуванні всебічно розвиненої особистості учня, яка цілісно сприймає світ і здатна активно діяти в соціальній та професійній сферах.

DOI: https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079112021234886

Література

1. *Арцишевська М.* Суспільствознавча картина світу як теоретична основа інтеграції змісту шкільної освіти // Шлях освіти. – 2000. – №3. – С. 16–20.
2. *Гончаренко С., Мальований Ю.* Інтегроване навчання: за і проти // Освіта. — 1994. — 16 лютого.
3. *Елагина В.С.* Профессиограмма деятельности учителей естественнонаучных дисциплин по реализации межпредметных связей в обучении школьников // Наука и школа. — 2002. — №2. — С. 24–30.
4. *Іванчук М.Г.* Інтегроване навчання: сутність та виховний потенціал. (Виховання особистості молодшого школяра в умовах інтегрованого підходу до навчання). — Чернівці: Рута, 2004. — 359 с.
5. *Ворожейкіна О.М.* Сто цікавих ідей для проведення уроку. — Х. : Вид. група «Основа», 2011. — 287 с.
6. *Мельник Н.П.* Інтеграція навчального процесу як сучасна освітня технологія // Завуч. — 2010. — №22. — С. 11–14.

L.I. Beloshapka, O.L. Voinov, O.Y. Beloshapka
Slovyansk secondary school of I-III centuries №18, Slovyansk, Donetsk region;
Mykolayiv ZZSO I–III degrees №3, Donetsk region, Mykolayivka;
Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Donetsk region, Ukraine.

Physics and art

The idea of integrated learning involves achieving the goal of quality education, ie competitive education, which is able to ensure that each person independently achieves a particular goal, creative self-affirmation in various social spheres. This article proposes to show the relationship between physics and art; to deepen students' knowledge of physical phenomena and laws; explain how the achievements of physics are used in the creation and preservation of art objects. The authors provide material on this topic, which uses non-traditional methods that help meaningful and conscious application of knowledge. This material can be used in lessons in 11th grade, as well as in expanding knowledge on this topic in optional and extracurricular activities.

Keywords: *art, interdisciplinary links, integrated learning, method of scientific photography, radiography.*

ЗМІСТ

CONTENTS

«Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ» виходить із періодичністю один раз на рік та публікує статті, у яких представлені наукові дослідження за наступними напрямками: «Математика»; «Фізика»; «Інформатика та методика її навчання»; «Методика навчання математики в закладах загальної середньої та вищої освіти»; «Методика навчання фізики і астрономії в закладах загальної середньої та вищої освіти».

Редакційна колегія журналу у своїй діяльності

- підтримує політику, спрямовану на уникнення порушень академічної доброчесності [1] (плагіат, самоплагіат, фабрикація, фальсифікація і т.ін.),
- керується принципами Комітету з етики публікацій (The Committee on Publication Ethics (COPE)) http://publicationethics.org/
- та закликає (потенційних) авторів журналу керуватися принципами Комітету (COPE) щодо всіх аспектів етики публікації і дотримуватися етичних правил, представлених на веб-сервісі для журнального контенту (https://publishingsupport.iopscience.iop.org/), зокрема:

— плагіат [2] має багато форм, від перефразування істотних частин чужої роботи (без посилання на джерело) до привласнення результатів, отриманих в дослідженнях, виконаних іншими особами; плагіат у всіх своїх формах є проявом неетичної поведінки та є неприпустимим явищем в академічному і науковому середовищі;
— необхідно надати належні підтвердження використаним творам та посилання на них (сюди входить матеріал, який тісно скопійований (поблизу дослівного), узагальнений та / або перефразований);
— жодні дані не можуть бути сфабриковані та піддані маніпулюванню (включаючи зображення) для підтвердження висновків рукопису;
— одне дослідження не може розбиватися на декілька частин, щоб збільшити кількість публікацій та надсилатись до різних редагованих книжкових проектів чи журналів або до одного журналу протягом певного часу;
— авторство повинно обмежуватися тими особами, хто вніс значний внесок в концепцію, виконання або інтерпретацію представленого дослідження;
— згоду на подання необхідно отримати від усіх співавторів та відповідальних органів в установі, де робота була виконана до подання рукопису;
— автори, імена яких фігурують у публікації, поділяють колективну відповідальність та підзвітність за результати.

[1] В. Бахрушин, Є. Ніколаєв. Методичні рекомендації для закладів вищої освіти з підтримки принципів академічної доброчесності URL: https://tinyurl.com/v6lg7wt

[2] В. Бахрушин. Презентація вебінару «Академічна доброчесність в точних науках». URL: https://saiup.org.ua/wp-content/uploads/2020/05/Osoblyvosti-zabezpechennya-akademichnoi-dobrochesnosti-v-tehnichnyh-naukah.pdf

При підготовці статті необхідно дотримуватись наступних вимог:

1. Рукописи подаються в одному примірнику, надруковані українською, англійською або російською мовою на одній стороні аркуша через один інтервал з широкими полями, старанно вичитані і розмічені;
   примірник повинен бути оформлений відповідно до зазначених нижче вимог з обов'язковим підписом автора (усіх авторів) статті.

2. Стаття повинна включати:
   2.1) індекс УДК (*обов'язково*);
   2.2) прізвище та ініціали автора (авторів) *мовою оригіналу*;
   2.3) електронні адреси поштових скриньок (e-mail) автора (авторів);
   2.4) науковий ступінь, вчене звання, посада та назва установи (де працює автор / автори) *мовою оригіналу*;
   2.5) назву статті *мовою оригіналу*; якщо (для колонтитулу) назва є задовгою, то подати її короткий варіант — не більше 40 знаків;
   2.6) ORCID (*обов'язково*);
   2.7) анотацію (до 5 рядків) *мовою оригіналу*;
   2.8) ключові слова (5 – 7) *мовою оригіналу*;
   2.9) короткий вступ: постановка проблеми, актуальність дослідження, мета статті та новизна одержаних результатів;
   2.10) посилання на кожне з наведених джерел (*обов'язково*);
   2.11) теоретичні основи дослідження (*за необхідності*);
   2.12) основну частину: виклад авторського доробку — формулювання одержаних автором (авторами) нових результатів, які раніше ніде не були опубліковані або подані до розгляду в інший журнал;
   2.13) висновки та перспективи подальших досліджень;
   2.14) список використаних джерел, розташованих за абеткою (або хронологією цитування) та оформлених відповідно до чинного в Україні стандарту ДСТУ 8302:2015 «Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання», який можна завантажити за адресою URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/DSTU2015.pdf;
   за наявності до джерел додається відповідний їм DOI;
   2.15) наприкінці: прізвища та ініціали авторів, назви установ, анотація та ключові слова *іншою мовою*:
   якщо стаття українською або російською мовою, то англійською, якщо стаття англійською мовою, то — українською.

3. До (друкованого варіанту) статті обов'язково додається:
   3.1) електронний варіант у форматі LaTeX; файли прикладу та вимоги щодо оформлення статей можна завантажити за адресою
   URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/znpFizmat2021.zip
   3.2) електронний варіант статті у форматі PDF;
   якщо електронний варіант статті не вдається підготувати у форматі LaTeX, то обов'язково надати електронний варіант у форматі DOC оформивши за зразком, який можна завантажити за адресою
   URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/zrazok.pdf
   3.3) «метадані рукопису» (є обов'язковою частиною наукової роботи, що публікуються в журналі, на сайті видання, розміщуються в міжнародних наукометричних базах даних) за зразком, який можна завантажити за адресою
   URL: http://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/metadani.doc
4. Статті, підготовлені з порушенням зазначених вимог, до розгляду редакційною колегією журналу НЕ приймаються.
5. У випадку авторського колективу вказати прізвище, ім'я, по батькові та e-mail того з авторів, з ким редакційна колегія може вести листування.

Адреса для листування:
Україна, 84116, м. Слов'янськ, Донецька обл., вул. Г. Батюка, 19,
ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»,
Деканат фізико-математичного факультету.
e-mail: znpfizmatsdpu@ukr.net, kadubovs@ukr.net
телефон: (06262) 3-26-59.

з 2015 року
«Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ»
індексується у наукометричній базі
Index Copernicus
(**ICI Journals Master List**)
ICV 2015: 33.40 ICV 2016: 50.51 ICV 2017: 77.80 ICV 2018: 77.95
ICV 2019: 71.77

Наукове видання

Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ

Випуск №11

Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін в ЗЗС та ВО.

Комп'ютерна верстка та підготовка оригінал-макету О.А. Кадубовський
Відповідальні за випуск О.А. Кадубовський, В.Є. Величко

ISSN 2413-2667

Підписано до друку 24.06.2021 р.
Формат 60 × 84 1/16. Ум. др. арк. 14,25.
Тираж 100 прим. Зам. № хххх.

Підприємець Маторін Б.І.
84116, м. Слов'янськ, вул. Г. Батюка, 19.
Тел./факс +38 06262 3-20-99. Email: `matorinb@ukr.net`

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК №3141, видане Державним комітетом телебачення та радіомовлення України від 24.03.2008 р.