МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
СЛОВ'ЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ фізико-математичного факультету СДПУ

Заснований у 2010 році

Випуск №1

за матеріалами
Всеукраїнської науково-практичної конференції
«Актуальні питання науки і освіти»
19 — 21 квітня, 2011

Рекомендовано вченою радою
Слов'янського державного педагогічного університету

Слов'янськ – 2011

УДК 51+53+372.851+372.853.
ББК 22.1+22.3+74.262.21+74.262.22.

З – 414

Збірник наукових праць фізико-математичного факультету СДПУ. [За матеріалами Всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні питання науки і освіти»]. — Слов'янськ: СДПУ, 2011. — № 1 — 212 с.

Для студентів, аспірантів та науковців в галузі фізико-математичних наук; вчителів та викладачів фізико-математичних дисциплін в ЗОШ та ВНЗ.

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ДРУКУ
вченою радою Слов'янського державного педагогічного університету, протокол № 9 від 19.05.2011р.

За достовірність посилань, цитат і результатів експериментів відповідальність несуть автори.

Від редакційної колегії

Шановні читачі!
Ви тримаєте в руках перший випуск «Збірника наукових праць фізико-математичного факультету Слов'янського державного педагогічного університету». Видання наукових праць викладачів, студентів та молодих науковців фізико-математичного факультету СДПУ започатковано у 2010 році, коли результати наукових досліджень було опубліковано окремою серією «Фізико-математичні науки» в збірнику наукових праць «Пошуки і знахідки» за матеріалами науково-практичної конференції СДПУ «Актуальні питання науки і освіти» (СДПУ, 20-22 квітня 2010р.).

Метою збірника є підтримка наукової активності як серед студентів, так і серед молодих викладачів СДПУ та інших ВНЗ.

Основу збірника складають повнотекстові статті доповідей на цьогорічній Всеукраїнській науково-практичній конференції «Актуальні питання науки і освіти» (Слов'янськ, СДПУ, 19-21 квітня 2011р.). Основні результати доповідались на секційних засіданнях та були рекомендовані до друку головами секцій, завідувачами випускових кафедр та науковими керівниками випускових робіт. Вказані матеріали подано у наступних п'яти розділах:

Математика, Фізика,
Інформатика та методика її викладання,
Методика викладання математики в ЗОШ та ВНЗ,
Методика викладання фізики і астрономії в ЗОШ та ВНЗ.

Першочерговими задачами збірника є:
— пропагування наукових досягнень в галузі фізико-математичних наук, зокрема висвітлення актуальних питань сучасної науки в галузі математики, фізики та інформатики,
— акумулювання методичного досвіду викладання фізико-математичних дисциплін в ЗОШ та ВНЗ;
— оприлюднення результатів та наукових досліджень студентів фізико-математичного факультету СДПУ, виконаних під керівництвом провідних викладачів випускових кафедр факультету.

Від редакційної колегії

Відповідно до нової концепції підготовки магістрів в Україні серед рекомендованих вимог до випускових робіт є оприлюднення теми та результатів дослідження в науковому журналі, збірці та/або на сайті вищого навчального закладу в електронному вигляді. У зв'язку з цим, другорядною задачею збірника є підвищення рівня дипломних і магістерських робіт студентів фізико-математичного факультету СДПУ за рахунок залучення до редакційної колегії збірника наукових праць провідних науковців з числа професорсько-викладацького складу факультету та додаткового рецензування ними основних результатів випускових робіт. Тому збірник переважно містить статті, які відбивають результати досліджень, виконаних молодими науковцями, магістрантами та студентами, які навчаються за спеціальностями фізика і математика.

Засновники збірника мають намір зробити його максимально відкритим як для авторів, так і для читачів. Він буде виходити один раз на рік у друкованому та електронному вигляді. Електронна версія буде доступною на сторінках офіційного сайту фізико-математичного факультету СДПУ. На сайті також буде розміщено інформацію щодо співпраці з авторами збірника.

Запрошуємо до співпраці. Наснаги та творчих успіхів!
Члени редакційної колегії.

До 65-річчя фізико-математичного факультету СДПУ

Історія фізико-математичного факультету розпочинається зі створення у червні 1946 року фізико-математичного відділення при Слов'янському учительському інституті. Першим керівником відділення було призначено кандидата фізико-математичних наук, учня всесвітньо відомих учених А.М.Колмогорова і С.М.Нікольского – Вольперта Арона Яковича. Відділення об'єднувало спеціалістів з математики і фізики. На той час набір студентів на фізико-математичне відділення складав лише одну групу з 29 студентів за спеціальністю «математика і фізика».

У 1949 році на базі фізико-математичного відділення виникає фізико-математичний факультет. Деканом факультету призначено Сергієнко М.П.

У 1950 році на фізико-математичному факультеті утворюються дві кафедри – це кафедра фізики і кафедра математики. Першим завідувачем кафедри фізики була Сергієнко М.П. У 1951 році штат кафедри нараховував 4 особи. Окрім завідувача, на кафедрі працювали 2 асистенти і 1 старший викладач. Саме в цей час налагоджуються тісні зв'язки зі школами міста та району.

Після приєднання до Слов'янського учительського інституту Артемівського та Старобільського учительських інститутів у 1954 році утворюється Слов'янський державний педагогічний інститут. Відбувається значне покращення викладацького складу фізико-математичного факультету.

У 1954 році збільшується термін навчання до 4-х та 5-и років, зростає кількість студентів та кількість навчальних дисциплін, які тепер викладаються на фіз-маті. У цьому ж році кафедра математики збільшилася, поєднавши в собі математичні кафедри Слов'янського, Артемівського та Старобільського учительських інститутів. У результаті до кафедри математики прибула значна група викладачів, серед яких кандидат фізико-математичних наук Бондаренко П.С., старший викладач Шевченко В.Е. та інші. Продовжували працювати і кращі викладачі Слов'янського педінституту: Купіна М.М. (1946 – 1961 рр.), Шибалкіна Н.І. (1949 – 1978 рр.), Мовчан-Кондра В.О. (1952 – 2003 рр.), Вольперт А.Я. (1946 – 1977 рр.). Слід зазначити, що надзвичайно велику роль у формуванні математичних кафедр Слов'янського педагогічного інституту відіграв Вольперт Арон Якович. Більше 30 років його самовідданої праці мали надзвичайне значення для становлення математичних наук у Слов'янську.

Турбуючись про поліпшення кадрового складу вузів, Міністерство освіти УРСР направляє до Слов'янського педагогічного інституту на кафедру математики кращих випускників університетів та інститутів: у 1955 році на кафедру прибув випускник Львівського університету Сологуб В.С., у 1956 році – випускник найстарішого в Україні Ніжинського педінституту Авраменко М.П., випускник Київського університету Мельников П.К., випускниця Харківського університету Кособуцька Т.А., а наступного року до кафедри прибула з Орловського педінституту Перепьолкіна В.І.

У 1956 році з Ніжинського педінституту переведені подружжя В'ячеслав Максимович і Галина Борисівна Савченко. У цьому ж році В.М. Савченка було призначено деканом факультету. Але, як і раніше, залишається гострою проблема кадрів з найвищою кваліфікацією, з науковими ступенями та вченими званнями. Особливо плідним для покращення рівня кадрів кафедри математики було прибуття Сологуба В.С. Він у 1956 році очолив кафедру і створив сприятливі умови для навчальної та наукової роботи. Регулярними стали заняття кафедрального семінару.

У 1959 році інститут очолює кандидат фізико-математичних наук, доцент Горошко В.Я.

Протягом всього існування фізико-математичного факультету одним з найважливіших напрямів роботи завжди було покращення навчально-методичної бази на факультеті та організація науково-дослідних лабораторій. Ще у 1939 році було розпочато роботу зі створення лабораторії трудового навчання. На загальних засадах створюються науково-дослідні лабораторії біофізики, фізики твердого тіла, магнетизму, спектроскопії. Значна кількість результатів, одержаних у лабораторіях факультету, мають важливе народногосподарське значення. На основі цих досліджень виконуються і захищаються кандидатські дисертації колишніми студентами факультету: Г.Д.Потапенком, А.Ф.Пруном, В.П.Овчаренко, В.О.Надточієм, М.Т.Малютою та іншими.

У 1956 році через запровадження політехнічного навчання в школах, кафедра фізики посилила роботу з політехнічної підготовки майбутніх вчителів. Створюються лабораторії радіотехніки, електротехніки, технічних засобів навчання, навчальні майстерні.

З 1961 року по 1964 рік кафедру фізики очолював Бєліков Ф.І., який багато уваги приділяв методиці викладання відповідних дисциплін. Факультет і кафедри зростають, набувають власного обличчя, формуються традиції. Однією з традицій є тісний зв'язок кафедр зі школами. Ця традиція зберігається й до сьогодні. З ініціативи кафедри фізики щорічно проводились конференції юних фізиків і техніків, регулярно працювала школа фізиків для учнів старших класів. Професорсько-викладацький склад кафедри ділиться досвідом і знаннями з вчителями шкіл міста, району та в цілому всієї Донецької області. З приходом у 1964 р. доцента Калугіна М.І. значно зросли обсяги науково-дослідної роботи.

У 1969 році завідувачем кафедри фізики став доцент Комісаров Я.С. З його приходом на кафедру почали широко залучати до науково-дослідної роботи студентів. На кафедрі було організовано наукові гуртки з історії фізики, фізики твердого тіла, фізики магнітних явищ, гурток з позакласної роботи вчителя фізики. Наукові праці студентів 5-го курсу фізико-математичного факультету Кохан М., Онищенко А. у 1972 році на Всесоюзному конкурсі студентських робіт зайняли 1-е місце і були відзначені почесними медалями. Велику увагу викладачі кафедри приділяли методичній роботі, вивченню шляхів активізації пізнавальної діяльності школярів на уроках фізики. Провідний викладач кафедри, кандидат педагогічних наук Єріцпохов Б.Ф. працював над монографією «Основні закони механіки». На кафедрі регулярно проводився науково-дослідний семінар для вчителів шкіл міста. Щорічно вчителі фізики проходили перепідготовку. Лабораторне обладнання кафедри давало можливість проводити зі студентами не тільки навчальну, а й науково-дослідну роботу.

З 1970 року на кафедрі математики починається помітне зростання кількості спеціалістів з науковими ступенями та вченими званнями: кандидат фізико-математичних наук, доцент Шамгунов К.Д. (1969), кандидат технічних наук, доцент Топтунова Л.М. (1971), кандидат педагогічних наук, доцент Лабуркін К.Д. (1973), кандидат фізико-математичних наук, доцент Божко В.О. (1978), кандидат педагогічних наук, доцент Вікол Б.А. (1978). Поступове покращення професорсько-викладацького складу кафедри трансформується у підвищення наукового рівня навчальних занять, вдосконалення методичної майстерності викладачів. Під впливом цих факторів у 1974 році складаються сприятливі умови для відокремлення самостійної кафедри математичного аналізу. З цього часу функціонувало дві математичні кафедри: *кафедра математики* і *кафедра математичного аналізу*. Завідувачем кафедри математики призначено кандидата педагогічних наук, доцента Шевченка Володимира Єгоровича, а першим завідувачем кафедри математичного аналізу став кандидат фізико-математичних наук, доцент Шамгунов Казим Давлетович (декан фізико-математичного факультету 1971 – 1973 рр.). Вони зробили вагомий внесок у розвиток факультету, підвищення рівня математичної культури студентів, поліпшення рівня їх наукової і методичної підготовки, залучення студентів до науково-дослідної роботи.

Активно працювали наукові гуртки. Доцент Шамгунов К.Д. керував гуртком з математичного аналізу. Член цього гуртка, голова студентського наукового товариства фізико-математичного факультету 1971 – 1975 рр. Рукасов В.І. в подальшому захистив кандидатську і докторську дисертації та був ректором університету з 2003 по 2009 рр., члени цього ж гуртка Лєжнєнко Л.Г. (Плесканьова) і Сердюк А.М. (Терещенко) стали викладачами факультету. Доцент Шевченко В.Є. керував гуртком з методики математики, члени якого Труш Н.І. і Лодатко Є.О. в подальшому захистили кандидатські дисертації, стали викладачами університету. З приходом на кафедру досвідчених вчителів шкіл та кваліфікованих методистів К.П. Білоненко (1964 р.) та Р.А. Чурінової (1970) значно зріс рівень викладання методики навчання математики. Протягом кількох років під керівництвом викладачів кафедри математики Винокурової Г.П., Чмельової Т.І., Колбасіної Н.І. працювало підготовче відділення, яке готувало молодь до вступу на фізико-математичний факультет. Велике значення кафедра математики приділяла зв'язкам із школами міст та районів Донецького регіону. На кафедрі постійно працювали семінари для вчителів і лекторії для учнів. Із 1970 по 1985 рік при кафедрі працювала філія Всесоюзної заочної математичної школи для учнів Донецької області, якою керував Шевченко В.Є. Філія ЗМШ успішно працювала завдяки активній роботі Авраменка М.П., Величка Є.В., Кособуцкої-Савченко Т.А., Труш Н.І., Терещенко А.М. До роботи ЗМШ залучаються і студенти старших курсів фізико-математичного факультету. Майже всі випускники ЗМШ після закінчення школи успішно здавали вступні іспити з математики в різні ВНЗ. Багато з випускників вибрали математику своєю професією.

За 15 років філію ЗМШ закінчили понад 400 учнів. Реформа шкільної математичної освіти на початку 70-х років була позитивно сприйнята працівниками кафедри математики. Викладачі математичних кафедр брали активну участь в перепідготовці вчителів-математиків.

Протягом 1973 – 1977 років кафедра математики провела п'ять обласних науково-практичних конференцій вчителів з обміну досвідом роботи за новими програмами. Щорічно при кафедрі підвищували кваліфікацію майже 120 учителів. Ця робота не втратила актуальності й сьогодні. Велике значення у збільшенні кількості та якості вступників на фізико-математичний факультет відіграв підготовчий відділ (підготовчі курси). Він існував з 1971 року до 1987 року.

З 1973 р. по 1978 р. деканом факультету був кандидат фізико-математичних наук, доцент Потапенко Георгій Костянтинович, а з 1978 р. по 1993 р. – кандидат фізико-математичних наук, доцент Прун А.Ф. В цей час відбувається значне збільшення контингенту студентів і подальше нарощення матеріальної бази. Здійснюється переобладнання та створення нових кабінетів і лабораторій з сучасним обладнанням та методичним забезпеченням. Створюється лабораторія технічних засобів навчання, яка обладнана пристроями для перевірки знань студентів з набором приладів «МКУ-48». Поповнюються кабінети новими навчальними посібниками, обчислювальною технікою, методичним забезпеченням. Так, для проведення лабораторних занять з дисципліни «обчислювальні та вимірювальні роботи» було придбано різноманітні вимірювальні прилади та обчислювальні машини ВК-1, ВК-2, Іскра та інші. Для проведення занять з обчислювальної математики обладнується кабінет з установкою малих обчислювальних машин, а згодом для занять застосовується обчислювальна машина «Промінь». На початку 80-х років з'являються лабораторії комп'ютерної техніки, які називають комп'ютерними класами.

З 1984 року фізико-математичний факультет переходить у новий 8-ми поверховий корпус, який з того часу є головним навчальним корпусом Слов'янського державного педагогічного інституту. Покращуються умови навчання та матеріальне забезпечення навчального процесу. У 1986 році на фізико-математичному факультеті працюють вже два комп'ютерних класи.

У 1979 році доцент Шамгунов К.Д. у зв'язку з досягненням пенсійного віку передав завідування кафедри математичного аналізу Божку В.О., випускнику аспірантури Київського державного педагогічного інституту ім. М.Горького (нині Національний педагогічний університет ім. М.Драгоманова), який у 1978 р. захистив кандидатську дисертацію за спеціальністю «Диференціальні рівняння», а в 1979 р. отримав звання доцента.

У 1984 році на посаду завідувача цієї кафедри було обрано В.І.Рукасова, який повернувся на кафедру після навчання в аспірантурі Інституту математики АН УРСР і успішного захисту дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю «Математичний аналіз».

У 1985 р. на посаду завідувача кафедри математики було призначено викладача Донецького політехнічного інституту Усенка В.М., який завершив навчання в аспірантурі Харківського інституту радіоелектроніки і захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю «Алгебра і теорія чисел».

З приходом В.І.Рукасова і В.М.Усенка на факультеті значно підвищився рівень математичних досліджень. Під їх керівництвом випускниками фізико-математичного факультету вперше почали виконуватися дисертаційні дослідження з математики безпосередньо в університеті. Вони читали лекції студентам не тільки з базових курсів математичного аналізу і алгебри, а й спеціальні курси з сучасних проблем математики. Значно поширилася тематика дипломних, а в подальшому і магістерських робіт.

В 1986 році В.І.Рукасова було призначено на посаду проректора з наукової роботи, а в 1998 році його було переведено на посаду проректора з навчальної роботи. З 2003 по 2009 рік він працював ректором нашого університету. У зв'язку з великим обсягом виконуваної роботи Рукасовим В.І. на керівних посадах в університеті, обов'язки завідувача кафедри математичного аналізу в 1986 році він передав доценту Божку В.О.

У 1988 році на основі кафедри математики створено дві кафедри: кафедра алгебри і геометрії (зав. кафедри доцент Усенко В.М.) та кафедра методики викладання математики (зав. кафедри доцент Вікол Б.А.).

У 1994 році відбувається певний перерозподіл дисциплін на цих кафедрах. Кафедру методики викладання математики було перейменовано в кафедру геометрії і методики викладання математики (зав. кафедри доцент Моторний Л.Т.), а кафедру алгебри і геометрії – в кафедру алгебри (зав. кафедри доцент Усенко В.М.). З 1993 р. по 1997 р. Усенко В.М. також виконував обов'язки декана факультету. З 1997 р. по 2004 р. деканом факультету була кандидат педагогічних наук, доцент Шуригіна Л.С.

Починаючи з 1996 року на факультеті знову проведено модернізацію комп'ютерної техніки та периферійних пристроїв. У 2006 році кафедра фізики отримує новий сучасний кабінет для вивчення шкільного курсу фізики та методики навчання фізики з комп'ютерами та найсучаснішим мультимедійним обладнанням. Завдяки введенню в експлуатацію аудиторії з мультимедійним обладнанням на факультеті з'явилася можливість всі лекційні заняття проводити з комп'ютерними демонстраціями.

Велике значення для розв'язаня завдань, які стоять перед факультетом і університетом в цілому, має забезпеченість навчального процесу кадрами з науковими ступенями та вченими званнями, особливо докторами наук, професорами.

Першим доктором фізико-математичних наук на фізико-математичному факультеті став Нечволод Микола Кузьмич, його докторська дисертація (1989 р.) присвячена проблемам фізики твердого тіла.

У 1995 році докторську дисертацію з біофізики захистив Костіков Олександр Петрович.

У 2001 році докторську дисертацію з алгебри захистив Усенко Віталій Михайлович. У 2003 році докторську дисертацію з теорії наближення функцій захистив Рукасов Володимир Іванович.

У 2006 році докторську дисертацію з фізики напівпровідників захистив Надточій Віктор Олексійович.

У 2009 році докторську дисертацію з диференціальних рівнянь захистив Чуйко Сергій Михайлович, який з 2009 року є виконуючим обов'язки ректора Слов'янського державного педагогічного університету.

Сьогодні фізико-математичний факультет – це потужний навчальний та науковий підрозділ університету, який може пишатися своїми значними здобутками. На факультеті навчається понад 400 студентів за спеціальностями «математика» і «фізика» з додатковою спеціалізацією «інформатика».

Спеціальності акредитовані за найвищими освітньо-кваліфікаційними рівнями: «бакалавр», «спеціаліст», «магістр». Значна частина випускників продовжує навчання в аспірантурі нашого університету, аспірантурах науково-дослідних установ НАН України та провідних вищих навчальних закладів країни. В аспірантурі, що діє на факультеті, здійснюється підготовка науково-педагогічних кадрів вищої кваліфікації за спеціальностями:
01.01.01. «Математичний аналіз» і 01.04.07. «Фізика твердого тіла».

З 2004 року деканом факультету є кандидат фізико-математичних наук, доцент Новіков Олег Олександрович. Наукова та навчально-методична робота на факультеті ведеться чотирма кафедрами:
— **математичного аналізу** (завідувач кафедри – кандидат фізико-математичних наук, доцент С.О.Чайченко);
— **геометрії та методики викладання математики** (завідувач кафедри – кандидат фізико-математичних наук, доцент О.В.Чуйко);
— **алгебри** (завідувач кафедри – кандидат фізико-математичних наук, доцент О.М.Рябухо);
— **фізики** (завідувач кафедри - доктор фізико-математичних наук, професор В.О.Надточій).

На кафедрах факультету працюють понад 40 викладачів, з яких 4 доктори наук, професори та 26 кандидатів наук, доцентів.

Зараз на факультеті функціонують чотири комп'ютерні класи і дві мультимедійні лабораторії, які обладнані найсучаснішою комп'ютерною технікою та аудіовізуальними засобами навчання, які об'єднані у локальну електронну мережу та мають вихід до всесвітньої мережі Інтернет через цілодобовий супутниковий канал зв'язку.

Навчально методичне програмне забезпечення комп'ютерних класів повністю відповідає сучасному рівню. Більшість ресурсів локальної мережі побудовано за технологією «клієнт–сервер», доступ до якої існує із мережі Internet.

До послуг викладачів і студентів мультимедійні та графічні проектори, проекційні панелі та екрани, цифрова відеокамера, принтери та сканери. У кабінеті інформатики завжди можна знайти необхідну літературу та найсвіжіші періодичні видання на комп'ютерну тематику. Через локальну мережу студенти фізико-математичного факультету мають доступ до навчально-методичних матеріалів, розміщених кафедрами у мережі, можуть користуватися електронними навчальними посібниками, брати участь в чатах та консультуватися з викладачами на факультетських форумах, виконувати завдання тестів на дистанційних курсах навчання.

На факультеті створено сприятливі умови для проведення студентських наукових досліджень. Важливою складовою життя факультету є зустрічі з провідними вченими, наукові семінари за участю фахівців з математики, фізики та методики їх навчання. На базі факультету проводяться міжнародні наукові конференції, форуми та круглі столи молоді і студентів.

Наукові школи, що працюють на факультеті, досягли значних успіхів.

На кафедрі **математичного аналізу** під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Рукасова Володимира Івановича було створено наукову школу з теорії наближення функцій. Дослідження школи пов'язані із знаходженням асимптотичних формул для верхніх граней відхилень тригонометричних поліномів, які породжуються лінійними методами підсумовування рядів Фур'є, на різних класах періодичних функцій однієї та багатьох дійсних змінних, що мають узагальнені Ψ-похідні у розумінні О.І.Степанця, у рівномірній і інтегральній метриках. Одержані представниками школи результати охоплюють широкий спектр функцій, що включає функції малої та скінченної гладкості, нескінченно диференційовні, в тому числі аналітичні і цілі функції, а серед методів наближення – класичні методи Фур'є, Валле-Пуссена, Фейєра, Зигмунда, Фавара, Рогозинського, Стеклова. Досліджуються також аналогічні задачі наближення класів локально інтегровних функцій, заданих на дійсній осі (і необов'язково періодичних) за допомогою цілих функцій експоненціального типу. Отримані асимптотичні формули в більшості випадків забезпечують розв'язки відомої задачі Колмогорова-Нікольського. Досліджувались також апроксимативні властивості введених О.І.Степанцем і В.І. Рукасовим просторів з анізотропною метрикою. Ці дослідження розвивалися під впливом всесвітньо відомої Київської наукової школи з теорії функцій видатного українського математика, члена-кореспондента НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора, Заслуженого діяча науки і техніки України Олександра Івановича Степанця. Серед численних учнів Олександра Івановича 8 випускників СДПУ, в тому числі Рукасов В.І. Загальна кількість публікацій представників школи становить понад 120 наукових праць, у тому числі за останні 5 років понад 60 робіт. Із них 1 монографія (видання Інституту математики НАН України), 3 навчальні посібники з грифом Міністерства освіти і науки, близько 40 статей у фахових виданнях.

У рамках наукової школи з теорії наближення функцій пройшли підготовку випускники фізико-математичного факультету: Новіков О.О., Чайченко С.О., Федоренко О.С., Сілін Є.С., Бодра В.І., Овсій Є.Ю., Ровенська О.Г., які підготували кандидатські дисертації і успішно працюють як в нашому університеті, так в інших наукових і освітніх центрах України. Після смерті В.І.Рукасова дослідження з теорії наближення продовжують співробітники кафедри математичного аналізу Чайченко С.О., Новіков О.О., Сілін Є.С., Бодра В.І.

На кафедрі **алгебри** у рамках наукової школи з алгебри доктора фізико-математичних наук, професора Усенка В.М. пройшли підготовку випускники фізико-математичного факультету Рябухо О.М., Величко В.Є., Кормишева Т.В., Жучок А.В., Жучок О.В., які підготували кандидатські дисертації і успішно працюють в нашому університеті та в інших вищих навчальних закладах України.

На кафедрі **фізики** у 1967 році створено наукову школу з фізики твердого тіла. Науковий керівник – доктор фіз.-мат. наук, професор, Заслужений працівник освіти України, академік АН технологічної кібернетики України і міжнародної академії наук технологій і інжинірингу, ректор СДПУ (1986 – 2003 рр.) Нечволод Микола Кузьмич. Напрямок дослідження – низькотемпературна пластичність кристалічних твердих тіл. В останні роки співробітники кафедри працюють над держбюджетною темою «Дослідження фізичних механізмів утворення низькорозмірних атомних кластерів під дією механічних напружень». Тема затверджена Міністерством освіти і науки України.

Той же науковий колектив працює над кафедральною темою «Дослідження впливу термічних змін на дислокаційну структуру та низькотемпературну повзучість кристалічних матеріалів». Колектив виконавців наукової роботи протягом останніх 25 років одержав нові важливі результати з питань мікропластичності, кінетики утворення дефектів та їх впливу на електричні властивості напівпровідникових кристалів германію, кремнію, напівпровідникових сполук арсеніду галію та арсеніду індію. Завідувач кафедри фізики Надточій В.О. у руслі накресленої проблематики у 1975 р. захистив кандидатську дисертацію, а у 2006 р. – докторську дисертацію. Також в рамках зазначеної наукової школи у 2009 р. викладачем кафедри фізики Москалем Д.С. захищено кандидатську дисертацію. За результатами досліджень опубліковано 105 наукових робіт у провідних наукових журналах України та зарубіжжя.

Науково-дослідна та експериментальна робота, що ведеться на кафедрі **геометрії та методики викладання математики**, присвячена таким пріоритетним напрямам: «Проблеми вдосконалення професійної підготовки майбутніх вчителів математики» (наукові керівники — к.п.н., доцент Труш Н.І., к.п.н., доцент Беседін Б.Б.); «Проблеми вдосконалення професійної підготовки майбутніх вчителів інформатики» (науковий керівник — к.п.н., доцент Сьомкін В.С.); «Методи дослідження теорії крайових задач та комбінаторних структур на многовидах» (наукові керівники — к.фіз.-мат.н., доцент Чуйко О.В., к.фіз.-мат.н. Кадубовський О.А.). Викладачі кафедри Беседін Б.Б., Труш Н.І., Сьомкін В.С., Плесканьова Л.Г. беруть активну участь в організації та проведенні курсів підвищення кваліфікації вчителів математики та інформатики міста Слов'янська та Слов'янського району, які проводяться під керівництвом міського відділу освіти та СДПУ.

Зв'язки та співробітництво

Значної уваги факультет приділяє підтримці тісних зв'язків зі школами. З метою відбору талановитих та найбільш підготовлених до навчання на фізико-математичних спеціальностях випускників укладаються договори про співробітництво з середніми закладами освіти Донецької області.

Викладачі факультету традиційно керують підготовкою учнівських наукових робіт. Щорічно роботи під їх керівництвом займають призові місця у обласному конкурсі наукових робіт МАН України та посідають почесні місця у заключному Всеукраїнському конкурсі учнівських робіт.

Для учнів шкіл Слов'янська та району на фізико-математичному факультеті за сприянням міського відділу освіти проходять олімпіади з математики, фізики, інформатики та програмування. Викладачі кафедри ГМВМ, які працюють вчителями математики у педагогічному ліцеї, виступають в якості консультантів у роботі методичного об'єднання вчителів математики міста.

У 2008 році на факультеті засновано серію навчально-методичних посібників «Викладачі СДПУ — учням, студентам, вчителям», в рамках якої опубліковано 9 випусків, які впроваджуються в навчальний процес та користуються попитом серед вчителів математики та інформатики.

Факультет також підтримує творчі зв'язки з Інститутом математики (м. Київ), Інститутом прикладної математики і механіки і Фізико-технічним інститутом (м. Донецьк), іншими науковими установами НАН України та науково-дослідним інститутом «Перспективні матеріали і нанотехнології» при Московському державному індустріальному університеті (м. Москва).

Міжнародна діяльність факультету проводилась за наступними пріоритетними напрямами. Розвиток прямих контактів з провідними закордонними університетами. На сьогодні такі зв'язки встановлені з університетами Росії, Білорусі, Польщі, Німеччини, Туреччини, Північного Кіпру. Участь науково-педагогічних працівників у міжнародних наукових конференціях, семінарах, тощо. Організація міжнародних наукових конференцій, семінарів, тощо.

16 – 17 серпня 2007 року на базі СДПУ було проведено Міжнародний науковий семінар «Теорія апроксимації в Європейському контексті: підходи, застосування, перспективи» за участю провідних науковців відділу теорії функцій Інституту математики НАН України, співробітників СДПУ та представників Університету Фрідріха Шиллера (м. Йєна, Німеччина).

Німецьким фондом наукових досліджень (DFG) було затверджено спільний німецько-український науковий проект, до складу робочої групи якого з боку нашого університету ввійшли доктор фізико-математичних наук С.М.Чуйко, кандидати фізико-математичних наук С.О.Чайченко, О.О.Новіков, К.В.Руновський і Є.С.Сілін. Відразу після затвердження DFG-проекту почалися заходи щодо реалізації його програми.

Так, з 15-го по 16-те вересня 2009 року наш університет відвідали представники Університету Фрідріха Шиллера (м. Йєна, Німеччина): професор Х.-Ю. Шмайссер (який очолює робочу групу DFG-проекту з німецької сторони) та аспірант М. Кабанова. Професор Х.-Ю. Шмайссер провів презентацію, у якій стисло виклав історію свого університету та ознайомив присутніх з особливостями впровадження положень Болонської декларації в навчальний процес на факультеті математики та інформатики Університету Фрідріха Шиллера. Крім того, для студентів-магістрантів фізико-математичного факультету, викладачів математики і фізики, аспірантів фізико-математичних спеціальностей професор Х.-Ю. Шмайссер прочитав англійською мовою оглядову лекцію на тему «Простори функцій і гладкість», а М. Кабанова – лекцію на тему «Геометрія фракталів».

Другим важливим заходом у рамках затвердженого DFG-проекту були візити в.о. ректора СДПУ С.М. Чуйка та проректора із науково-педагогічної роботи С.О. Чайченка до Йєнського університету.

У період з 19-го по 24-е жовтня 2009 р. в Університеті Фрідріха Шиллера перебував в.о. ректора СДПУ С.М. Чуйко, а з 3-го по 7-е листопада 2009 р. Йєнський університет відвідав проректор із науково-педагогічної роботи С.О. Чайченко. Представники нашого університету виступили на семінарі відомих німецьких математиків професорів Х. Трибеля і Х.-Ю. Шмайсера, де презентували здобутки наукової школи з теорії звичайних диференціальних рівнянь та теорії наближення функцій Слов'янського державного педагогічного університету. Учасники семінару високо оцінили рівень наукових досліджень, що виконуються у нашому університеті, і висловили впевненість у перспективності поєднання зусиль у проведенні спільних наукових і науково-методичних розробок.

8 – 10 червня 2010 р. на базі Слов'янського державного педагогічного університету було проведено міжнародний семінар «Smoothness, approximation and related topics». Цей семінар став черговим заходом, який проводився спільно з Інститутом математики та інформатики університету ім. Ф.Шиллера (м. Йєна, Німеччина) в межах німецько-українського наукового проекту, що фінансується Німецьким фондом наукових досліджень.

10 – 16 жовтня 2010 року проректор із науково-педагогічної роботи, кандидат фізико-математичних наук, доцент С.О. Чайченко та кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри економіко-математичних дисциплін Сілін Є.С. взяли участь у роботі міжнародної конференції «Smoothness, Approximation and Function Spaces» (м. Оппург (Тюрингія), Німеччина), де презентували здобутки наукової школи з теорії нетерових крайових задач та теорії наближення функцій Слов'янського державного педагогічного університету.

Святкуючи свій ювілей колектив фізико-математичного факультету щиро дякує саме старшому поколінню, яке створювало славу і гордість факультету. Дякуємо тим, хто чесно і напружено працював усе життя і сьогодні передає свій досвід молоді. Низький уклін тим, хто вже пішов з життя, залишивши свій приклад працьовитості і гідності. Дякуємо студентам, навчально-допоміжному персоналу і всім хто разом з колективом факультету працюють на здобуття нових успіхів.

Рідному факультету бажаємо процвітання, успіхів у науці та викладацькій роботі!

Професорсько-викладацький склад
фізико-математичного факультету СДПУ,
квітень, 2011 рік.

МАТЕМАТИКА

УДК 517.5

Новиков О.А., Ровенская О.Г., Шулик Т.В.

[1] *доцент кафедры математического анализа, СГПУ*

[2] *ассистент кафедры высшей математики, ДГМА*

[3] *старший лаборант научного отдела, СГПУ*

e-mail: sgpi@slav.dn.ua

ПРИБЛИЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ ПУАССОНА r–ПОВТОРНЫМИ СУММАМИ ВАЛЛЕ ПУССЕНА

Обчислені значення інтегралів у головному члені асимптотичних формул для точних верхніх меж відхилень r–повторних сум Валле Пуссена на класах інтегралів Пуассона.

Calculated values in the main term of asymptotic equalities for upper bounds of the deviations of the r–repeated de la Vallee Poussin sums taken over classes of Poisson integrals.

Keywords: *Fourier series, asymptotic equalities.*

Введение

Следуя [1], обозначим $C^q_{\beta,\infty}$ — класс непрерывных 2π–периодических функций $f(x)$, которые можно представить в виде свертки

$$f(x) = A_0 + \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t) P^q_\beta(t)\ dt,$$

в которой

$$P^q_\beta(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos(kt + \frac{\beta\pi}{2}),\ \ q \in (0;1),\ \ \beta \in R,$$

— ядро Пуассона, а функция $\varphi(x) \in S^0_M$ (S^0_M – множество функций, почти везде ограниченных единицей, имеющих на отрезке $[-\pi;\pi]$ среднее значение, равное нулю). Известно [1], что классы $C^q_{\beta,\infty}$, которые принято называть классами интегралов Пуассона, состоят из функций f, которые являются сужениями на действительную ось функций $F(z)$, аналитических в полосе $|\mathrm{Im} z| \le \ln\frac{1}{q}/2\ln 2$.

Пусть $S_n(f;x)$ — частичные суммы ряда Фурье функции $f(x)$, p, p_1, p_2, ..., p_r — произвольные натуральные числа такие, что $p < n$, $\sum\limits_{k=1}^{r} p_k \stackrel{\mathrm{df}}{=} \Sigma_p < n$.

Тогда суммы Валле Пуссена функции $f(x) \in L^1[-\pi;\pi]$ обычные $V_{n,p}(f,x)$ и r-повторные $V^{(r)}_{n,\overline{p}}(f,x)$, соответственно, задаются соотношениями

$$V_{n,p}(f,x) = \frac{1}{p}\sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f,x),$$

$$V^{(r)}_{n,\overline{p}}(f,x) = \frac{1}{p_1}\sum_{k_1=n-p_1}^{n-1}\frac{1}{p_2}\sum_{k_2=k_1-p_2+1}^{k_1}...\frac{1}{p_r}\sum_{k_r=k_{r-1}-p_r+1}^{k_{r-1}} S_{k_r}(f,x).$$

С.М. Никольский [2] показал, что для верхних граней уклонений частичных сумм Фурье, взятых по классам $C^q_{\beta,\infty}$, имеет место асимптотическое равенство

$$\mathcal{E}\left(C^q_{\beta,\infty}; S_n\right) \stackrel{\text{df}}{=} \sup_{f\in C^q_{\beta,\infty}} ||f(\cdot) - S_n(f;\cdot)||_C =$$

$$= \frac{8q^n}{\pi^2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{du}{\sqrt{1-q^2\sin^2 u}} + O(1)\frac{q^n}{n}.$$

В работе [3] для верхних граней уклонений сумм Валле Пуссена на классах $C^q_{\beta,\infty}$ получена асимптотическая формула

$$\mathcal{E}\left(C^q_{\beta,\infty}; V_{n,p}\right) = \frac{4q^{n-p+1}}{\pi p(1-q^2)} + O(1)\left(\frac{q^{n-p+1}}{p(n-p)(1-q)^3} + \frac{q^n}{p(1-q^2)}\right).$$

Более общий результат получен в работе [4].

В работе [6] для для верхних граней уклонений r-повторных сумм Валле Пуссена в случае r=2 получено следующее соотношение

$$\mathcal{E}\left(C^q_{\beta,\infty}; V^{(2)}_{n,p}\right) = \frac{8q^{n-p_1-p_2+1}}{\pi p_1 p_2 (1+q)^3}\Pi\left(\frac{4q}{(1+q)^2}; \frac{2\sqrt{q}}{1+q}\right) +$$

$$+O(1)\left(\frac{q^{n-p_1-p_2+1}}{p_1p_2(n-p_1-p_2+1)(1-q)^4} + \frac{q^{n-p_1+1}}{p_1p_2(1-q)^3} + \frac{q^{n-p_2+1}}{p_1p_2(1-q)^3}\right),$$

где

$$\Pi(n;k) = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{du}{\left(1-n\sin^2 u\right)\sqrt{1-k^2\sin^2 u}}$$

— полный эллиптический интеграл третьего рода.

В работе [7] исследуется асимптотическое поведение верхних граней уклонений полиномов $V^{(r)}_{n,\overline{p}}(f;x)$ для произвольных натуральных r от функций из классов $C^q_{\beta,\infty}$. В частности, получена следующая асимптотическая при $n-\Sigma_p\to\infty$ формула

$$\mathcal{E}(C^q_{\beta,\infty};V^{(r)}_{n,\overline{p}})=\frac{4q^{n-\Sigma_p+r-1}}{\pi^2\prod\limits_{i=1}^{r}p_i}\int\limits_0^{\pi}Z_q^{r+1}(x)dx+O(1)\frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{r}p_i}\times$$

$$\times\left(\frac{q^{n-\Sigma_p+r-1}}{n-\Sigma_p-1}\left[\frac{1}{(1-q)^{r+3}}+\frac{1}{(1-q)^{2r}}\right]+\sum_{\alpha\subset\overline{r-1}}\frac{q^{(n-1-\sum_{j\in\alpha}p_j+r)}}{(1-q)^{r+1}}\right),$$

где $q\in(0;1)$, $\sum_{i=1}^{r}p_i=\Sigma_p<n$, $Z_q(x)=(1-2q\cos x+q^2)^{-1/2}$, $O(1)$ – величина, равномерно ограниченная по n, q, β, p_i, $i=1,2,...,r$.

Основная часть

В данной работе вычислены значения величин $\int\limits_0^{\pi}Z_q^{r+1}(x)dx$ в случаях, когда r произвольное нечетное число.

Теорема 1. *Для всякого* $r=2m-1, m\in\mathbb{N}$

$$\int\limits_0^{\pi}Z_q^{r+1}(x)dx=$$

$$=\frac{\pi}{2^{(2\nu-2)}(1+q)(1-q)^{(2\nu-1)}}\left[\left(\frac{4q}{(1+q)^2}\right)^{\nu-1}\frac{(2\nu-2)!}{[(\nu-1)!]^2}+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k2^k\frac{(2(\nu-1)-k)!}{(\nu-k-1)!k!}\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(\nu-1-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\right].\qquad(1)$$

Доказательство. Обозначим $\nu=\frac{r+1}{2}$. Тогда

$$\int\limits_0^{\pi}Z_q^{r+1}(x)dx=\int\limits_0^{\pi}\frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^{\nu}}=\frac{1}{(2q)^{\nu}}\int\limits_0^{\pi}\frac{dt}{(\alpha^2-\cos t)^{\nu}},$$

где $\alpha^2=\frac{1+q^2}{2q}$. Заметим, что $1+q^2\geq 2q$, поэтому $\frac{1+q^2}{2q}\geq 1$, $\alpha^2-1\geq 0$. Применяя универсальную тригонометрическую подстановку: $x=\mathrm{tg}\frac{t}{2},\cos t=\frac{1-x^2}{1+x^2},dt=\frac{2dx}{1+x^2},$ получаем

$$\int\frac{dt}{(\alpha^2-\cos t)^{\nu}}=\int\frac{\frac{2dx}{1+x^2}}{(\alpha^2-\frac{1-x^2}{1+x^2})^{\nu}}=\frac{2}{(\alpha^2+1)^{\nu}}\int\frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^{\nu}},$$

где $a^2 = \frac{\alpha^2-1}{\alpha^2+1}$. Следовательно,

$$\int\limits_0^\pi \frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^\nu} = \frac{2}{(1+q)^{2\nu}} \int\limits_0^\infty \frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^\nu}. \tag{2}$$

Приходим к вычислению интегралов

$$J_\nu = \int\limits_0^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^\nu}, a^2 < 1.$$

Воспользуемся элементами теории вычетов. Функция

$$F(z) = \frac{(1+z^2)^{\nu-1}}{(a^2+z^2)^\nu}$$

дробно-рациональная со степенью знаменателя на 2 единицы выше степени числителя. Эта функция имеет два полюса $z = \pm ai$ порядка ν и один из них $z_0 = ai$ находится над осью Ox. Поэтому при $\nu = 1$

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^\nu} = \int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{(a^2+x^2)} = \pi i \lim_{z\to ai}[(z-ai)^\nu F(z)] =$$

$$= \pi i \lim_{z\to ai}[\frac{1}{(z+ai)}] = \frac{\pi}{2a},$$

при $\nu \geq 2$

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^\nu} = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^\nu} = \frac{1}{2}2\pi i \mathrm{res}_{z_0=ai}F(z) =$$

$$= \frac{\pi i}{(\nu-1)!}\lim_{z\to ai}\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}[(z-ai)^\nu F(z)] = \frac{\pi i}{(\nu-1)!}\lim_{z\to ai}\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}\left[\frac{(1+z^2)^{\nu-1}}{(z+ai)^\nu}\right]. \tag{3}$$

Положим $f(z) = (1+z^2)^{\nu-1}$, $g(z) = (z+ai)^{-\nu}$.

Для вычисления $\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}[F(z)(z-ai)^\nu]$ воспользуемся известной формулой Лейбница

$$\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}(f(z)g(z)) = \sum_{k=0}^{\nu-1} C_{\nu-1}^k \frac{d^k}{dz^k}f(z)\frac{d^{\nu-1-k}}{dz^{\nu-1-k}}g(z).$$

Вычислим $\frac{d^k}{dz^k}f(z)$. Имеем

$$f(z) = (1+z^2)^{\nu-1} = \sum_{m=0}^{\nu-1} C_{\nu-1}^m z^{2m};$$

$$\frac{d}{dz}f(z)=\sum_{m=1}^{\nu-1}C_{\nu-1}^{m}2mz^{2m-1};\ \frac{d^2}{dz^2}f(z)=\sum_{m=1}^{\nu-1}C_{\nu-1}^{m}2m(2m-1)z^{2m-2};\ldots$$

$$\frac{d^k}{dz^k}f(z)=\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}2m(2m-1)\ldots(2m-k+1)C_{\nu-1}^{m}z^{2m-k},\ k\geq 1.$$

Вычислим $\frac{d^{\nu-1-k}}{dz^{\nu-1-k}}g(z)$. Имеем

$$\frac{d}{dz}g(z)=(-\nu)(ai+z)^{-(\nu+1)};\ \frac{d^2}{dz^2}g(z)=(-\nu)(-(\nu+1))(ai+z)^{-(\nu+2)};\ldots$$

$$\frac{d^k}{dz^k}g(z)=(-\nu)(-(\nu+1))\ldots(-(\nu+k-1))(ai+z)^{-(\nu+k)}=$$
$$=(-1)^k\nu(\nu+1)\ldots(\nu+k-1)(ai+z)^{-(\nu+k)}.$$

Таким образом,

$$\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}(f\cdot g)(z)=$$
$$=f(z)\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}g(z)+g(z)\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}f(z)+\sum_{k=1}^{\nu-2}C_{\nu-1}^{k}\frac{d^k}{dz^k}f(z)\frac{d^{\nu-k-1}}{dz^{\nu-k-1}}g(z)=$$
$$=(1+z^2)^{\nu-1}(-1)^{\nu-1}\nu(\nu+1)\ldots(2\nu-2)(z+ai)^{-(2\nu-1)}+$$
$$+\sum_{m=\left[\frac{\nu}{2}\right]}^{\nu-1}2m(2m-1)\ldots(2m-(\nu-1)+1)C_{\nu-1}^{m}z^{2m-(\nu-1)}(z+ai)^{-\nu}+$$
$$+\sum_{k=1}^{\nu-2}C_{\nu-1}^{k}(-1)^{\nu-1-k}\nu(\nu+1)\ldots(\nu+(\nu-1-k)-1)(z+ai)^{-(\nu+\nu-1-k)}\times$$
$$\times\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}2m(2m-1)\ldots(2m-k+1)C_{\nu-1}^{m}z^{2m-k}=$$
$$=(1+z^2)^{\nu-1}(-1)^{\nu-1}\nu(\nu+1)\ldots(2\nu-2)(z+ai)^{-(2\nu-1)}+$$
$$+\sum_{m=\left[\frac{\nu}{2}\right]}^{\nu-1}2m(2m-1)\ldots(2m-\nu+2)C_{\nu-1}^{m}z^{2m-\nu+1}(z+ai)^{-\nu}+$$
$$+\sum_{k=1}^{\nu-2}C_{\nu-1}^{k}(-1)^{\nu-1-k}\nu(\nu+1)\ldots(2\nu-k-2)(z+ai)^{-(2\nu-k-1)}\times$$

$$\times \sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1} 2m(2m-1)...(2m-k+1)C_{\nu-1}^{m} z^{2m-k}.$$

Поэтому

$$\lim_{z\to ai}\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}\left[\frac{(1+z^2)^{\nu-1}}{(z+ai)^{\nu}}\right]=(1-a^2)^{\nu-1}\frac{(-1)^{\nu-1}\nu(\nu+1)...(2\nu-2)}{(2ai)^{(2\nu-1)}}+$$

$$+\sum_{m=\left[\frac{\nu}{2}\right]}^{\nu-1} 2m(2m-1)...(2m-\nu+2)C_{\nu-1}^{m}(ai)^{2m-\nu+1}(2ai)^{-\nu}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-2} C_{\nu-1}^{k}(-1)^{\nu-1-k}\nu(\nu+1)...(2\nu-k-2)(2ai)^{-(2\nu-k-1)}\times$$

$$\times \sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1} 2m(2m-1)...(2m-k+1)C_{\nu-1}^{m}(ai)^{2m-k}=$$

$$=\frac{-i(1-a^2)^{\nu-1}}{(2a)^{(2\nu-1)}}\frac{(2\nu-2)!}{(\nu-1)!}+\frac{-i}{(2a)^{(2\nu-1)}}\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k C_{\nu-1}^{k}2^k\frac{(2(\nu-1)-k)!}{(\nu-1)!}\times$$

$$\times \sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}(-1)^m C_{\nu-1}^{m}a^{2m}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}=$$

$$=\frac{-i}{(2a)^{(2\nu-1)}(\nu-1)!}\Bigg[(1-a^2)^{\nu-1}(2\nu-2)!+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k C_{\nu-1}^{k}2^k(2(\nu-1)-k)!\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}(-1)^m C_{\nu-1}^{m}a^{2m}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg].$$

Имея в виду (3), получаем

$$\int_0^{+\infty}\frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^{\nu}}=\frac{\pi i}{(\nu-1)!}\lim_{z\to ai}\frac{d^{\nu-1}}{dz^{\nu-1}}\left[\frac{(1+z^2)^{\nu-1}}{(z+ai)^{\nu}}\right]=$$

$$=\frac{\pi i}{(\nu-1)!}\frac{-i}{(2a)^{(2\nu-1)}(\nu-1)!}\Bigg[(1-a^2)^{\nu-1}(2\nu-2)!+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k C_{\nu-1}^{k}2^k(2(\nu-1)-k)!\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}(-1)^m C_{\nu-1}^{m}a^{2m}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg]=$$

$$= \frac{\pi}{(2a)^{(2\nu-1)}[(\nu-1)!]^2}\Bigg[(1-a^2)^{\nu-1}(2\nu-2)!+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k C_{\nu-1}^k 2^k (2(\nu-1)-k)! \sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}(-1)^m C_{\nu-1}^m a^{2m}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg].$$

Таким образом, в силу (2) имеем

$$\int_0^{\pi}\frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^{\nu}} = \frac{2}{(1+q)^{2\nu}}\int_0^{\infty}\frac{(1+x^2)^{\nu-1}dx}{(a^2+x^2)^{\nu}} =$$

$$= \frac{2}{(1+q)^{2\nu}}\frac{\pi}{(2a)^{(2\nu-1)}[(\nu-1)!]^2}\Bigg[(1-a^2)^{\nu-1}(2\nu-2)!+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k C_{\nu-1}^k 2^k (2(\nu-1)-k)! \sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}(-1)^m C_{\nu-1}^m a^{2m}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg] =$$

$$= \frac{\pi}{2^{(2\nu-2)}(1+q)(1-q)^{(2\nu-1)}[(\nu-1)!]^2}\Bigg[\left(\frac{(1+q)^2-(1-q)^2}{(1+q)^2}\right)^{\nu-1}(2\nu-2)!+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k[(\nu-1)!]^2 2^k\frac{(2(\nu-1)-k)!}{(\nu-k-1)!k!}\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(\nu-1-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg] =$$

$$= \frac{\pi}{2^{(2\nu-2)}(1+q)(1-q)^{(2\nu-1)}}\Bigg[\left(\frac{4q}{(1+q)^2}\right)^{\nu-1}\frac{(2\nu-2)!}{[(\nu-1)!]^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\nu-1}(-1)^k 2^k\frac{(2(\nu-1)-k)!}{(\nu-k-1)!k!}\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{\nu-1}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(\nu-1-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg].$$

Теорема доказана.

Применяя формулу (1), получаем для $\nu = 1$

$$\int_0^{\pi}\frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)} = \frac{\pi}{1-q^2};$$

при $\nu = 2$

$$\int_0^{\pi}\frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^2} = \frac{\pi}{2^2(1+q)(1-q)^3}\Bigg[\left(\frac{4q}{(1+q)^2}\right)\frac{2!}{[1!]^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{1}(-1)^k 2^k \frac{(2(2-1)-k)!}{(2-k-1)!k!}\sum_{m=1}^{1}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(2-1-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg] =$$

$$= \frac{\pi}{4(1+q)(1-q)^3}\left[\frac{8q}{(1+q)^2}+4\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^2\right] = \frac{\pi(1+q^2)}{(1-q^2)^3};$$

при $\nu = 3$

$$\int_0^\pi \frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^3} = \frac{\pi}{2^4(1+q)(1-q)^5}\Bigg[\left(\frac{4q}{(1+q)^2}\right)^2\frac{4!}{[2!]^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{2}(-1)^k 2^k \frac{(2(3-1)-k)!}{(3-k-1)!k!}\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{2}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(2-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg] =$$

$$= \frac{\pi}{2^4(1+q)(1-q)^5}\left[\frac{96q^2}{(1+q)^4}+16\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^2\right] = \frac{\pi[1+4q^2+q^4]}{(1-q^2)^5},$$

при $\nu = 4$

$$\int_0^\pi \frac{dt}{(1+q^2-2q\cos t)^4} = \frac{\pi}{2^6(1+q)(1-q)^7}\Bigg[\left(\frac{4q}{(1+q)^2}\right)^3\frac{6!}{[3!]^2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{3}(-1)^k 2^k \frac{(6-k)!}{(3-k)!k!}\sum_{m=\left[\frac{k+1}{2}\right]}^{3}\frac{(-1)^m\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^{2m}}{(3-m)!m!}\frac{(2m)!}{(2m-k)!}\Bigg] =$$

$$= \frac{\pi}{64(1+q)(1-q)^7}\Bigg[\frac{1280q^3}{(1+q)^6}+72\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^2-$$

$$-48\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^4+40\left(\frac{1-q}{1+q}\right)^6\Bigg] = \frac{\pi(1+9q^2+9q^4+q^6)}{(1-q^2)^7}.$$

Литература

[1] *Степанец А.И.* Приближение аналитических непрерывных функций // Мат. сборник. — 2001. — Т. 192, № 1. — С. 113—138.

[2] *Никольский С.М.* Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем // Изв. АН СССР. сер.мат. — 1946. — 10, № 3. — С. 207 — 256.

[3] *Рукасов В.I, Чайченко С.О.* Наближення аналітичних періодичних функцій сумами Валле–Пуссена // Укр. мат. журн. — 2002. — Т. 54, № 12. — С. 1653 — 1668.

[4] *Сердюк А.С.* Наближення інтегралів Пуассона сумами Валле Пуссена // Укр. мат. журн. — 2004. — Т. 56, № 1. — С. 97 — 107.

[5] *Степанец А.И.* Классификация и приближение периодических функций. – К.: Наук. думка, 1987 — 268 с.

[6] *Ровенская О.Г., Новиков О.О.* Приближение интегралов Пуассона повторными сумами Валле Пуссена // Нелінійні коливання — 2010. — Т. 13, № 1. — С. 96 — 99.

[7] *Новиков О.О., Шулик Т.В., Ровенская О.Г.* Приближение аналитических функций r–повторными суммами Валле Пуссена // Вісник СДПУ Математика вып. 1(4) — 2010. — Т. 13, № 1. — С. 74 — 94.

УДК 517.5

Чайченко С.О., Юрченко Є.В.

[1] *проректор з науково-педагогічної роботи СДПУ, завідувач кафедри математичного аналізу*

[2] *студент 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

e-mail: stolch@mail.ru, cw_orange@mail.ru

НАБЛИЖЕННЯ СУМАМИ ВАЛЛЕ ПУССЕНА НА КЛАСАХ ЗГОРТОК З ПОЛІГАРМОНІЧНИМИ ЯДРАМИ ПУАССОНА ТА ЯДРАМИ НЕЙМАНА

Знайдено асимптотичні рівності для точних верхніх меж відхилень сум Валле Пуссена на класах аналітичних періодичних функцій, що породжуються полігармонічними ядрами Пуассона та ядрами Неймана.

Ключові слова: $(\psi;\beta)$ *-похідна, класи згорток, суми Валле Пуссена, полігармонічні ядра Пуассона, ядра Неймана.*

1. Основні означення і постановка задачі

Нехай L — простір 2π-періодичних сумовних на періоді функцій f з нормою

$$\|f\|_L = \|f\|_1 = \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|\, dt,$$

L_∞ — простір 2π-періодичних вимірних і суттєво обмежених функцій f, у якому норма задана рівністю

$$\|f\|_\infty = \operatorname*{ess\,sup}_t |f(t)|,$$

і C — простір неперервних 2π-періодичних функцій f із нормою

$$\|f\|_C = \max_t |f(t)|.$$

Через $C^\psi_\beta \mathfrak{N}$ (див. [1, с. 131]) позначають класи неперервних функцій $f \in C$, які можна подати у вигляді згортки

$$f(x) = A_0 + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x+t)\Psi_\beta(t)\, dt, \tag{1}$$

функцій $\varphi \in \mathfrak{N} \subset L$ з ядрами

$$\Psi_\beta(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right),$$

де $\psi(k)$ — деяка послідовність дійсних чисел, $\beta \in \mathbb{R}$. При цьому функцію $\varphi(\cdot)$, наслідуючи О.І. Степанця [1], називають $(\psi;\beta)$-похідною функції $f(\cdot)$ і використовують позначення $f_\beta^\psi(\cdot)$.

Якщо

$$S_\infty = \{\varphi \in L_\infty : \quad \|\varphi\|_\infty \le 1\},$$

$$H_\omega = \{\varphi \in C : \quad \omega(\varphi;t) \le \omega(t)\},$$

де $\omega(\varphi;t)$ — модуль неперервності функції $\varphi \in C$, $\omega(t)$ — довільний фіксований модуль неперервності, то розглядають класи $C_\beta^\psi S_\infty = C_{\beta,\infty}^\psi$ і $C_\beta^\psi H_\omega$.

Множину послідовностей $\psi(k)$, $k \in \mathbb{N}$, які задовольняють умову

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\psi(k+1)}{\psi(k)} = q, \qquad q \in [0;1], \tag{2}$$

позначають через D_q [2]. Прикладами ядер, послідовності коефіцієнтів яких належать множині D_q, є відомі ядра Пуассона

$$P_\beta^q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right), \qquad q \in (0;1),\ \beta \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

У цьому разі для класів $C_{\beta,\infty}^\psi$ і $C_\beta^\psi H_\omega$ використовують позначення $C_{\beta,\infty}^q$ і $C_\beta^q H_\omega$ відповідно.

Нехай

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q} + \frac{1}{q^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

— оператор Лапласа в полярних координатах і $\Delta^l := \Delta(\Delta^{l-1})$. Як зазначено в монографії [3, с. 256 – 257], розв'язок диференціального рівняння

$$\Delta^l U(q;x) = 0,$$

із заданими граничними умовами

$$U(q;x)\Big|_{q=1} = f(x), \quad \frac{\partial^k}{\partial q^k} U(q;x)\Big|_{q=1} = 0,\ k = 1,2,\ldots,l-1,$$

де $f(x)$ — сумовна 2π-періодична функція, для довільного натурального числа l може бути поданий у вигляді

$$U(q;x)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x+t)P_l^q(t)\,dt.$$

Тут

$$P_l^q(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\psi_{q,l}(k)\cos kt,\quad \psi_{q,l}(k)=q^k\sum_{i=0}^{l-1}(1-q^2)^iQ(i;k),$$

$$Q(i;k)=\frac{k(k+2)(k+4)\dots(k+2i-2)}{i!2^i},$$

$$k=0,1,2,\dots,\ Q(0;k)=1.$$

Зважаючи на це, величини

$$P_{l,\beta}^q(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\psi_{q,l}(k)\cos\left(kt-\frac{\beta\pi}{2}\right),\quad \beta\in\mathbb{R},\tag{4}$$

називають полігармонічними ядрами Пуассона порядку l. Як нескладно переконатися, послідовність коефіцієнтів ядер $P_{l,\beta}^q(t)$

$$\psi_{q,l}(k)=q^k\sum_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}\prod_{j=0}^{i-1}(k+2j),\quad q\in(0;1),\tag{5}$$

також належить до множини D_q. При $l=1$ полігармонічні ядра Пуассона $P_{l,\beta}^q(t)$ співпадають з ядрами Пуассона $P_\beta^q(t)$.

Ще одним прикладом ядер, коефіцієнтів яких задовольняють умову (2), є ядра Неймана

$$N_{q,\beta}(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{q^k}{k}\cos(kt-\frac{\beta\pi}{2}),\quad q\in(0;1),\ \beta\in\mathbb{R}.\tag{6}$$

Нехай тепер $f\in L$,

$$S_n(f;x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$$

— частинна сума ряду Фур'є функції f порядка n,

$$V_{n,p}(f;x)=\frac{1}{p}\sum_{k=n-p}^{n-1}S_k(f;x)\tag{7}$$

— суми Валле Пуссена функції f і, як звичайно,

$$\rho_{n,p}(f;x)=f(x)-V_{n,p}(f;x).$$

Метою цього повідомлення є отримання асимптотичних при $n\to\infty$ рівностей для величини

$$\mathcal{E}(C_\beta^\psi\mathfrak{N};V_{n,p})=\sup_{f\in C_\beta^\psi\mathfrak{N}}\|f(\cdot)-V_{n,p}(f;\cdot)\|_C \tag{8}$$

за умови, що класи $C^\psi\mathfrak{N}$ визначаються згортками з ядрами вигляду (4) і (6), а у якості $\mathfrak{N}$ виступає одна з множин S_∞ або H_ω.

2. Історична довідка і допоміжні твердження

У 1946 році С.М. Нікольський [4] розглянув величину

$$\mathcal{E}_n(C_{\beta,\infty}^q;S_n)=\sup_{f\in C_{\beta,\infty}^q}\|f(\cdot)-S_n(f;\cdot)\|_C,$$

і показав, що при $n\to\infty$ виконується рівність

$$\mathcal{E}_n(C_{\beta,\infty}^q;S_n)=\frac{8q^n}{\pi^2}K(q)+O(1)q^nn^{-1}, \tag{9}$$

у якій

$$K(q)=\int\limits_0^{\pi/2}\frac{dt}{\sqrt{1-q^2\sin^2 t}},\quad q\in[0;1),$$

— повний еліптичний інтеграл першого роду. У 1980 році С.Б. Стєчкіним [5] цей результат було передоведено іншим методом, який дозволив уточнити залишковий член рівності (9).

Аналогічна задача для класів $C_\beta^qH_\omega$ була розв'язана лише в 2000 році О.І. Степанцем у роботі [6]. Ним було показано, що величина

$$\mathcal{E}_n(C_\beta^qH_\omega;S_n)=\sup_{f\in C_\beta^qH_\omega}|f(x)-S_n(f;x)|$$

не залежить від точки x і при $n\to\infty$ виконується рівність

$$\mathcal{E}_n(C_\beta^qH_\omega;S_n)=\frac{8q^n}{\pi^2}K(q)\theta_\omega\int\limits_0^{\pi/2}\omega(\frac{2t}{n})\sin t\;dt+$$

$$+\frac{O(1)q^n}{(1-q)^2n}\omega(1/n), \tag{10}$$

де $\theta_\omega \in [1/2; 1]$, причому $\theta_\omega = 1$, якщо $\omega(t)$ — опуклий модуль неперервності, а $O(1)$ — величина, рівномірно обмежена щодо n, q і β.

З рівностей (9) і (10) випливає, що суми Фур'є на класах $C^q_{\beta,\infty}$ і $C^q_\beta H_\omega$ дають наближення, яке співпадає за порядком з величиною найкращого наближення тригонометричними поліномами степеня не вищого за n. Зазначимо також, що рівності (9) і (10) є асимптотично точними при будь-яких значеннях параметрів, які в них входять. Незважаючи на це, природнім був інтерес до того, як поводять себе інші наближуючі агрегати, зокрема суми Валле Пуссена, на згаданих класах. Дослідженню цього питання, зокрема, присвячено роботи [7, 8, 9].

В подальшому О.І. Степанцем було висунуто ідею про те, що залишки

$$\sum_{k=n}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right)$$

ядер $\Psi_\beta(t)$, які породжують класи C^ψ_β при $\psi \in D_q$, $0 < q < 1$, за умови $n \to \infty$ поводять себе приблизно так само, як і відповідні залишки ядер $P^q_\beta(t)$. І використовуючи відомі результати для точних верхніх меж $\mathcal{E}(C^q_\beta \mathfrak{N}; S_n)$ відхилень сум Фур'є $S_n(f; x)$ на класах інтегралів Пуассона $C^q_\beta \mathfrak{N}$, були знайдені асимптотичні рівності для величин (8) за умови $p = 1$ (наближення сумами Фур'є) [2]. У роботі [10], використовуючи відповідні рівності з робіт [7] і [8], ці результати було розповсюджено на випадок наближення сумами Валле Пуссена за умови, що одночасно $p \to \infty$ і $n - p \to \infty$. А саме, було показано справедливість наступного твердження.

Теорема 1. *Нехай класи $C^\psi_{\beta,\infty}$ і $C^\psi_\beta H_\omega$ породжені ядром*

$$\Psi_\beta(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos(kt - \frac{\beta\pi}{2}), \quad \psi > 0,\ \psi \in D_q,\ 0 < q < 1.$$

Тоді, якщо n і p — довільні натуральні числа, $p < n$, то при $n \to \infty$ виконуються рівності

$$\mathcal{E}(C^\psi_{\beta,\infty}; V_{n,p}) = \psi(n-p+1) \left[\frac{4}{\pi} \frac{1}{(1-q^2)p} + \right.$$

$$\left. +O(1) \left(\frac{q^{p-1}}{(1-q^2)p} + \frac{1}{(1-q)^3 p(n-p)} + \frac{\varepsilon_{n-p}}{(1-q)^4}\right)\right], \tag{11}$$

$$\mathcal{E}(C^\psi_\beta H_\omega; V_{n,p}) = \psi(n-p+1) \left[\frac{2\theta_\omega}{\pi} \frac{1}{(1-q^2)p} \int\limits_0^{\pi/2} \omega(\frac{2t}{n-p}) \sin t \, dt + \right.$$

$$+O(1)\omega(\frac{1}{n-p})\left(\frac{q^{p-1}}{(1-q^2)p}+\frac{1}{(1-q)^3p(n-p)}+\frac{\varepsilon_{n-p}}{(1-q)^4}\right)\Bigg], \qquad (12)$$

де

$$\varepsilon_{n-p}=\sup_{k\geq n-p}\left|\frac{\psi(k+1)}{\psi(k)}-q\right|,$$

а $O(1)$ *— величина, рівномірно обмежена щодо* n, p, q, $\psi(k)$ *і* β.

3. Наближення на класах згорток з полігармонічними ядрами Пуассона і ядрами Неймана

Як нескладно переконатися, коефіцієнти ядер $P^q_{l,\beta}(t)$

$$\psi(k)=\psi_{q,l}(k)=q^k\sum_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}\prod_{j=0}^{i-1}(k+2j),$$

задовольняють умови теореми 1. Дійсно, виконуючи перетворення, при $l=2,3,\ldots,$ знаходимо

$$\varepsilon_n=\sup_{k\geq n}\left|\frac{\psi(k+1)}{\psi(k)}-q\right|=\sup_{k\geq n}\left|\frac{\psi_{q,l}(k+1)}{\psi_{q,l}(k)}-q\right|=$$

$$=q\sup_{k\geq n}\left|\frac{\sum\limits_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}(k+1)(k+3)(k+5)\ldots(k+2i-1)}{\sum\limits_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}k(k+2)(k+4)\ldots(k+2i-2)}-1\right|=$$

$$=q\frac{\sum\limits_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}\left(\prod\limits_{j=0}^{i-1}(k+1+2j)-\prod\limits_{j=0}^{i-1}(k+2j)\right)}{\sum\limits_{i=0}^{l-1}\frac{(1-q^2)^i}{i!2^i}\prod\limits_{j=0}^{i-1}(k+2j)}<$$

$$<q\sup_{k\geq n}\left(\prod_{j=0}^{l-2}\frac{k+1+2j}{k+2j}-1\right)\leq\frac{(2l-3)q}{n},\quad n\in\mathbb{N}. \qquad (13)$$

При $l=1$ маємо

$$\varepsilon_k\equiv 0. \qquad (14)$$

Отже, із теореми 1 та співвідношення (14) одержуємо таке твердження.

Теорема 2. *Нехай класи* $C^\psi_{\beta,\infty}$ *і* $C^\psi_\beta H_\omega$ *породжуються послідовностями* $\psi(k)=\psi_{q,l}(k)$ *вигляду (6).*

Тоді, якщо n і p — довільні натуральні числа, $p < n$, то при $n \to \infty$ виконуються рівності

$$\mathcal{E}(C^{\psi}_{\beta,\infty}; V_{n,p}) = q^{n-p+1} \sum_{i=0}^{l-1} \frac{(1-q^2)^i}{i!2^i} \prod_{j=0}^{i-1}(n-p+1+2j) \left[\frac{4}{\pi}\frac{1}{(1-q^2)p}+ \right.$$

$$\left. +O(1)\left(\frac{q^{p-1}}{(1-q)p} + \frac{1}{(1-q)^3 p(n-p)} + \frac{lq}{(n-p)(1-q)^4}\right)\right],$$

$$\mathcal{E}(C^{\psi}_{\beta} H_{\omega}; V_{n,p}) = q^{n-p+1} \sum_{i=0}^{l-1} \frac{(1-q^2)^i}{i!2^i} \prod_{j=0}^{i-1}(n-p+1+2j)\times$$

$$\times\left[\frac{2\theta_{\omega}}{\pi}\frac{1}{(1-q^2)p}\int\limits_0^{\pi/2} \omega(\frac{2t}{n-p})\sin t\ dt+ \right.$$

$$\left. +O(1)\omega(\frac{1}{n-p})\left(\frac{q^{p-1}}{(1-q)p} + \frac{1}{(1-q)^3 p(n-p)} + \frac{lq}{(n-p)(1-q)^4}\right)\right],$$

де $O(1)$ — величина, рівномірно обмежена щодо n, p, q, l і β.

Умови теореми 1 задовольняють, також, послідовності коефіцієнтів ядер Неймана (6). Дійсно, як нескладно переконатися

$$\varepsilon_n = \sup_{k\geq n}\left|\frac{\psi(k+1)}{\psi(k)} - q\right| = \sup_{k\geq n}\left|\frac{kq}{k+1} - q\right| = q\sup_{k\geq n}\left|\frac{1}{k+1}\right| = \frac{q}{n+1}. \qquad (15)$$

Отже, із теореми 1 та співвідношення (15) одержуємо таке твердження.

Теорема 3. *Нехай класи $C^{\psi}_{\beta,\infty}$ і $C^{\psi}_{\beta}H_{\omega}$ породжуються ядрами $N_{q,\beta}(t)$ вигляду (6).*

Тоді, якщо n і p — довільні натуральні числа, $p < n$, то при $n \to \infty$ виконуються рівності

$$\mathcal{E}(C^{\psi}_{\beta,\infty}; V_{n,p}) = \frac{q^{n-p+1}}{n-p+1}\left[\frac{4}{\pi}\frac{1}{(1-q^2)p}+ \right.$$

$$\left. +O(1)\left(\frac{q^{p-1}}{(1-q^2)p} + \frac{1}{(1-q)^3 p(n-p)} + \frac{q}{(n-p)(1-q)^4}\right)\right],$$

$$\mathcal{E}(C^{\psi}_{\beta} H_{\omega}; V_{n,p}) = \frac{q^{n-p+1}}{n-p+1}\left[\frac{2\theta_{\omega}}{\pi}\frac{1}{(1-q^2)p}\int\limits_0^{\pi/2} \omega(\frac{2t}{n-p})\sin t\ dt+ \right.$$

$$+O(1)\omega(\frac{1}{n-p})\left(\frac{q^{p-1}}{(1-q^2)p}+\frac{1}{(1-q)^3p(n-p)}+\frac{q}{(n-p)(1-q)^4}\right)\Bigg],$$

де $O(1)$ *— величина, рівномірно обмежена щодо* n*,* p*,* q*,* $\psi(k)$ *і* β*.*

Зазначимо, що у випадку, коли одночасно

$$\lim_{n\to\infty} p(n)=\infty \ \text{ і } \ \lim_{n\to\infty}[n-p(n)]=\infty, \quad \text{при чому} \ \lim_{n\to\infty}\frac{p(n)}{n-p(n)}=0,$$

рівності з теорем 2 і 3 дають розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для сум Валле Пуссена на класах аналітичних функцій, що породжуються полігармонічними ядрами Пуассон та ядрами Неймана, відповідно.

Література

[1] *Степанец А.И.* Методы теории приближений. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2002. – Т.I. — 427 с.

[2] *Степанец А.И., Сердюк А.С.* Приближения суммами Фурье и наилучшие приближения на классах аналитических функций // Укр. мат. журн. — 2000. — 52, № 3. — С. 375 – 395.

[3] *Тиман М.Ф.* Аппроксимация и свойства периодических функций. — Киев: Наукова думка, 2009. — 376 с.

[4] *Никольский С.М.* Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем// Изв. АН СССР, сер. матем. – 1946. – 10. – С. 207–256.

[5] *Стечкин С.Б.* Оценка остатка ряда Фурье для дифференцируемых функций // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова АН СССР. — 1980. — 145. — С. 126 – 151.

[6] *Степанец А.И.* Приближение аналитических непрерывных функций // Мат. сборник. — 2001. — 192, № 1. — С. 113 – 138.

[7] *Рукасов В.И., Новиков О.А.* Приближение аналитических функций суммами Валле-Пуссена // Ряди Фур'є: теорія і застосування. — Київ, 1998. — С. 228 – 241. (Праці Ін-ту математики НАН України; Т. 20).

[8] *Рукасов В.І., Чайченко С.О.* Наближення аналітичних періодичних функцій сумами Валле-Пуссена // Укр. мат. журн. — 2002. — 54, № 12. — С. 1653 – 1668.

[9] *Сердюк А.С.* Наближення інтегралів Пуассона сумами Валле Пуссена // Укр. мат. журн. — 2004. — 56, № 1. — С. 97 – 107.

[10] *Рукасов В.И.* Приближение суммами Валле-Пуссена классов аналитических функций // Укр. мат. журн. — 2003. — 55, № 6. — С. 806 – 816.

УДК 517.5

Бодрая В.И., Гладкоскок А.Г., Савченко Ю.Л.

[1] *ассистент кафедры математического анализа, СГПУ*

[2] *студентка 5 курса физико-матемтического факультета, СГПУ*

[3] *студентка 5 курса физико-матемтического факультета, СГПУ*

e-mail: sgpi@slav.dn.ua

ПРИБЛИЖЕНИЕ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ ОБОБЩЕННЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ЗИГМУНДА

Отримані асмптотичні формули для верхніх граней відхилень прямокутних операторів Зигмунда на класах (ψ, β)–диференційовних функцій багатьох змінних.

Keywords: *Fourier series, asymptotic equalities.*

Введение

Классы (ψ, β)-диффенцируемых периодических функций одной переменной были введены в 1983 году А.И. Степанцом (см. [1]) следующим образом.

Пусть L – пространство суммируемых 2π-периодических функций, $f \in L$ и

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} A_k(f; x)$$

– ряд Фурье функции f. Пусть далее $\psi(k), k \in N$ – произвольная функция натурального аргумента и $\beta \in R$. Если ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)} \left(a_k \cos(kx + \beta\pi/2) + b_k \sin(kx + \beta\pi/2)\right)$$

является рядом Фурье некоторой суммируемой функции, то эту функцию обозначают f_β^ψ и называют (ψ, β)-производной функции f.

Если функция f непрерывна и выполнено условие $\mathrm{ess\,sup}|f_\beta^\psi(x)| \leq 1$, то полагают $f \in C_{\beta,\infty}^\psi$.

Исследованию аппроксимативных свойств классов функций одной переменной, имеющих (ψ, β)-производную, посвящен обширный круг работ (см., например, [1 – 11]), в частности, в работах [7, 8, 10, 11] изучены вопросы приближения классов функций с малой гладкостью. В работах [2, 5] можно найти библиографию по вопросам, примыкающим к этой тематике.

Классы (ψ, β)-дифференцируемых функций многих переменных были введены в работе [12] (см. также [13, 14]). В этих работах изучаются вопросы приближения классов (ψ, β)-дифференцируемых периодических функций многих переменных прямоугольными линейными методами. В данной статье получены асимптотические формулы для верхних граней уклонений различных прямоугольных линейных средних рядов Фурье, взятых по классам функций многих переменных малой гладкости. В частности, найдены асимптотические равенства, которые обеспечивают решение задачи Колмогорова–Никольского (см. [2, С. 8]) на этих классах для прямоугольных обобщенных операторов Зигмунда.

Для дальнейшего изложения введем ряд обозначений и определений.

Пусть R^m – пространство m-мерных векторов $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_m)$, $T^m = \prod\limits_{i=1}^{m} [-\pi; \pi]$ – m-мерный куб с ребром 2π,

$$N^m = \{\vec{x} \in R^m | x_i \in N,\ i = 1, 2, ..., m\},$$

$$N_*^m = \{\vec{x} \in R^m | x_i \in N_* = N \cup \{0\},\ i = 1, 2, ..., m\},$$

$$N_i^m = \{\vec{x} \in R^m | x_i \in N,\ x_j \in N_*,\ i \neq j\}.$$

Через E^m обозначим множество точек из R^m, координаты которых принимают одно из двух значений: 0 или 1.

Через $L(T^m)$ обозначим множество 2π-периодических по каждой переменной, суммируемых на кубе периодов T^m, функций $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, ..., x_m)$.

Пусть $f \in L(T^m)$. Следуя [12, С. 546], каждой паре точек $\vec{s} \in E^m$, $\vec{k} \in N_*^m$, поставим в соответствие коэффициент Фурье функции f

$$a_{\vec{k}}^{\vec{s}}(f) = \frac{1}{\pi^m} \int_{T^m} f(\vec{x}) \prod_{i=1}^{m} \cos\left(k_i x_i - \frac{s_i \pi}{2}\right) dx_i.$$

Каждому вектору $\vec{k} \in N_*^m$ поставим в соответствие гармонику функции $f(\vec{x})$

$$A_{\vec{k}}(f; \vec{x}) = \sum_{\vec{s} \in E^m} a_{\vec{k}}^{\vec{s}}(f) \prod_{i=1}^{m} \cos\left(k_i x_i - \frac{s_i \pi}{2}\right).$$

Следуя [12, С. 545], ряд Фурье функции $f(\vec{x})$ определим следующим соотношением

$$S[f] = \sum_{\vec{k} \in N_*^m} \frac{1}{2^{q(\vec{k})}} A_{\vec{k}}(f; \vec{x}), \tag{1}$$

где $q(\vec{k})$ – количество нулевых координат вектора $\vec{k}$.

Пусть $\overline{m} = \{1, 2, ..., m\}$ и μ – какое-либо подмножество из $\overline{m}$, обозначим через $|\mu|$ количество элементов множества μ и через $\mu(r)$ – всякое r-элементное подмножество из $\overline{m}$ ($|\mu(r)| = r$).

По аналогии с одномерным случаем, гармоникой, сопряженной с $A_{\vec{k}}(f;\vec{x})$ по переменной x_r, будем называть величину

$$A_{\vec{k}}^{\vec{e}_r}(f;\vec{x}) = \sum_{\vec{s}\in E^m} a_{\vec{k}}^{\vec{s}}(f) \prod_{i\in\overline{m}\setminus\{r\}} \cos\left(k_i x_i - \frac{s_i\pi}{2}\right)\cos\left(k_r x_r - \frac{(s_r+1)\pi}{2}\right).$$

Будем вводить понятие (ψ,β)-производных функций многих переменных, используя схемы введения (ψ,β)-производных функций одной переменной (см. [1]) и обыкновенных частных производных функций многих переменных.

Пусть $\overline{\psi}_i = (\psi_{i1}(k), \psi_{i2}(k))$, $\overline{\Psi}_i = (\Psi_{i1}(k), \Psi_{i2}(k))$, $i \in \overline{m}$, $k = 0, 1, 2, ...,$ – наборы систем чисел таких, что для всех $i \in \overline{m}$, $k \in N$, выполняются условия: $\psi_{i1}(0) = 1$, $\Psi_{i1}(0) = 1$, $\psi_{i2}(0) = 0$, $\Psi_{i2}(0) = 0$,

$$\overline{\psi}_i^2(k) = \psi_{i1}^2(k) + \psi_{i2}^2(k) \neq 0,\ \ \overline{\Psi}_i^2(k) = \Psi_{i1}^2(k) + \Psi_{i2}^2(k) \neq 0.$$

Если для фиксированного $r \in \overline{m}$ существует функция $f^{\overline{\psi}_r}(\vec{x}) \in L(T^m)$ такая, что

$$S[f^{\overline{\psi}_r}] = \sum_{\vec{k}\in N_r^m} \frac{1}{2^{q(\vec{k})}\overline{\psi}_r^2(k_r)}\left(\psi_{r1}(k_r)A_{\vec{k}}(f;\vec{x}) - \psi_{r2}(k_r)A_{\vec{k}}^{\vec{e}_r}(f;\vec{x})\right),$$

где $N_{\underline{r}}^m$ – множество точек $\vec{k} \in N_*^m$, у которых $k_r \neq 0$, то будем говорить, что $f^{\overline{\psi}_r}(\vec{x})$ является частной $\overline{\psi}_r$-производной функции $f(\vec{x})$ по переменной x_r. Для функции $f^{\overline{\psi}_r}(\vec{x})$ будем также использовать естественное для частных производных обозначение $\frac{\partial^{\overline{\psi}_r} f(\vec{x})}{\partial x_r}$.

Для фиксированного набора $\mu \subset \overline{m}$, $\mu = \{r_1, r_2, ..., r_{|\mu|}\}$, смешанной $\overline{\Psi}_\mu$-производной по переменным x_i, $i \in \mu$, по аналогии с определением обыкновенной смешанной частной производной, будем называть функцию $f^{\overline{\Psi}_\mu}$, которая задается соотношением

$$f^{\overline{\Psi}_\mu}(\vec{x}) = \frac{\partial^{\overline{\Psi}_{r_{|\mu|}}}\partial^{\overline{\Psi}_{r_{|\mu|-1}}}...\partial^{\overline{\Psi}_{r_1}} f(\vec{x})}{\partial x_{r_{|\mu|}}\partial x_{r_{|\mu|-1}}...\partial x_{r_1}}.$$

Множество функций $f \in L(T^m)$ таких, что для любых $i \in \overline{m}$ существуют $\overline{\psi}_i$-производные $f^{\overline{\psi}_i}$ и для всех $\mu \subset \overline{m}$ существуют смешанные $\overline{\Psi}_\mu$-производные $f^{\overline{\Psi}_\mu}$, будем обозначать $L^{m\overline{\psi}}$, а подмножество непрерывных функций из $L^{m\overline{\psi}}$ будем обозначать $C^{m\overline{\psi}}$. Множество функций из $C^{m\overline{\psi}}$, удовлетворяющих условиям

$$\text{esssup}|f^{\overline{\psi}_i}(\vec{x})| \leq 1, \ \text{esssup}|f^{\overline{\Psi}_\mu}(\vec{x})| \leq 1, \ i \in \overline{m}, \ \mu \subset \overline{m},$$

будем обозначать $C^{m\overline{\psi}}_\infty$. В случае, когда существуют функции $\psi_i(x)$, $\Psi_i(x)$ и числа $\beta_i, \beta_i^* \in R$ такие, что $\psi_{i1}(x) = \psi_i(x)\cos\beta_i\pi/2$, $\psi_{i2}(x) = \psi_i(x)\sin\beta_i\pi/2$, такие классы будем обозначать $C^{m\psi}_{\beta,\infty}$.

Следуя [1], введем множества $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}'_0$, $\mathfrak{M}_C$. Будем полагать, что функции $\psi_i(v)$, $\Psi_i(v)$, $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2$, являются функциями непрерывного аргумента $v \geq 0$, совпадающими при $v \in N$ с элементами одноименных систем чисел $\psi_i(k)$, $\Psi_i(k)$, которые использовались выше для определения (ψ_i, β_i)- и (Ψ_μ, β^*)-производных.

Через $\mathfrak{M}$ обозначим множество функций $\psi(x)$, непрерывных при $x \geq 0$, монотонно убывающих, выпуклых вниз при $x \geq 1$ и удовлетворяющих условию $\lim\limits_{x\to\infty} \psi(x) = 0$.

Через $\mathfrak{M}'$ обозначим подмножество функций $\psi \in \mathfrak{M}$, для которых

$$\int\limits_1^\infty \frac{\psi(x)}{x} dx < \infty.$$

Функции $\psi(x)$ поставим в соответствие функцию $\eta(x) = \eta(\psi, x)$, связанную при $x \geq 1$ с $\psi(x)$ соотношением $\psi(\eta(x)) = \frac{1}{2}\psi(x)$.

Положим

$$\mu(t) = \mu(\psi, t) = \frac{t}{\eta(t) - t}.$$

Через $\mathfrak{M}'_0$ обозначим множество функций $\psi \in \mathfrak{M}'$, для которых величина $\mu(\psi, t)$ ограничена сверху. Через $\mathfrak{M}_C$ обозначим множество функций $\psi \in \mathfrak{M}$, для которых найдутся константы K_1, K_2 такие, что при всех $x \geq 1$

$$0 < K_1 \leq \mu(\psi, t) \leq K_2 < +\infty.$$

Если для $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2$, выполнено $\psi_{ij} \in \mathfrak{M}'_0 \setminus \mathfrak{M}_C$, $\Psi_{ij} \in \mathfrak{M}'_0 \setminus \mathfrak{M}_C$, то функции $f \in C^{m\overline{\psi}}_\infty$ по аналогии с одномерным случаем естественно называть функциями с малой гладкостью.

Следуя [3] (см. также [2], [14]), прямоугольные линейные средние рядов Фурье определим следующим образом.

Пусть $\Lambda = \{\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_m\}$ – фиксированный набор бесконечных треугольных числовых матриц, $\Lambda_i = \{\lambda^{(n_i)}_{k_i}\}$, $i = 1, 2, ..., m$, $\vec{n} \in N^m$, $\vec{k} \in N^m_*$,

$\lambda_0^{(n_i)} = 1$ и $\lambda_{k_i}^{(n_i)} = 0$ для $k_i \geq n_i$. Пусть далее $\lambda_{\vec{k}}^{(\vec{n})} = \prod\limits_{i=1}^{m} \lambda_{k_i}^{(n_i)}$ и $G_{\vec{n}} = \prod\limits_{i=1}^{m} [0; n_i - 1]$ – прямоугольный параллелепипед, соответствующий вектору $\vec{n} \in N^m$. Понятно, что $\lambda_{\vec{k}}^{(\vec{n})} = 0$ для любых $\vec{k} \notin G_{\vec{n}}$.

Функции $f \in L(T^m)$, имеющей ряд Фурье (1), поставим в соответствие семейство тригонометрических полиномов

$$U_{\vec{n}}(f; \vec{x}; \Lambda) = \sum_{\vec{k} \in G_{\vec{n}}} 2^{-q(\vec{k})} \lambda_{\vec{k}}^{(\vec{n})} A_{\vec{k}}(f; \vec{x}). \tag{2}$$

При $\lambda_{\vec{k}}^{(\vec{n})} \equiv 1$, $\vec{k} \in G_{\vec{n}}$, многочлены $U_{\vec{n}}(f; \vec{x}; \Lambda) = S_{\vec{n}}(f; \vec{x})$ являются прямоугольными частичными суммами ряда Фурье.

Пусть $\varphi_i(x), i = 1, 2, ..., m$ – непрерывные, монотонно возрастающие при $x \geq 0$ такие, что $\varphi_i(0) = 0$. Если величины $\lambda_{\vec{k}}^{(\vec{n})}$, $\vec{k} \in G_{\vec{n}}$, $\vec{n} \in N^m$, задаются соотношениями

$$\lambda_{k_i}^{(n_i)} = 1 - \frac{\varphi_i(k_i)}{\varphi_i(n_i)},$$

то многочлены $U_{\vec{n}}(f; \vec{x}; \Lambda) = Z_{\vec{n}}^{\varphi}(f; \vec{x})$ будем называть обобщенными прямоугольными суммами Зигмунда.

Величины $\delta_{\vec{n}}^{\varphi}(f; \vec{x}) = f(\vec{x}) - Z_{\vec{n}}^{\varphi}(f; \vec{x})$ являются уклонениями многочленов $Z_{\vec{n}}^{\varphi}(f; \vec{x})$, $\vec{n} \in N^m$, от функции $f(\vec{x})$.

Целью данной работы является получение асимптотических равенств для величин

$$\mathcal{E}(C_{\beta,\infty}^{m\psi}; Z_{\vec{n}}^{\varphi}) = \sup_{f \in C_{\beta,\infty}^{m\psi}} ||\delta_{\vec{n}}^{\varphi}(f; \vec{x})||_C$$

при $n_i \to \infty$, $i = 1, 2, ..., m$, и в случаях, когда классы $C_{\beta,\infty}^{m\psi}$ являются классами функций с малой гладкостью.

В одномерном случае на классах функций с малой гладкостью были получены асимптотические равенства, которые имеют главный член в виде суммы двух слагаемых. В частности, для верхних граней уклонений по таким классам сумм Фурье, сумм Валле Пуссена и обобщенных сумм Зигмунда получены асимптотические формулы: в работе [7]

$$\mathcal{E}\left(C_{\beta,\infty}^{\psi}; S_n\right) = \frac{4}{\pi^2}\psi(n)\ln n + \frac{2\sin\frac{\beta\pi}{2}}{\pi}\int\limits_n^{\infty}\frac{\psi(x)}{x}dx + O(1)\psi(n),\ n \to \infty,$$

в роботе [10],

$$\mathcal{E}\left(C^{\psi}_{\beta,\infty}; V_{n,p}\right) = \frac{4}{\pi^2}\psi(n)\ln\frac{n}{p} + \frac{2\sin\frac{\beta\pi}{2}}{\pi}\int\limits_{n}^{\infty}\frac{\psi(x)}{x}dx + O(1)\psi(n),$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{p}{n} = 0,\ \ n\to\infty,$$

в работе [11]

$$\mathcal{E}\left(C^{\psi}_{\beta,\infty}; Z^{\varphi}_{n}\right) = \frac{2}{\pi\varphi(n)}\int\limits_{1}^{n}\frac{\varphi(x)\psi_2(x)}{x}dx + \frac{2\sin\frac{\beta\pi}{2}}{\pi}\int\limits_{n}^{\infty}\frac{\psi(x)}{x}dx + O(1)\psi(n),\ \ n\to\infty.$$

Вопросы приближения классов $C^{m\psi}_{\beta,\infty}$ различными прямоугольными методами приближения изучались в работах [15-18]. В частности, на классах функций $C^{m\psi}_{\beta,\infty}$ с малой гладкостью для прямоугольных сумм Валле Пуссена в работе [18] получена асимптотическая формула

$$\mathcal{E}\left(C^{m\psi}_{\beta,\infty}; V_{\vec{n},\vec{p}}\right) =$$

$$= \frac{4}{\pi^2}\sum_{i=1}^{m}\psi_i(n_i)\ln\frac{n_i}{p_i} + \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{m}\sin\frac{\beta\pi}{2}\int\limits_{n_i}^{\infty}\frac{\psi_i(x)}{x}dx + O(1)\left(\sum_{i=1}^{m}\overline{\psi}_i(n_i) + \right.$$

$$\left. + \sum_{r=2}^{m}\sum_{\mu(r)\subset\overline{m}}\prod_{j\in\mu(r)}\left[\Psi_j(n_j)\ln\frac{n_j}{p_j} + \sin\frac{\beta_i^*\pi}{2}\int\limits_{n_j}^{\infty}\frac{\Psi_j(x)}{x}dx\right]\right).$$

Основная часть

В данной работе получены аналогичные асимптотические формулы для классов функций многих переменных с малой гладкостью $C^{m\psi}_{\infty,\beta}$ и прямоугольных обобщенных сумм Зигмунда.

Теорема 1. *Пусть* $\Psi_i \in \mathfrak{M}_0'$, $\psi_i \in \mathfrak{M}_0'$, $\beta_i, \beta_i^* \in R$ *функции* $\psi_i(x)\varphi_i(x)$, $\Psi_i(x)\varphi_i(x)$, $i = 1, 2, ..., m$; *монотонно возрастают и сохраняют характер выпуклости при* $x \geq 1$.

Тогда при $n_i \to \infty$, $i = 1, 2, ..., m$, *справедлива асимптотическая формула*

$$\mathcal{E}\left(C^{m\psi}_{\beta,\infty}; Z^{\varphi}_{\vec{n}}\right) =$$

$$= \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{m}\frac{\sin\frac{\beta_i\pi}{2}}{\varphi_i(n_i)}\int\limits_{1}^{n_i}\frac{\psi_i(x)\varphi_i(x)}{x}dx + \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{m}\sin\frac{\beta_i\pi}{2}\int\limits_{n_i}^{\infty}\frac{\psi_i(x)}{x}dx + O(1)\left(\sum_{i=1}^{m}\psi_i(n_i) + \right.$$

$$+\sum_{r=2}^{m}\sum_{\mu(r)\subset\overline{m}}\prod_{j\in\mu(r)}\sin\frac{\beta_j^*\pi}{2}\left[\frac{1}{\varphi_j(n_j)}\int\limits_1^{n_j}\frac{\Psi_j(x)\varphi_j(x)}{x}dx+\int\limits_{n_j}^{\infty}\frac{\Psi_j(x)}{x}dx+\overline{\Psi}_j(n_j)\right]\Bigg). \quad (3)$$

Доказательство. Через $\{\lambda_{n_i}(v)\}$, $\vec{n}=(n_1,n_2,...,n_m)\in N^m$, обозначим семейство заданных и непрерывных на [0;1] функций таких, что $\lambda_{k_i}^{(n_i)}=\lambda_{n_i}(\frac{k_i}{n_i})$, $\vec{k}\in G_{\vec{n}}$.

Введем функции

$$\tau_i(v)=\begin{cases}(1-\lambda_{n_i}(v))\psi_i(n_iv), & \frac{1}{n_i}\le v\le 1;\\ \psi_i(n_iv), & 1\le v, i=1,2,...,m;\end{cases} \quad (4)$$

$$T_i(v)=\begin{cases}(1-\lambda_{n_i}(v))\Psi_i(n_iv), & \frac{1}{n_i}\le v\le 1;\\ \Psi_i(n_iv), & 1\le v, i=1,2,...,m;\end{cases} \quad (5)$$

которые на $[0;\frac{1}{n_i}]$ заданы так, что $\tau_i(v)$, $T_i(v)$ непрерывны на положительной полуоси и выполнено условие $\tau_i(0)=0$, $T_i(0)=0$, $i=1,2,...,m$.

В работе [12] показано, что для функций τ_i, T_i, $i=1,2,...,m$, заданных соотношениями (4), (5), и имещих суммируемые на R преобразования Фурье:

$$A(\tau_i)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\int\limits_0^{\infty}\tau_i(x)\cos(xt+\frac{\beta\pi}{2})dx\right|dt<\infty,$$

$$A(T_i)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\int\limits_0^{\infty}T_i(x)\cos(xt+\frac{\beta\pi}{2})dx\right|dt<\infty,$$

при $n_i\to\infty$, $i=1,2,...,m$, справедливо равенство:

$$\mathcal{E}\Big(C_{\beta,\infty}^{m\psi};U_{\vec{n}}\Big)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\sin\frac{\beta_i\pi}{2}}{\pi}\int\limits_{|t|\le 1}\left|\int\limits_1^{\infty}\psi_i(n_ix)\sin xtdx\right|dt+$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\pi}\int\limits_{|t|\ge 1}\left|\int\limits_0^{\infty}\tau_i(x)\cos(xt+\frac{\beta\pi}{2})dx\right|dt+$$

$$+O(1)\Big(\sum_{i=1}^{m}\int\limits_{|t|\le 1}\left|\int\limits_0^{\infty}\tau_i(x)\cos xtdx\right|dt+$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\sin\frac{\beta_i\pi}{2}\int\limits_{|t|\le 1}\left|\int\limits_0^1 \tau_i(x)\sin xt dx\right|dt+\sum_{i=1}^{m}a(\tau_i)+\sum_{r=2}^{m}\sum_{\mu(r)\subset\overline{m}}\prod_{j\in\mu(r)}A(T_j)\Big), \quad (6)$$

где

$$a(\tau_i)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{|t|\ge\frac{\pi n_i}{2}}^{\infty}\left|\int\limits_0^{\infty}\tau_i(x)\cos(xt+\frac{\beta_i\pi}{2})dx\right|dt.$$

Таким образом, изучение величин $\mathcal{E}\left(C^{m\psi}_{\beta,\infty};Z^{\varphi}_{\vec{n}}\right)$ сводится к вычислению соответствующих одномерных несобственных интегралов.

Для изучения величин $\mathcal{E}\left(C^{m\psi}_{\beta,\infty};Z^{(\varphi)}_{\vec{n}}\right)$ при помощи соотношения (6) функции $\tau_i(x)$, $T_i(x)$, $i=1,2,...,m$, $j=1,2$, которые определены соотношениями (4) и (5), представим в следующем виде

$$\tau_i(x)\begin{cases}\psi_i(1)\varphi_i(1)nx, & 0\le x\le\frac{1}{n_i},\\ \psi_i(n_ix)\varphi(n_ix), & \frac{1}{n_i}\le x\le 1,\\ \psi_i(n_ix), & 1\le x,\ i=1,2,...,m,\end{cases}$$

$$T_i(x)=\begin{cases}\Psi_{ij}(1)\varphi_i(1)nx, & 0\le x\le\frac{1}{n_i},\\ \Psi_{ij}(n_ix)\varphi(n_ix), & \frac{1}{n_i}\le x\le 1,\\ \Psi_{ij}(n_ix), & 1\le x,\ i=1,2,...,m.\end{cases}$$

Применяя рассуждения работы [11], получаем асимптотические формулы

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{|t|\le 1}\left|\int\limits_1^{\infty}\psi_i(n_ix)\sin xt dx\right|dt=\frac{2}{\pi}\int\limits_{n_i}^{\infty}\frac{\psi_i(x)}{x}dx+O(1)\psi_i(n_i),$$

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{|t|\ge 1}\left|\int\limits_0^{\infty}\tau_i(x)\cos(xt+\frac{\beta_i\pi}{2})dx\right|dt=$$

$$=\frac{\sin\frac{\beta_i\pi}{2}}{\varphi_i(n_i)}\int\limits_1^{n_i}\frac{\psi_i(x)\varphi_i(x)}{x}dx+O(1)\psi_i(n_i),$$

$$a(\tau_i)=O(1)\psi_i(n_i),$$

$$A(T_i)=O(1)\left(\sin\frac{\beta_i^*\pi}{2}\int\limits_{n_i}^{\infty}\frac{\Psi_i(x)}{x}dx+\frac{\sin\frac{\beta_i^*\pi}{2}}{\varphi_i(n_i)}\int\limits_1^{n_i}\frac{\Psi_{i2}(x)\varphi_i(x)}{x}dx+\overline{\Psi}_i(n_i)\right),$$

$$\int\limits_{|t|<1} \left| \int\limits_0^\infty \tau_i(v) \cos vt dv \right| dt = O(1)\psi_i(n_i),$$

$$\int\limits_{|t|<1} \left| \int\limits_0^1 \tau_i(v) \sin vt dv \right| dt = O(1)\overline{\psi}_i(n_i).$$

Подставляя эти соотношения в формулу (6), получаем асимптотическую формулу (3).

Теорема доказана.

Литература

[1] *Степанец А.И.* Классы периодических функций и приближение их элементов суммами Фурье. — Киев, 1983. — 57 с. — (Препринт / АН УССР Ин-т математики; 83.10).

[2] *Степанец А.И.* Классификация и приближение периодических функций. – К.: Наук. думка, 1987. – 268 с.

[3] *Степанец А.И.* Равномерные приближения тригонометрическими полиномами. – К.: Наук. думка, 1981. – 340 с.

[4] *Степанец А.И.* Классификация периодических функций и скорость сходимости их рядов Фурье // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1986. – 50, № 1. – С. 101 – 136.

[5] *Степанец А.И.* Методы теории приближений.: В 2 ч. – К.: Институт математики НАН Украины, 2002.

[6] *Рукасов В.И., Новиков О.А., Чайченко С.О.* Приближение классов $C_\infty^{\overline{\psi}}$ суммами Валле–Пуссена // Теорія наближення функцій та її застосування: Зб. наук. пр. – К.: Ін-т математики НАН України, 2000. – С. 396 – 406.

[7] *Степанец А.И.* Приближение $\overline{\psi}$-интегралов периодических функций суммами Фурье (небольшая гладкость) I // Укр. мат. журн. – 1998. – 50, № 2. – С. 274 – 291.

[8] *Степанец А.И.* Приближение $\overline{\psi}$-интегралов периодических функций суммами Фурье (небольшая гладкость) II // Укр. мат. журн. — 1998. — 50, № 3. — С. 388 – 400.

[9] *Степанец А.И.*Скорость сходимости группы отклонений на множествах $\overline{\psi}$-интегралов // Укр. мат. журн. — 1999. — 51, № 12. — С. 1673 – 1693.

[10] *Рукасов В.И., Новиков О.А., Чайченко С.О.* Приближение классов периодических функций с малой гладкостью суммами Валле–Пуссена. — В кн.: Теорія наближення функцій та суміжні питання. — Київ: Праці

Ін-та математики НАН України. Математика та її застосування. — 2002. — С. 119 – 133.

[11] *Рукасов В.И., Новиков О.А.* Приближение функций с небольшой гладкостью из классов $C_{\infty}^{\overline{\psi}}$ линейными методами // Теорія наближень та гармонічний аналіз: Праці Українського математичного конгресу — 2001. — Київ: Ін-т математики НАН України, 2002. — С. 184 – 193.

[12] *Степанец А.И., Пачулиа Н.Л.* Кратные суммы Фурье на множествах (ψ,β)-дифференцируемых функций // Укр. мат. журн. – 1991. – **43**, № 4. – С. 545 – 555.

[13] *Ласурия Р.А.* Кратные суммы Фурье на множествах $\overline{\psi}$-дифференцируемых функций // Укр. мат. журн. – 2003. – 55, № 7. – С. 911 – 918.

[14] *Задерей П.В.* Интегральные представления уклонений линейных средних рядов Фурье на классах дифференцируемых периодических функций двух переменных // Некоторые вопросы теории аппроксимации функций: Сб. научн. тр. / Отв. ред. В.К. Дзядык. – К.: Ин-т математики АН УССР, 1985. – С. 16 – 28.

[15] *Степанец А.И.* Приближение некоторых классов дифференцируемых периодических функций двух переменных суммами Фурье // Укр. мат. журн. – 1973. – 25, № 5. – С. 599 – 609.

[16] *Рукасов В.И., Новиков О.А., Бодрая В.И.* Приближение классов $\overline{\psi}$-интегралов периодических функций многих переменных прямоугольными линейными средними их рядов Фурье // Укр. мат. журн. — 2005. — 57, № 4. — С. 564 – 570.

[17] *Рукасов В.И., Новиков О.А., Бодрая В.И.* Приближение классов $\overline{\psi}$-интегралов периодических функций двух переменных линейными методами // Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання. / Відп. ред. О.І. Степанець // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — Т. 1, № 1. — Київ: Ін-т математики НАН України, 2004. — С. 250 – 269.

[18] *Бодрая В.И.* Приближение классов периодических функций многих переменных с малой гладкостью прямоугольными линейными средними их рядов Фурье // Проблеми теорії наближення функцій та суміжні питання. / Відп. ред. О.І. Степанець // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — Т. 2, № 2. — Київ: Ін-т математики НАН України, 2005. — С. 7 – 26.

УДК 519.612

Крохмальова Т.П., Величко В.Є.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри алгебри, СДПУ*

e-mail: krohmaleva_tatyana@ukr.net, vladislav.velichko@gmail.com

РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕКОРЕКТНО ПОСТАВЛЕНИХ ЗАДАЧ

Серед математичних задач виділяється клас задач, розв'язання яких нестійкі до малих значень початкових даних. Вони характеризуються тим, що скільки завгодно малі значення початкових даних можуть призводити до довільно великих змін в розв'язках. Задачі подібного типу, по суті, є погано поставленими. Вони належать до класу некоректно поставлених задач. Розглядаються шляхи подолання проблеми розв'язання таких задач.

Ключові слова: *наближені розв'язки, метод Тихонова, квазірозв'язки.*

Вступ

Швидко зростаюче використання обчислювальної техніки вимагає розвитку обчислювальних алгоритмів для вирішення широких класів завдань. Але що потрібно розуміти під розв'язанням задачі?

Класичні концепції і постановки задач не відображають багатьох особливостей задач, що зустрічаються на практиці. Ми покажемо це на прикладі.

Розглянемо систему лінійних рівнянь алгебри

$$Az = u, \tag{1}$$

де z – шуканий вектор, u – відомий вектор, $A = \{a_{ij}\}$ – квадратна матриця з елементами a_{ij}.

Якщо система не вироджена, тобто $\det A = 0$, то вона має єдиний розв'язок, який можна знайти за відомими формулами Крамера або іншими способами. Якщо система вироджена, то вона має розв'язок (притому не єдиний) лише при виконанні певної умови, якщо рівні нулю відповідні визначники.

Таким чином, перш ніж розв'язувати систему, потрібно перевірити, вироджена вона або ні. Для цього вимагається обчислити визначник системи $\det A$.

Якщо n – розмірність системи, то для обчислення $\det A$ необхідно виконати близько n^2 операцій. З якою б точністю ми не виконували обчислення, при достатньо великому значенні n, внаслідок накопичення помилок обчислення, ми можемо отримати значення $\det A$, яке як завгодно відрізняється від істинного. Тому бажано мати (побудувати) такі алгоритми знаходження розв'язку системи, які не вимагають попереднього з'ясування виродження або не виродження системи.

Крім того, у практичних задачах часто права частина системи u і елементи матриці A, тобто коефіцієнти системи рівнянь, відомі нам наближено. У цих випадках замість системи, ми маємо справу з деякою іншою системою $A'z = u'$ такою, що

$$||A' - A|| \leq h,\ ||u' - u|| \leq \delta,$$

де норма зазвичай визначається характером задачі. Маючи замість матриці A матрицю A', ми тим більше не можемо висловити певного судження про виродження або не виродження системи.

У цих випадках про точну систему $Az = u$ нам відомо лише те, що для матриці A і правої частини виконуються нерівності $||A' - A|| \leq h$, $||u' - u|| \leq \delta$. Але систем з такими вхідними даними (A, u) нескінченно багато, і в рамках відомого нам рівня похибки вони не чіткі. Серед таких «можливих точних систем» можуть бути і вироджені.

Оскільки замість точної системи ми маємо наближену систему $A'z = u'$, то мова може йти лише про знаходження наближеного розв'язку. Але наближена система може бути і нерозв'язною. Виникає питання: що треба розуміти під наближеним розв'язком системи? Воно повинно бути також стійким до малих змін вхідних даних (A, u).

1. Наближені методи

Широко розповсюдженим в обчислювальній практиці способом наближеного розв'язання рівняння (1) є метод підбору. Він полягає в тому, що для елементів z деякого заздалегідь заданого підкласу можливих рішень M деякого лінійного простору F обчислюється оператор Az, тобто виконується пряма задача. В якості наближеного розв'язку береться такий елемент z_0 з множини M, на якому нев'язка $\rho_U(Az, u)$ досягає мінімуму, тобто $\rho_U(Az_0, u) = \inf \rho_U(Az, u)$, $z \in M$.

Нехай права частина рівняння (1) задана точно, тобто $u = u_t$ і потрібно знайти його розв'язок z_t. Зрозуміло, що в M знаходиться безліч елементів z, які залежать від скінченої кількості параметрів, що змінюються в певних межах так, щоб M було замкнутим в скінченовимірному просторі. Якщо шукають точний розв'язок z_t рівняння (1) який належить множині M, $\inf z_t \in M$, $\rho_{tU}(Az, u) = 0$ то цим досягається нижня межа на точному розв'язку z_t. Якщо рівняння (1) має єдиний розв'язок, то елемент z_0, здатний мінімізувати, визначений однозначно.

Обґрунтування успішності методу підбору призвело до знаходження загально функціональних вимог, що обмежують клас можливих розв'язків M, при яких метод підбору є стійким і $z_n \to z_t$. Ці вимоги полягають в компактності множини M і ґрунтуються на наведеній нижче топологічній лемі.

Лема 1. *Нехай метричний простір F відображається на метричний простір U і U_0 – образ множини F_0, $F_0 \subset F$, при цьому відображенні. Якщо відображення $F \to U$ неперервне, взаємно однозначне і множина F_0 компактна на F, то зворотне відображення $U_0 \to F_0$ множини U_0 на множину F_0 також неперервне за метрикою простору F.*

На основі викладених міркувань М. М. Лаврентьєв сформулював поняття коректності за *Тихоновим.* У застосуванні до рівняння (1) задача є *коректною за Тихоновим*, якщо відомо, що для точного значення $u = u_t$ існує єдиний розв'язок z_t рівняння (1), $Az_t = u_t$, що належить заданій компактній множині M. В цьому випадку оператор A^{-1} неперервний на множині $N = AM$ і, якщо замість елемента u_t нам відомий елемент u_δ такий, що $\rho_U(u_t, u_\delta) \le \delta$ і $u_\delta \in N$, то в якості наближеного розв'язку рівняння (1) з правою частиною $u = u_\delta$ можна взяти елемент $z_\delta = A^{-1}u_\delta$. При $\delta \to 0$ ($u_\delta \in N$) z_δ буде прагнути до z_t. Множина F_1 ($F_1 \subset F$), на якій задача знаходження розв'язку рівняння (1) є коректно поставленою, називають класом коректності. Так, якщо оператор A неперервний і здійснює взаємно однозначне відображення, то компактна множина M, до якої належить z_t, є класом коректності для рівняння (1). Таким чином, якщо задача (1) коректна за Тихоновим і права частина рівняння $u \in AM$, то метод підбору з успіхом може бути застосований до вирішення такої задачі.

Прагнення усунути труднощі, пов'язані з відсутністю розв'язку рівняння (1) при неточній правій частині, привело В. К. Іванова до поняття квазірозв'язання рівняння (1).

Елемент $\tilde{z} \in M$, який здатний мінімізувати при цьому і функціонал $\rho_U(A\tilde{z}, u)$ на множині M, називається квазірозв'язком рівняння (1) на M,

$$\rho_U(A\tilde{z}, u) = \inf_{z \in M} \rho_U(Az, u).$$

Якщо M – компакт, то квазірозв'язок, очевидно, існує для будь-якого $u \in U$ і якщо, крім того, $u \in AM$, то квазірозв'язок $\tilde{z}$ збігається зі звичайним (точним) розв'язком рівняння (1). Квазірозв'язок може бути і не один. У цьому випадку під квазірозв'язком будемо розуміти будь-який елемент з множини квазірозв'язків D.

Нехай F і U – Гілбертові простори, $M \in S_R$ – куля ($||z|| \le R$) в просторі F і A – цілком неперервний лінійний оператор.

У цьому випадку квазірозв'язок рівняння (1) можна представити у вигляді ряду за власними елементами (функціям, векторах) φ_n оператора A^*A, де A^* – оператор, спряжений оператору A.

Відомо, що A^*A – самоспряжений цілком неперервний оператор з F в F. Нехай $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n \geq \ldots$ – повна система його власних значень, а $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ – відповідна повна ортонормована система його власних елементів (функцій, векторів). Елемент A^*u можна представити у вигляді ряду

$$A^*u = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \varphi_n \tag{2}$$

В цих умовах справедлива

Теорема 1. *Квазірозв'язок рівняння (1) на множині S_R виражається формулами:*

$$\tilde{z} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{\lambda_n} \varphi_n \text{ якщо } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^2}{\lambda_n^2} < R^2 \tag{3}$$

і

$$\tilde{z} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{\beta + \lambda_n} \varphi_n \text{ якщо } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^2}{\lambda_n^2} \geq R^2. \tag{4}$$

Тут β – корінь рівняння

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^2}{(\lambda_n + \beta)^2} = R^2 \tag{5}$$

2. Обчислювальний експеримент

Для реалізації чисельного прикладу було вибрано метод Тихонова розв'язання некоректних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Для цього взята система у якоъ визначник бильзкий до нуля

$$\begin{pmatrix} \frac{-10}{30} & \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ -2 & \frac{1}{7} & 1 \\ \frac{-1}{100} & 0 & \frac{1}{300} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_q \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad det\, A = \frac{-11}{31500}.$$

Розв'яжемо систему за допомогою оберненої матриці. Для цього знайдемо будь-яким чином обернену матрицю

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1.364 & 3.818 & -818.182 \\ 9.545 & -19.727 & 3.627 \cdot 10^3 \\ -4.091 & 11.455 & -2.155 \cdot 10^3 \end{pmatrix} \quad A^{-1}z = \begin{pmatrix} -815.727 \\ 3.617 \cdot 10^3 \\ -2.147 \cdot 10^3 \end{pmatrix}.$$

На другому етапі знайдемо розв'язок запропонованої системи методом Тихонова з точністю 0.001. В якості мови програмування використали Pascal. Отримаємо наступний результат:

Наближення до нормального розв'язку

```
Z(1)=-8.97244015079166E+0002
Z(2)= 3.97848179152378E+0003
Z(3)=-2.36184256982254E+0003
```

Значення правої частини при підстановці наближеного розв'язку наступні

```
U1(1)= 9.99999111205201E-0001
U1(2)= 1.00000198204875E+0000
U1(3)= 1.09963158471653E+0000
```

Збільшимо точність до 0.00001 і отримуємо розв'язок, який відрізняється від точного на досить незначну величину, а отже є дуже корисним для початкового знаходження точного значення.

Наближення до нормального розв'язку

```
Z(1)=-8.97540036267863E+0002
Z(2)= 3.97979416063186E+0003
Z(3)=-2.36262209544751E+0003
```

Значення правої частини при підстановці наближеного розв'язку

```
U1(1)= 9.99999984023968E-0001
U1(2)= 1.00000003562712E+0000
U1(3)= 1.09999337785361E+0000
```

Висновки

Отриманий результат обчислювального експерименту доводить життєздатність наведеного методу для пошуку наближеного розв'язку некоректно поставлених задач, а отже, є коректним для цього класу задач.

Література

[1] *А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин* Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.

[2] *Г.И.Марчук* Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1977.

[3] *Л.И.Головина* Линейная алгебра и некоторые ее приложения. — М.: Наука, 1975.

[4] *В.И.Ракитин, В.Е.Первушин* Практическое руководство по методам вычислений. — М.: Высшая школа, 1998.

УДК 519.175.3

Гладищук Ю.В., Кадубовський О.А.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та МВМ, СДПУ*

e-mail: juli4ka_glad@mail.ru, kadubovs@ukr.net

ДВОКОЛОРОВІ ХОРДОВІ O-ДІАГРАМИ МІНІМАЛЬНОГО РОДУ

В роботі розглядається клас планарних двокольорових хордових діаграм з n хордами, що мають точно $k \leq n$ циклів певного кольору. Для значень $k = 7$ і $k = 8$ встановлено формули підрахунку числа нееквівалентних таких діаграм відносно дії циклічної групи.

Ключові слова: *хордова діаграма, цикл, циклічна група, діедральна група.*

Вступ

Конструкції, схожі до кола з відміченими точками, зокрема хордові діаграми, ефективно використовують в багатьох галузях науки, зокрема математиці, фізиці, біології.

Нагадаємо, що хордовою діаграмою порядку n або, коротко, n-діаграмою називають конфігурацію на площині, що складається з кола, $2n$ точок на ньому (які є вершинами правильного $2n$-кутника) та n хорд, що сполучають вказані точки. Хордові діаграми називають ізоморфними, якщо одну можна одержати з іншої в результаті деякого повороту. Діаграми називають еквівалентними, якщо їх можна сумістити за допомогою повороту або дзеркального відбиття, або ж їх композиції.

Питаннями переліку певних класів хордових діаграм займалась ціла низка відомих математиків, зокрема автори робіт [1-4]. Задача про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних n-діаграм була повністю розв'язана в роботах [3], [4]. Підрахунок числа неізоморфних, зокрема двокольорових діаграм *фіксованого роду* є досить складною і в загальному випадку до сьогодні *не розв'язаною* задачею.

Відомими є результати лише для планарних (роду 0), тороїдальних (роду 1) n-діаграм та $2m$-діаграм максимального роду m [4].

Відомо, що двокольорові хордові O- і N-діаграми знаходять своє застосування в топології, зокрема при топологічній класифікації функцій певного класу на замкнених орієнтовних та відповідно не орієнтовних поверхнях фіксованого роду (напр. [8]).

В роботі [9] встановлено формули для підрахунку числа неізоморфних та нееквівалентних двокольорових O- і N-діаграм.

З урахуванням результатів роботи [5], в [10] встановлено формули для підрахунку числа неізоморфних та нееквівалентних O-діаграм, які мають один чорний (або ж білий) цикл. В роботі [8] підраховано число неізоморфних O-діаграм максимального роду (з одним чорним та одним білим циклом).

Задача про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних планарних O-діаграм (роду 0) з n хордами повністю розв'язана в роботі [6]. Проте, *до сьогодні залишається нерозв'язаною* задача про підрахунок числа неізоморфних двокольорових O-діаграм роду 0 з фіксованим числом $k \in [1, n]$ циклів певного кольору. Для для довільного n і початкових $1 \leq k \leq 6$ результати одержано в роботах [11, 12].

В даній роботі для довільного натурального n, $k = 7$ і $k = 8$ встановлено формули для підрахунку числа неізоморфних таких діаграм. Крім того, для початкових $n = 1, ..., 18$ і $1 \leq k \leq n$ наведено значення числа неізоморфних та нееквівалентних діаграм із вказаного класу.

1. Основні поняття та зауваження

Означення 1. *Коло з $2n$ точками на ньому, що є вершинами правильного $2n$ кутника, дуги якого почергово розфарбовані у два кольори (чорний і білий) та фіксованою нумерацією вершин за годинниковою стрілкою, будемо називати двокольоровим $2n$-шаблоном – рис. 1 a).*

2-кольоровою *хордовою n-діаграмою будемо називати n-діаграму, побудовану на основі двокольорового $2n$-шаблону.*

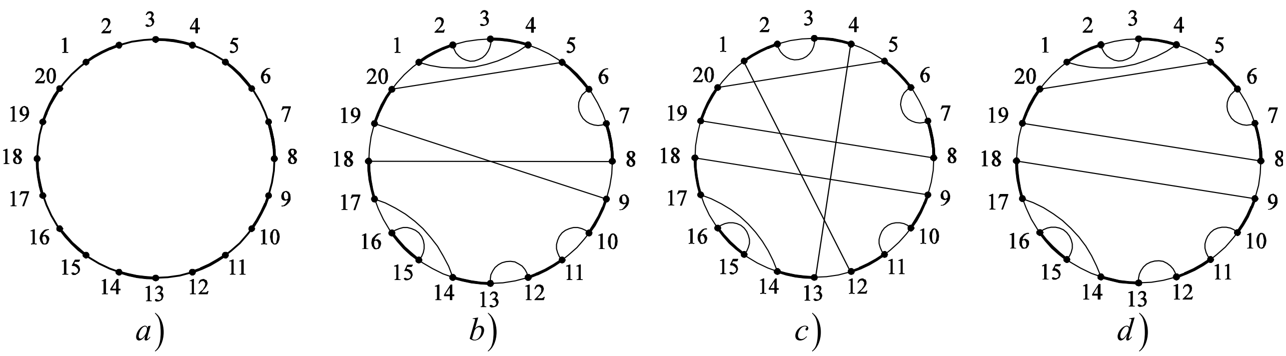


Рис. 1:

a) двокольоровий 20-шаблон;
b) N-діаграма (з 10 хордами), яка має 7 білих та 3 чорних циклів;
c) O-діаграма (з 10 хордами), яка має 6 білих та 3 чорних циклів;
d) планарна O-діаграма (з 10 хордами), яка має 7 білих та 4 чорних циклів

Означення 2. *2-кольорову n-діаграму, яка не містить (містить) хорди, що сполучають вершини з номерами однакової парності, називають O-діаграмою (N-діаграмою) – рис. 1 $b), c)$.*

Означення 3. *O-діаграму з n хордами, яка не має хорд, що перетинаються, будемо називати діаграмою мінімального роду (роду 0) або ж планарною O-діаграмою – рис. 1 $d)$.*

Означення 4. *b-циклом (w-циклом) 2-кольорової діаграми називають послідовність хорд та чорних (білих) дуг, які утворюють гомеоморфний образ (орієнтованого) кола – рис. 1 $b) - d)$.*

Означення 5. *Множину планарних O-діаграм з n хордами, які мають точно k ($1 \le k \le n$) білих ($n-k+1$ чорних) циклів позначатимемо $\Im_{k,n}$.*

З робіт [11, 12] випливає, що число $P^*_{k,n}$ неізоморфних діаграм з класу $\Im_{k,n}$ можна обчислити за допомогою співвідношення

$$P^*_{k,n} = \frac{1}{n}\left(P_{k,n} + p(k,n)\right) = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}C_n^k \cdot C_n^{k-1} + \sum_{i \neq n,\ i|n} \phi\left(\frac{n}{i}\right) p\left(k,n,i\right)\right), \quad (1)$$

де $\frac{1}{n}C_n^k \cdot C_n^{k-1} = |\Im_{k,n}| = P_{k,n}$ – число діаграм з класу $\Im_{k,n}$; $\phi(q)$ – функція Ейлера (число натуральних менших за q чисел взаємно простих із ним); $p(k,n,i)$ – число діаграм з класу $\Im_{k,n}$ (побудованих на двокольоровому $2n$-шаблоні), які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_i = \frac{2\pi}{n}i$ (навколо центра шаблону), а підсумовування ведеться за всіма дільниками числа n за винятком n.

З урахуванням результатів робіт [7, 11], число нееквівалентних діаграм з класу можна обчислити за допомогою співвідношення

$$P^{**}_{k,n} = \frac{1}{2}\left(P^*_{k,n} + C_{\left[\frac{n-1}{2}\right]}^{\left[\frac{k-1}{2}\right]} \cdot C_{\left\lceil\frac{n-1}{2}\right\rceil}^{\left\lceil\frac{k-1}{2}\right\rceil}\right), \quad (2)$$

де $[\cdot]$ — ціла частина числа; $\lceil\cdot\rceil$ — функція «потолок» — округлення до найближчого більшого цілого числа, а величина $T(n,k) = C_{\left[\frac{n-1}{2}\right]}^{\left[\frac{k-1}{2}\right]} \cdot C_{\left\lceil\frac{n-1}{2}\right\rceil}^{\left\lceil\frac{k-1}{2}\right\rceil}$ співпадає з числом об'єктів, відомих як «symmetric Dyck paths of semi-length n with k peaks».

Більш повну інформацію можна знайти, наприклад в роботах [7]–[12].

2. Число неізоморфних діаграм з класу $\Im_{7,n}$

Лема 1. *Число неізоморфних діаграм з класу* $\Im_{7,n}$ *можна обчислити за допомогою співвідношень:*

$$P^*_{7,n} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}\cdot C_n^7 \cdot C_n^6 + p(7,n)\right), \quad p(7,n) =$$

$$= \begin{cases} 0, & n \neq 2k \neq 3m \neq 7l \\ \phi(7)C^1_{\frac{n}{7}}, & n = 7l \neq 2k \neq 3m \\ 20C^6_{\frac{n}{2}} + 20C^5_{\frac{n}{2}} + 4C^4_{\frac{n}{2}}, & n = 2k \neq 3m \neq 7l \\ \phi(3)\cdot(6C^4_{\frac{n}{3}} + 3C^3_{\frac{n}{3}}), & n = 3m \neq 2k \neq 7l \\ \phi(6)\cdot 2C^2_{\frac{n}{6}} + \phi(3)\cdot(6C^4_{\frac{n}{3}} + 3C^3_{\frac{n}{3}}) + 20C^6_{\frac{n}{2}} + 20C^5_{\frac{n}{2}} + 4C^4_{\frac{n}{2}}, & n = 6k \neq 7l \\ \phi(7)C^1_{\frac{n}{7}} + 20C^6_{\frac{n}{2}} + 20C^5_{\frac{n}{2}} + 4C^4_{\frac{n}{2}}, & n = 14k \neq 3m \\ \phi(7)C^1_{\frac{n}{7}} + \phi(3)\cdot(6C^4_{\frac{n}{3}} + 3C^3_{\frac{n}{3}}), & n = 21k \neq 2m \\ \phi(6)\cdot 2C^2_{\frac{n}{6}} + \phi(3)\cdot(6C^4_{\frac{n}{3}} + 3C^3_{\frac{n}{3}}) + 20C^6_{\frac{n}{2}} + 20C^5_{\frac{n}{2}} + 4C^4_{\frac{n}{2}} + \phi(7)C^1_{\frac{n}{7}}, & n = 42k \end{cases} \quad (3)$$

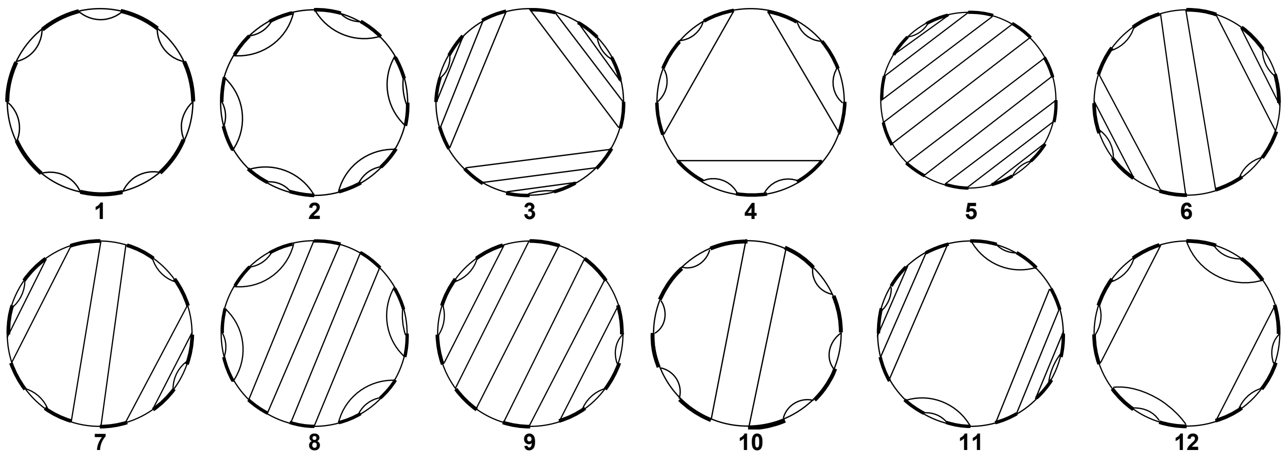


Рис. 2: Всі типи діаграм з класу $\Im_{7,n}$, які самосуміщаються при повороті на певний кут

Доведення. Всі типи діаграм класу $\Im_{7,n}$, які самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n}\cdot 2i, \ \ i = 1,\ldots,n-1$ наведено на рис.2.

Позначимо через $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n, G_n, H_n, K_n, M_n, R_n, S_n$ число діаграм 1-го, 2-го, ... та 12-го типу відповідно.

Нехай далі $A^*_n, B^*_n, C^*_n, D^*_n, E^*_n, F^*_n, G^*_n, H^*_n, K^*_n, M^*_n, R^*_n, S^*_n$ – число неізоморфних діаграм 1-го, 2-го, ... та 12-го типу відповідно. Тоді $P^*_{7,n} =$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}C^7_n\cdot C^6_n - (A_n+B_n+C_n+D_n+E_n+F_n+G_n+H_n+K_n+M_n+R_n+S_n)\right)+$$
$$+A^*_n + B^*_n + C^*_n + D^*_n + E^*_n + F^*_n + G^*_n + H^*_n + K^*_n + M^*_n + R^*_n + S^*_n \quad (4)$$

Обчислимо окремо число неізоморфних діаграм кожного з дванадцяти вказаних типів.

1) Діаграми першого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$, $i = 1, \ldots, n-1$ (за годинниковою стрілкою) лише за умов коли n ділиться на 7, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \frac{2\pi}{7}$ (при $i = \frac{n}{7}$). Загальне число діаграм першого типу, які самосуміщаються при повороті на кут $\frac{2\pi}{7}$ становить $a_{n,7} = \begin{cases} 0, & n \neq 7k \\ C^1_{\frac{n}{7}}, & n = 7k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм першого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$A^*_n = \frac{1}{n}\Big(A_n + \phi(7)a_{n,7}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}A_n, & n \neq 7k \\ \frac{1}{n}\left(A_n + \phi(7)C^1_{\frac{n}{7}}\right), & n = 7k. \end{cases} \tag{5}$$

2) Діаграми другого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ ($i = 1, \ldots, n-1$) лише за умов коли n ділиться на 2, на 3 або на 6, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$), куту $\omega = \frac{2\pi}{3}$ (при $i = \frac{n}{3}$), куту $\omega = \frac{\pi}{3}$ (при $i = \frac{n}{6}$).

Загальне число діаграм другого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $b_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 2C^6_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$

Загальне число діаграм другого типу, які самосуміщаються при повороті на кут $\frac{2\pi}{3}$ становить $b_{n,3} = \begin{cases} 0, & n \neq 3k \\ 2C^4_{\frac{n}{3}}, & n = 3k. \end{cases}$

Загальне число діаграм другого типу, які самосуміщаються при повороті на кут $\frac{\pi}{3}$ становить $b_{n,6} = \begin{cases} 0, & n \neq 6k \\ 2C^2_{\frac{n}{6}}, & n = 6k. \end{cases}$

Тому число неізоморфних діаграм другого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$B^*_n = \frac{1}{n}\Big(B_n + \phi(2)b_{n,2} + \phi(3)b_{n,3} + \phi(6)b_{n,6}\Big) =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{n}B_n, & n = 6k \pm 1 \\ \frac{1}{n}\left(B_n + 2C^6_{\frac{n}{2}}\right), & n = 6k \pm 2 \\ \frac{1}{n}\left(B_n + \phi(3)2C^4_{\frac{n}{3}}\right), & n = 6k \pm 3 \\ \frac{1}{n}\left(B_n + 2C^6_{\frac{n}{2}} + \phi(3)2C^4_{\frac{n}{3}} + \phi(6)2C^2_{\frac{n}{6}}\right), & n = 6k. \end{cases} \tag{6}$$

3) Діаграми третього типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ ($i = 1, \ldots, n-1$) лише за умов коли n ділиться на 3, а поворот

здійснюється на кут кратний куту $\omega = \frac{2\pi}{3}$ (при $i = \frac{n}{3}$). Загальне число діаграм третього типу, які самосуміщаються при повороті на кут $\frac{2\pi}{3}$ становить $c_{n,3} = \begin{cases} 0, & n \neq 3k \\ 4C^4_{\frac{n}{3}}, & n = 3k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм третього типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$C^*_n = \frac{1}{n}\left(C_n + \phi(3)c_{n,3}\right) = \begin{cases} \frac{1}{n}C_n, & n \neq 3k \\ \frac{1}{n}\left(C_n + \phi(3)4C^4_{\frac{n}{3}}\right), & n = 3k. \end{cases} \tag{7}$$

4) Діаграми четвертого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ ($i = 1, \ldots, n-1$) лише за умов коли n ділиться на 3, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \frac{2\pi}{3}$ (при $i = \frac{n}{3}$). Загальне число діаграм четвертого типу, які самосуміщаються при повороті на кут $\frac{2\pi}{3}$ становить $d_{n,3} = \begin{cases} 0, & n \neq 3k \\ 3C^3_{\frac{n}{3}}, & n = 3k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм четвертого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$D^*_n = \frac{1}{n}\left(D_n + \phi(3)d_{n,3}\right) = \begin{cases} \frac{1}{n}D_n, & n \neq 3k \\ \frac{1}{n}\left(D_n + \phi(3)3C^3_{\frac{n}{3}}\right), & n = 3k. \end{cases} \tag{8}$$

5) Діаграми п'ятого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$, $i = 1, \ldots, n-1$ (за годинниковою стрілкою) лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм п'ятого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $e_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 6C^6_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм п'ятого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$E^*_n = \frac{1}{n}\left(E_n + \phi(2)e_{n,2}\right) = \begin{cases} \frac{1}{n}E_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\left(E_n + 6C^6_{\frac{n}{2}}\right), & n = 2k. \end{cases} \tag{9}$$

6) Діаграми шостого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ ($i = 1, \ldots, n-1$) лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм шостого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $f_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 5C^5_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм шостого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$F^*_n = \frac{1}{n}\left(F_n + \phi(2)f_{n,2}\right) = \begin{cases} \frac{1}{n}F_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\left(F_n + 5C^5_{\frac{n}{2}}\right), & n = 2k. \end{cases} \tag{10}$$

7) Діаграми сьомого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм сьомого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $g_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 5C^5_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм сьомого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$G^*_n = \frac{1}{n}\Big(G_n + \phi(2)g_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}G_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\left(G_n + 5C^5_{\frac{n}{2}}\right), & n = 2k. \end{cases} \tag{11}$$

8) Діаграми восьмого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм восьмого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $h_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 6C^6_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм восьмого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$H^*_n = \frac{1}{n}\Big(H_n + \phi(2)h_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}H_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\left(H_n + 6C^6_{\frac{n}{2}}\right), & n = 2k. \end{cases} \tag{12}$$

9) Діаграми дев'ятого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$, $i = 1, \ldots, n-1$ (за годинниковою стрілкою) лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм дев'ятого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $k_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2l \\ 5C^5_{\frac{n}{2}}, & n = 2l. \end{cases}$ Тому число неізоморфних діаграм дев'ятого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$K^*_n = \frac{1}{n}\Big(K_n + \phi(2)k_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}K_n, & n \neq 2l \\ \frac{1}{n}\left(K_n + 5C^5_{\frac{n}{2}}\right), & n = 2l. \end{cases} \tag{13}$$

10) Діаграми десятого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$). Загальне число діаграм десятого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $m_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 4C^4_{\frac{n}{2}}, & n = 2k. \end{cases}$

Тому число неізоморфних діаграм десятого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$M_n^* = \frac{1}{n}\Big(M_n + \phi(2)m_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}M_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\Big(M_n + 4C_{\frac{n}{2}}^4\Big), & n = 2k. \end{cases} \tag{14}$$

11) Діаграми одинадцятого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$).

Загальне число діаграм одинадцятого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $r_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 6C_{\frac{n}{2}}^6, & n = 2k. \end{cases}$

Тому число неізоморфних діаграм одинадцятого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$R_n^* = \frac{1}{n}\Big(R_n + \phi(2)r_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}R_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\Big(R_n + 6C_{\frac{n}{2}}^6\Big), & n = 2k. \end{cases} \tag{15}$$

12) Діаграми дванадцятого типу самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega = \frac{2\pi}{2n} \cdot 2i$ $(i = 1, \ldots, n-1)$ лише за умов коли n ділиться на 2, а поворот здійснюється на кут кратний куту $\omega = \pi$ (при $i = \frac{n}{2}$).

Загальне число діаграм дванадцятого типу, які самосуміщаються при повороті на кут π становить $s_{n,2} = \begin{cases} 0, & n \neq 2k \\ 5C_{\frac{n}{2}}^5, & n = 2k. \end{cases}$

Тому число неізоморфних діаграм дванадцятого типу можна обчислити за допомогою співвідношень

$$S_n^* = \frac{1}{n}\Big(S_n + \phi(2)s_{n,2}\Big) = \begin{cases} \frac{1}{n}S_n, & n \neq 2k \\ \frac{1}{n}\Big(S_n + 5C_{\frac{n}{2}}^5\Big), & n = 2k. \end{cases} \tag{16}$$

З урахуванням співвідношень (5) – (16) маємо справедливість (3).

3. Число неізоморфних діаграм з класу $\Im_{8,n}$

Не важко перевірити, що всі можливі типи діаграм з класу $\Im_{8,n}$, які самосуміщаються при повороті на певний кут $\omega_i = \frac{2\pi}{2n}i$, вичерпуються діаграмами типу $1 - 18$, наведеними на рис. 3.

Повторюючи міркування, аналогічні тим, що були використанні при доведенні леми 1, можна встановити справедливість леми 2.

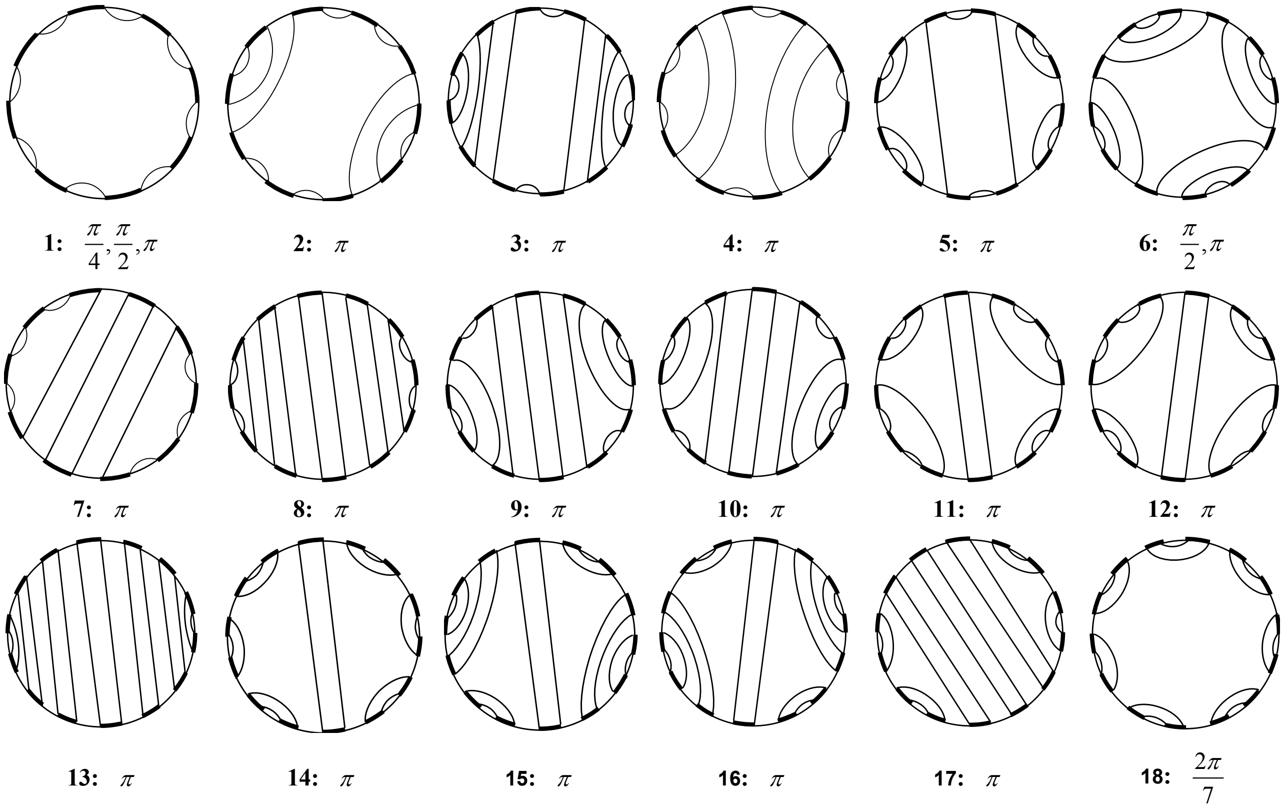


Рис. 3: Всі типи діаграм з класу $\Im_{8,n}$, які самосуміщаються при повороті на певний кут

Лема 2. *Число неізоморфних діаграм з класу $\Im_{8,n}$ можна обчислити за допомогою співвідношень:*

$$P^*_{8,n} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}\cdot C_n^8 \cdot C_n^7 + p(8,n)\right), p(8,n) =$$

$$= \begin{cases} 0, & n \neq 2k \neq 7p \\ C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 2k \neq 4m \neq 7p \\ \phi(4)(C^2_{\frac{n}{4}} + 3C^3_{\frac{n}{4}}) + C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 4k \neq 8l \neq 7p \\ \phi(8)C^1_{\frac{n}{8}} + \phi(4)(C^2_{\frac{n}{4}} + 3C^3_{\frac{n}{4}}) + C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 8k \neq 7p \\ \phi(7)2C^2_{\frac{n}{7}}, & n = 7k \neq 2m \\ \phi(7)2C^2_{\frac{n}{7}} + C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 14k \neq 4m \\ \phi(7)2C^2_{\frac{n}{7}} + \phi(4)(C^2_{\frac{n}{4}} + 3C^3_{\frac{n}{4}}) + C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 28k \neq 8l \\ \phi(7)\cdot 2C^2_{\frac{n}{7}} + \phi(8)C^1_{\frac{n}{8}} + \phi(4)(C^2_{\frac{n}{4}} + 3C^3_{\frac{n}{4}}) + C^4_{\frac{n}{2}} + 15C^5_{\frac{n}{2}} + 45C^6_{\frac{n}{2}} + 35C^7_{\frac{n}{2}}, & n = 56k \end{cases} \tag{17}$$

Зауваження 1. *З урахуванням результатів робіт [11] і [12], для довільного $n \in N$ і простого $k = 2, 3, 5, 7$ число неізоморфних діаграм з класу $\Im_{k,n}$ можна обчислити за допомогою наступних співвідношень*

$$P^*_{k,n} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}\cdot C_n^k \cdot C_n^{k-1} + p_{\frac{n}{k}} + p(k,n)\right), \quad \textit{де} \tag{18}$$

$$p_{\frac{n}{k}} = \begin{cases} 0, & \textit{якщо} \quad \frac{n}{k} \notin Z \\ \phi\left(k\right) \cdot \frac{n}{k}, & \textit{якщо} \quad \frac{n}{k} \in Z, \end{cases} \tag{19}$$

$$p(k,n) = \sum_{j|\text{НСД}(n,k-1), j\neq 1} \phi\left(j\right) \cdot \left(\frac{k-1}{j}+1\right) \cdot C_{\frac{n}{j}}^{\frac{k-1}{j}+1} \cdot C_{\frac{n}{j}}^{\frac{k-1}{j}}. \tag{20}$$

Крім того, безпосередня перевірка (при $2 \leq n \leq 18$) інших простих k дозволяє висунути ***гіпотезу*** *про те, що для довільного простого k число неізоморфних діаграм з класу $\Im_{k,n}$ можна обчислити за допомогою співвідношень (18) – (20).*

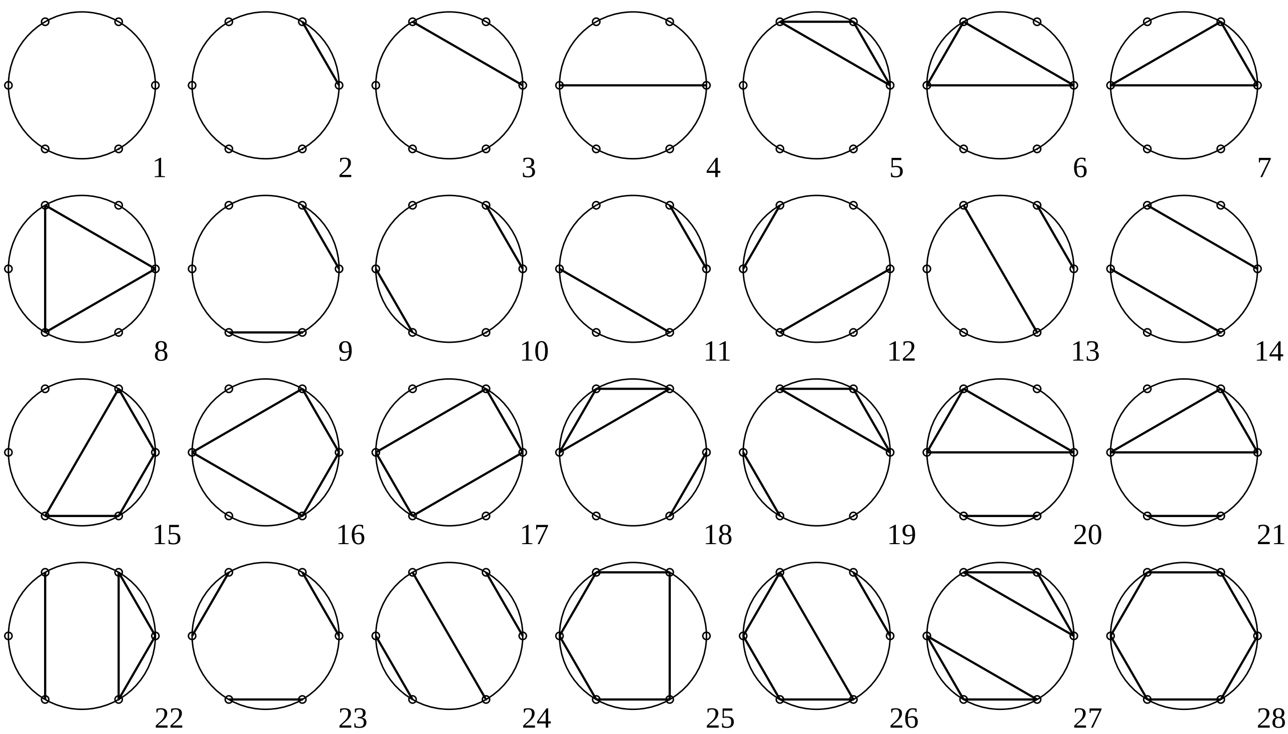


Рис. 4: Всі неізоморфні планарні двокольорові O-діаграми з 6 хордами:

точки на колах служать зображенням чорних дуг, ізольована точка – зображенням чорної дуги разом із хордою, що сполучає її кінці, ізольований відрізок – зображенням паралельних хорд і т.п.;
серед них: 1 з класу $\Im_{1,6}$, 3 – з $\Im_{2,6}$, 10 – з $\Im_{3,6}$, 10 – з $\Im_{4,6}$, 3 – з $\Im_{5,6}$ і 1 – з $\Im_{6,6}$.

Висновки

З урахуванням останнього зауваження автори впевнені в тому, що дослідження в цьому напрямку можна успішно продовжити, узагальнивши одержані результати для діаграм з класу $\Im_{k,n}$ ($\forall n \in N$) не лише для довільного простого, а й довільного непарного $1 \leq k \leq n$.

$n\backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	1	1																
3	1	1	1															
4	1	2	2	1														
5	1	2	4	2	1													
6	1	3	10	10	3	1												
7	1	3	15	25	15	3	1											
8	1	4	26	64	64	26	4	1										
9	1	4	38	132	196	132	38	4	1									
10	1	5	56	256	536	536	256	56	5	1								
11	1	5	75	450	1260	1764	1260	450	75	5	1							
12	1	6	104	765	2736	5102	5102	2736	765	104	6	1						
13	1	6	132	1210	5445	13068	17424	13068	5445	1210	132	6	1					
14	1	7	172	1868	10247	30711	52634	52634	30711	10247	1868	172	7	1				
15	1	7	213	2763	18219	66807	143151	184041	143151	66807	18219	2763	213	7	1			
16	1	8	266	3994	31092	136710	357980	575284	575284	357980	136710	31092	3994	266	8	1		
17	1	8	320	5600	50960	264992	832832	1635920	2044900	1635920	832832	264992	50960	5600	320	8	1	
18	1	9	390	7726	80976	491054	1823676	4298400	6566914	6566914	4298400	1823676	491054	80976	7726	390	9	1

$n\backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
2	1	1																
3	1	1	1															
4	1	2	2	1														
5	1	2	4	2	1													
6	1	3	8	8	3	1												
7	1	3	12	17	12	3	1											
8	1	4	19	41	41	19	4	1										
9	1	4	27	78	116	78	27	4	1									
10	1	5	38	148	298	298	148	38	5	1								
11	1	5	50	250	680	932	680	250	50	5	1							
12	1	6	67	420	1443	2651	2651	1443	420	67	6	1						
13	1	6	84	650	2835	6684	8912	6684	2835	650	84	6	1					
14	1	7	107	997	5281	15618	26667	26667	15618	5281	997	107	7	1				
15	1	7	131	1455	9330	33771	72188	92633	72188	33771	9330	1455	131	7	1			
16	1	8	161	2095	15840	68943	179970	288867	288867	179970	68943	15840	2095	161	8	1		
17	1	8	192	2912	25872	133280	417984	819920	1024900	819920	417984	133280	25872	2912	192	8	1	
18	1	9	231	4007	40992	246703	914190	2152728	3287867	3287867	2152728	914190	246703	40992	4007	231	9	1

Табл. 1: Початкові значення числа *неізоморфних* та *нееквівалентних* діаграм з класу $\Im_{k,n}$ для $1 \leq n \leq 18$

Література

[1] *Walsh T.R.S., Lehman A.B.* Counting rooted maps by genus I,II // J. Combin.Theory (B). – 1972. – 13.-p.192-218, 122-141.

[2] *Harer J., Zagier D.* The Euler characteristic of the moduli space of curves // Inventiones mathematical – 1986. – 85. – p.457-485.

[3] *Stoimenov A.* On the number of chord diagrams // Discrete Math. – 2000. – 218. N1-3-p.209-233.

[4] *Gori R., Marcus M.* Counting non-isomorphic chord diagrams // Theoretical Computer Science - 1998-204. – p. 55-73.

[5] *Vella A.* Pattern avoidance in permutations: linear and cyclic orders // The electronic journal of combinatorics 10 (2003).

[6] *Callan D., Smiley L.* Non-crossing Partitions under Rotation and Reflection // http://arxiv.org/abs/math.CO/0510447 (2004).

[7] *P.Barry* On Integer-Sequence-Based Constructions of Generalized Pascal Triangles // Journal of Integer Sequences, Vol. 9, 2006.

[8] *Кадубовський О.А.*, Про один клас хордових діаграм максимального роду: Вісник Київського університету ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – Вип. 1, 2006. – С. 17-27.

[9] *Кадубовський О.А., Сторожилова О.В., Сторожилова Н.В.*, Двокольорові O- і N-діаграми: Пошуки і знахідки. СЕРІЯ: фізико-математичні науки. Матеріали наукової конференції СДПУ – 2010 / Укладач В.К. Сарієнко. – Вип. 1, Том IV. – Слов'янськ: СДПУ, 2010. – С. 41-50.

[10] *Кадубовський О.А., Саприкіна Ю.С., Мазур С.Ю.*, Двокольорові О-діаграми з одним чорним циклом: Пошуки і знахідки. СЕРІЯ: фізико-математичні науки. Матеріали наукової конференції СДПУ – 2010 / Укладач В.К. Сарієнко. – Вип. 1, Том IV. – Слов'янськ: СДПУ, 2010. – С. 51-60.

[11] *Кадубовський О.*, Про число топологічно нееквівалентних функцій з однією виродженою критичною точкою типу сідла на двовимірній сфері: Геометрія та топологія функцій: Збірник праць Інституту математики НАН України. – Т 7, № 4, 2010. – С. 87-107.

[12] *Кадубовський О.А.*, Про один клас гладких функцій на двовимірній сфері: Вісник СДПУ. Математика. – Слов'янськ: СДПУ. – Вип. 1(4), 2010. – С. 39-57.

УДК 519.175.3

Буглак О.М., Кадубовський О.А.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та МВМ, СДПУ*

e-mail: elena_buglak@ukr.net, kadubovs@ukr.net

ПРО ЧИСЛО НЕРІВНИХ k-КУТНИКІВ, ПОБУДОВАНИХ НА КОЛІ З n ТОЧКАМИ

В роботі розглядаються два класи опуклих та неопуклих k-кутників, побудованих на основі фіксованого кола з n точками, які є вершинами правильного n-кутника. Встановлено формули для підрахунку числа нееквівалентних таких k-кутників відносно повороту навколо спільного центру (дії циклічної групи).

Ключові слова: *многокутник, задача про намиста, циклічна група.*

Вступ

В подальшому під n*-шаблоном* будемо розуміти коло та n точок на ньому, що є вершинами правильного n-кутника з фіксованою нумерацією останніх числами від 1 до n за годинниковою стрілкою – рис. 1.

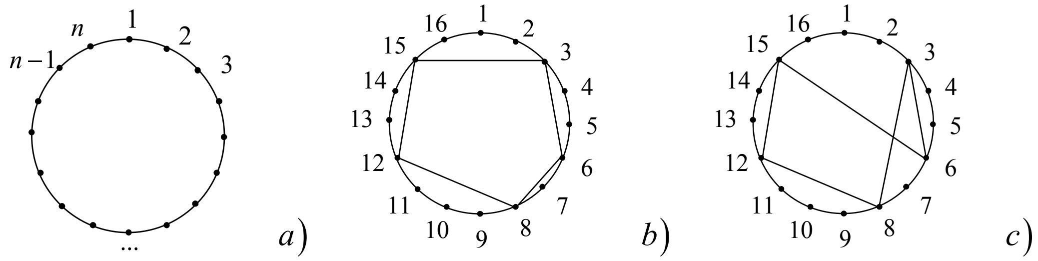


Рис. 1: $a)$ n-шаблон; $b)$ опуклий 5_{16}-кутник; $c)$ неопуклий 5_{16}-кутник

Надалі обмежимося розглядом натуральних k, що задовольняють умову $3 \leq k \leq n$. Зафіксуємо серед n зазначених вершин k точок та побудуємо замкнену ламану з вершинами у вказаних точках.

Означення 1. *Побудований в описаний вище спосіб опуклий (неопуклий) многокутник будемо називати* k_n*-кутником, а множину опуклих (неопуклих)* k_n*-кутників, побудованих на* n*-шаблоні, позначатимемо* $L_{n,k}$ ($P_{n,k}$).

Множину (опуклих і неопуклих) k_n*-кутників, побудованих на* n*-шаблоні, позначатимемо* $\Im_{n,k}$, n_n*-кутники називатимемо* n*-кутниками, а множину* $\Im_{n,n}$ *позначати* $\Im_n$.

Твердження 1. *Число опуклих k_n-кутників становить*

$$|L_{n,k}| = C_n^k. \tag{1}$$

Зауважимо, що кожному k_n-кутнику можна поставити у відповідність (в певному сенсі ототожнити) *цикл довжини* k, тобто впорядковану послідовність k чисел $(j_1, j_2, ..., j_k)$ таких, що $j_i \in \{1, ..., n\}$, $j_i \neq j_{i'}$. Причому «побудову-відновлення» k_n-кутника за циклом $c = (j_1, j_2, ..., j_{k-1}, j_k)$ слід розуміти як таку, при якій сторонами многокутника є наступні хорди n-шаблону: $[j_1, j_2]$, $[j_2, j_3]$, $[j_3, j_4] \ldots$, $[j_{k-1}, j_k]$, $[j_k, j_1]$.

Зауваження 1. *Загальне число впорядкованих наборів k із n різних чисел становить A_n^k. Проте всі цикли, одержані в результаті циклічної перестановки елементів (вказаних номерів) фіксованого циклу*

$$c = (j_1, j_2, ..., j_{k-1}, j_k) \leftrightarrow (j_2, ..., j_k, j_1) \leftrightarrow ... \leftrightarrow (j_k, j_1, j_2, ..., j_{k-1})$$

визначають один k_n-кутник. З іншого боку — цикли $c = (j_1, j_2, ..., j_{k-1}, j_k)$ і $c' = (j_1, j_k, j_{k-1}, ..., j_2) = c^{-1}$ визначають один k_n-кутник, бо кожен з них визначає однакову сукупність хорд шаблону: $[j_1, j_2]$, $[j_2, j_3]$, $\ldots$, $[j_k, j_1]$.

Таким чином, має місце формула

$$|\Im_{n,k}| = \frac{1}{2k} A_n^k. \tag{2}$$

З урахуванням співвідношень (1) і (2) число неопуклих k_n-кутників можна обчислити за допомогою формули

$$|P_{n,k}| = \frac{1}{2k} A_n^k - C_n^k = C_n^k \left(\frac{(k-1)!}{2} - 1 \right). \tag{3}$$

Означення 2. *Два k_n-кутники називатимемо ізоморфними, якщо один можна одержати з іншого в результаті повороту навколо спільного центру.*

Два k_n-кутники називатимемо еквівалентними, якщо один можна одержати з іншого в результаті перевороту (дзеркального відбиття) та (або) повороту навколо спільного центру – рис. 2.

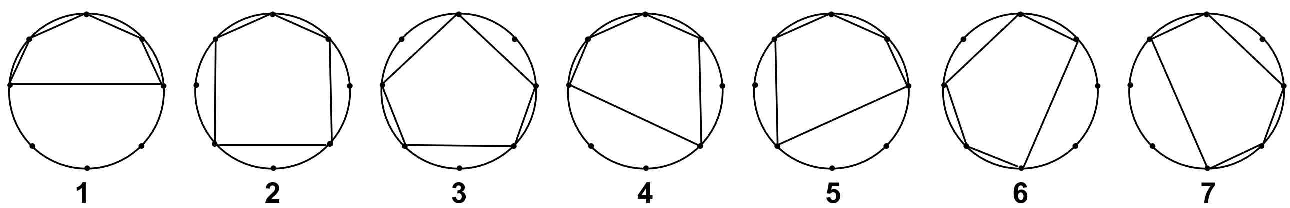


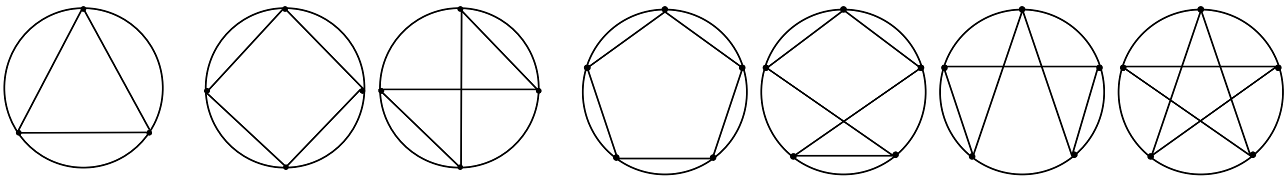
Рис. 2: Всі неізоморфні опуклі 5_8-кутники

За винятком 5_8-кутників 4 і 5 та 6 і 7 вони також є і нееквівалентними. Тому число нееквівалентних опуклих 5_8-кутників становить 5.

Розглянемо далі **задачі** про підрахунок числа неізоморфних (**задача** A) та нееквівалентних (**задача** B) n-кутників з класу $\Im_n$.

Зауваження 2. *Очевидно, що число n-кутників з класу $\Im_n$ становить $|\Im_{n,n}| = \frac{1}{2}(n-1)!$. Число неізоморфних опуклих n-кутників становить 1. Тому й число нееквівалентних опуклих n-кутників становить 1.*

На рис. 3 наведено неізоморфні (нееквівалентні) n-кутники з класу $\Im_n$ для початкових $n = 3; 4$ і 5.



a) *b*) *c*)

Рис. 3: *a*) – єдиний 3-кутник з класу $\Im_3$; *b*) – всі неізоморфні (нееквівалентні) 4-кутники з класу $\Im_4$; *c*) – всі неізоморфні (нееквівалентні) 5-кутники з класу $\Im_5$

Для довільного натурального $n \geq 3$ задачі A і B було розв'язано у 1960р. в роботі [1], безпосередніми наслідками з якої є наступні твердження

Теорема 1. (A) *Число $N^*(n)$ неізоморфних n-кутників з класу $\Im_n$ може бути обчислене за допомогою співвідношень*

$$N^*(n) = \begin{cases} \frac{1}{2n^2}\left(\sum\limits_{j|n}\phi^2\left(\frac{n}{j}\right)\cdot j!\cdot\left(\frac{n}{j}\right)^j\right), & n \neq 2m \\ \frac{1}{2n^2}\left(\sum\limits_{j|n}\phi^2\left(\frac{n}{j}\right)\cdot j!\cdot\left(\frac{n}{j}\right)^j + 2^{\frac{n}{2}}\cdot\left(\frac{n}{2}\right)\cdot\left(\frac{n}{2}\right)!\right), & n = 2m. \end{cases} \tag{4}$$

Теорема 2. (B) *Число $N^{**}(n)$ нееквівалентних n-кутників з класу $\Im_n$ може бути обчислене за допомогою співвідношень*

$$N^{**}(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(N^*(n) + 2^{(n-3)/2}\cdot\left(\frac{n-1}{2}\right)!\right), & n \neq 2m \\ \frac{1}{2}\left(N^*(n) + 2^{(n-8)/2}\cdot(n+4)\cdot\left(\frac{n-2}{2}\right)!\right), & n = 2m. \end{cases} \tag{5}$$

Постановка задач

З урахуванням зауваження 2 та теорем A і B, задачі про підрахунок числа неізоморфних та нееквівалентних, зокрема опуклих і неопуклих n-кутників з класу $\Im_n$, є повністю розв'язаними. Про наявність результатів, пов'язаних із підрахунком числа неізоморфних та нееквівалентних k_n-кутників з класів $L_{n,k}$, $P_{n,k}$ та $\Im_{n,k}$, авторам є невідомим.

Дана робота присвячена розв'язанню зазначених вище задач, а саме встановленню формул для підрахунку числа:

З1) неізоморфних k_n-кутників з класу $L_{n,k}$;
З2) нееквівалентних k_n-кутників з класу $L_{n,k}$;
З3) неізоморфних k_n-кутників з класу $P_{n,k}$;
З4) нееквівалентних k_n-кутників з класу $P_{n,k}$;
З5) неізоморфних k_n-кутників з класу $\Im_{n,k}$;
З6) нееквівалентних k_n-кутників з класу $\Im_{n,k}$.

Зауважимо, що розв'язки задач З3) і З4) є безпосереднім наслідком результатів задач З1) і З5) та З2) і З6) відповідно.

В роботі також наведено один з можливих підходів до встановлення формул підрахунку (4) числа неізоморфних n-кутників з класу $\Im_n$.

1. Опуклі k_n-кутники та задача «про намиста»

Використовуючи лему Бернсайда (напр. [2]), не важко встановити, що число неізоморфних опуклих k_n-кутників можна обчислити за формулою

$$L^*_{n,k} = \frac{1}{n}\left(C_n^k + \sum_{j|n;j\neq n} \phi\left(\frac{n}{j}\right)\rho\left(n,k,j\right)\right), \tag{6}$$

де $\rho\left(n,k,j\right)$ — число k_n-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_j = \frac{2\pi}{n}\cdot j$ ($j = 1, ..., n-1$) за годинниковою стрілкою; $\phi\left(q\right)$ – функція Ейлера (число натуральних менших за q чисел взаємно простих із ним); а підсумовування ведеться за всіма дільниками j числа n.

Очевидно, що обчислення величини (6) зводиться до встановлення формули підрахунку величини $\rho\left(n,k,j\right)$ для j, що ділять n.

Авторами встановлено зазначену формулу для випадку опуклих k_n-кутників. Проте автори вважають своїм обов'язком навести зв'язок цієї задачі із класичною задачею про «намиста».

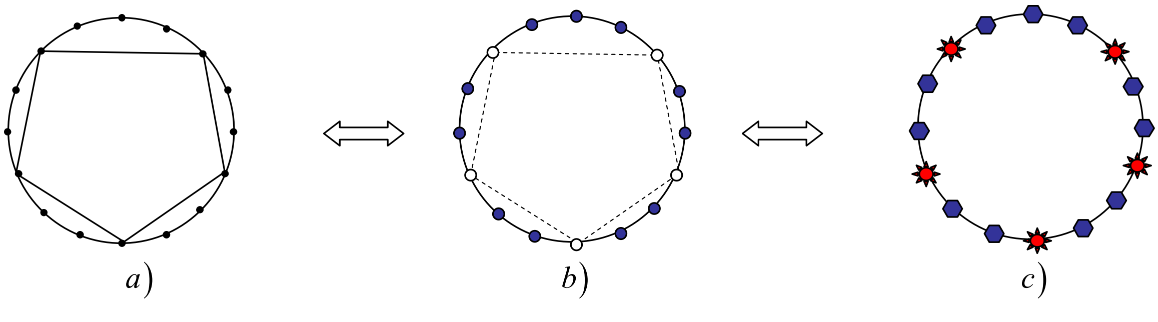


Рис. 4: $a)$ опуклий 5_{16}-кутник; $b)$ «трансформація»; $c)$ відповідне намисто з 5-ма намистинами 1-го типу і 11-ма намистинами 2-го типу

В класичній постановці задачу «про намиста» (див. напр. [3]) формулюють наступним чином: *знайти число намист, складених із k намистин 1-го типу* і *m намистин 2-го типу* (рис. 4 c)). Ця задача має **дві постановки**:
по-перше, можна вважати, що намиста «однакові», якщо одне одержується з іншого в результаті повороту («ізоморфні» в наших термінах);
по-друге, можна вважати два намиста «однаковими», якщо одне одержується з іншого в результаті повороту або осьової симетрії (дзеркального відбиття), або ж їх композиції («еквівалентні» в наших термінах).

З огляду на очевидну «трансформацію», наведену на рис. 4, задачі про обчислення неізоморфних та нееквівалентних опуклих k_n-кутників та задачі про підрахунок «різних» (в сенсі відповідних постановок) намист з k намистинами 1-го типу та $n-k$ намистинами 2-го типу *є еквівалентними.*

У 1998 р. в роботі [3] розглядався більш загальний варіант цієї задачі (в обох зазначених вище постановках), а саме *про число $B(m_1, m_2, ..., m_q)$ різних намист із m намистин (бусин) q типів, якщо є m_1 намистин 1-го типу, m_2 намистин 2-го типу,..., m_q намистин q-го типу.*

З урахуванням результатів роботи [3] (при $q=2$, $m_1=k$, $m_2=n-k$), для натуральних $3 \le k \le n$ мають місце наступні твердження

Теорема 3. *Число* **неізоморфних** *опуклих k_n-кутників можна обчислити за формулою*

$$L^*_{n,k} = \frac{1}{n}\left(C_n^k + \sum_{i|(n,k);\ i\neq 1} \phi(i)\cdot C_{\frac{n}{i}}^{\frac{k}{i}}\right), \tag{7}$$

де підсумовування ведеться за всіма дільниками найбільшого спільного дільника (n,k) *чисел n і k;*

а число **нееквівалентних** *опуклих k_n-кутників — за формулою*

$$L^{**}_{n,k} = \frac{1}{2}\left(L^*_{n,k} + C^{\left[\frac{k}{2}\right]}_{\left[\frac{n-k}{2}\right]+\left[\frac{k}{2}\right]}\right), \tag{8}$$

де $[q]$ *– ціла частина числа q (найменше ціле число, що не перевищує q).*

2. Неопуклі k_n-кутники

Позначимо далі $N^*_{n,k}$ число неізоморфних k_n-кутників з класу $\Im_{n,k}$. Тоді очевидно, що число $P^*_{n,k}$ неізоморфних k_n-кутників з класу $P_{n,k}$ становить

$$P^*_{n,k} = N^*_{n,k} - L^*_{n,k}, \tag{9}$$

де $L^*_{n,k}$ – число неізоморфних опуклих k_n-кутників з класу $L_{n,k}$.

Отже, обчислення величини $P^*_{n,k}$ зводиться до обчислення величини $N^*_{n,k}$. Для доведення основного результату роботи доведемо спочатку **теорему А**.

2.1. Доведення теореми A

Подамо співвідношення (4) у вигляді, який найбільше відповідає введеним позначенням і потребам

$$N^*(n) = \begin{cases} \frac{1}{n}\left(\frac{(n-1)!}{2} + \sum\limits_{i|n, i\neq n} \phi\left(\frac{n}{i}\right)\cdot\rho(n,i)\right), & n \neq 2t \\ \frac{1}{n}\left(\frac{(n-1)!}{2} + \sum\limits_{i|n, i\neq n, i\neq \frac{n}{2}} \phi\left(\frac{n}{i}\right)\cdot\rho(n,j) + \mu\left(n,\frac{n}{2}\right)\right) & n = 2t; \end{cases} \tag{10}$$

$$\text{де} \quad \rho(n,i) = \frac{(i-1)!}{2}\cdot\left(\frac{n}{i}\right)^{i-1}\cdot\phi\left(\frac{n}{i}\right), \quad i \neq \frac{n}{2}; \tag{11}$$

$$\mu\left(n,\frac{n}{2}\right) = \frac{\left(\frac{n}{2}-1\right)!}{2}\cdot 2^{\frac{n}{2}-1}\cdot\left(1+\frac{n}{2}\right), \quad n = 2t, \tag{12}$$

$\rho(n,i)$ і $\mu\left(n,\frac{n}{2}\right)$ – число n-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_i = \frac{2\pi}{n}i$ ($i \neq \frac{n}{2}$) і $\omega = \pi$ відповідно (за годинниковою стрілкою).

2.1.1. Доведення співвідношення (11). Нехай $n = i\cdot m$, $m \neq 2$.

1) З'ясуємо спочатку питання про те, який вид мають n-кутники, що самосуміщаються при повороті на кут $\omega_i = \frac{2\pi}{n}i$ — задовольняють **умову** (*).

Як було встановлено раніше, кожен n-кутник можна ототожнити з циклом $b = (1, l_2, l_3, ..., l_n)$ або ж $b' = (1, l_n, ..., l_3, l_2) = b^{-1}$, елементи якого – номери вершин n-шаблону, що зустрічаються при обході сторін n-кутника у двох можливих напрямках. Отже, нехай $b = (1, l_2, l_3, ..., l_n)$ – цикл, який визначає n-кутник, що задовольняє умову (*). В подальшому арифметичні операції слід розуміти як такі, що виконуються *за модулем* n.

Ідея доведення полягає у наступному: якщо n-кутник самосуміщається при повороті на кут $\frac{2\pi}{n}\cdot i$, містить сторону $[1, l_2]$ (в подальшому хорду), то він повинен містити й хорду $[1+i, l_2+i]$, в яку переходить перша. За тих самих причин n-кутник містить й хорду $[1+2i, l_2+2i]$, в яку переходить друга і т.д. Таким чином: якщо впорядкована пара $\{1, l_2\} \in b$, то циклу b повинна належати й впорядкована пара $\{1+i, l_2+i\}$, аналогічно $\{1+2i, l_2+2i\} \in b$ ... $\{1+i(m-1), l_2+i(m-1)\} \in b$; якщо впорядкована пара $\{l_2, l_3\} \in b$, то циклу b повинна належати й впорядкована пара $\{l_2+i, l_3+i\}$, аналогічно

$$\{l_2+2i, l_3+2i\} \in b,\ ...,\ \{l_2+i(m-1), l_3+i(m-1)\} \in b.$$

Отже, множина вершин n-кутника, який самосуміщається при повороті на кут $\frac{2\pi}{n}\cdot i$, розбивається на m підмножин – блоків $[b_j]$, в кожному з яких по i вершин n-шаблону:

$[b_1] = \{1, l_2, l_3, ..., l_i\}$; $[b_2] = \{1+i, l_2+i, l_3+i, ..., l_i+i\}$; ...

$[b_m] = \{1+(k-1)i, l_2+(k-1)i, l_3+(k-1)i, ..., l_i+(k-1)i\}$

2) *Порядок входження блоків* $[b_2],[b_3],..,[b_m]$ до циклу $b=([b_1]...)$ зазначеного n-кутника однозначно визначається вибором блоку, який слідує за $[b_1]$. Більше того, обхід цих блоків здійснюється з деяким кроком h.
Пояснимо останнє. Припустимо, що

$$b=([b_1][b_2]...)=(1,l_2,l_3,...,l_i;1+i,l_2+i,l_3+i,...,l_i+i;...).$$

Оскільки циклу b належить пара $\{l_i,1+i\}$, то $\{l_i+i,1+2i\}\in b$. Це означає, що після блоку $[b_2]$ слідує блок $[b_3]$ і т.д.. Тобто $b=([b_1][b_2][b_3]...[b_m])$. Отже, обхід блоків здійснюється з кроком $h=1$. Припустимо тепер, що

$$b=([b_1][b_3]...)=(1,l_2,l_3,...,l_i;1+2i,l_2+2i,l_3+2i...,l_i+2i;...).$$

Оскільки циклу b належить впорядкована пара $\{l_i,1+2i\}$, то циклу b належить й впорядкована пара $\{l_i+i;1+3i\}$, а отже і пара $\{l_i+2i;1+4i\}\in b$. Це означає, що після блоку $[b_3]$ слідує блок $[b_5]$ і т.д. Тобто $b=([b_1][b_3][b_5]...)$. Отже, обхід блоків здійснюється з кроком $h=2$. І.т.д.

Таким чином, маємо точно $(m-1)$ можливостей перегрупувати блоки. Але не в кожному з цих випадків ми одержимо n-кутник. Так, наприклад, для парних m обхід з кроком $h=2$ не є припустимим, оскільки відповідний «n-кутник» розпадається на два $\frac{n}{2}$-кутники

$$([b_1],[b_3],...[b_{m-1}],[b_1]) \quad \text{і} \quad ([b_2],[b_4],...[b_m],[b_2]).$$

Вказаного «розпадання» не відбуватиметься лише у випадку, коли обхід відповідних блоків здійснюватиметься з кроком h, взаємно простим з $m=\frac{n}{i}$. Тобто існує точно $\phi(m)=\phi\left(\frac{n}{i}\right)$ суттєво різних типів таких n-кутників.

3) Зафіксуємо припустимий крок h (взаємно простий з m), з яким здійснюється обхід m блоків $[b_1],[b_2],...,[b_m]$. Очевидно, що другу вершину l_2 блоку $[b_1]$ можна обрати $(n-m)$ способами, оскільки m вершин з номерами $1,1+i,...,1+i(m-1)$ зайняли перші позиції в блоках $[b_1],[b_2],...,[b_m]$; третю вершину l_3 блоку $[b_1]$ – $(n-2m)$ способами і т.д.

Отже, при кожному припустимому кроці h можна утворити точно

$$(n-m)\cdot(n-2m)\cdot...\cdot(n-(i-1)m)=\left(\frac{n}{i}\right)^{i-1}\cdot(i-1)!$$

n-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\frac{2\pi}{n}\cdot i$.

З урахуванням пунктів 2) і 3) загальне число таких циклів становить

$$\phi\left(\frac{n}{i}\right)\cdot\left(\frac{n}{i}\right)^{i-1}\cdot(i-1)!. \tag{13}$$

4) Множину циклів, побудованих у вказаний спосіб, позначимо $\Im_n(i,m)$. Не важко показати, що з кожним циклом $b\in\Im_n(i,m)$ множині $\Im_n(i,m)$ належить також і цикл b^{-1}. Оскільки $b\neq b^{-1}$, а цикли b і b^{-1} визначають один n-кутник, то з урахуванням (13) маємо, що загальне число n-кутників з класу $\Im_n(i,m)$ становить

$$\frac{1}{2}\phi\left(\frac{n}{i}\right)\cdot\left(\frac{n}{i}\right)^{i-1}\cdot(i-1)!. \tag{14}$$

2.1.2. Доведення співвідношення (12). Нехай $n=2t$.

Подамо вираз $\mu\left(n,\frac{n}{2}\right)$ у вигляді
$$\mu\left(n,\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}-1\right)!\cdot 2^{\frac{n}{2}-2}+\frac{n}{2}!\cdot 2^{\frac{n}{2}-2}=\mu_1\left(n,\frac{n}{2}\right)+\mu_2\left(n,\frac{n}{2}\right).$$
Зауважимо, що
$$\mu_1\left(n,\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}-1\right)!\cdot 2^{\frac{n}{2}-2}=\rho\left(n,\frac{n}{2}\right). \tag{15}$$

Таким чином, для доведення формули (12) достатньо з'ясувати «характер» тих n-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$), число яких не враховано величиною $\mu_1\left(n,\frac{n}{2}\right)=\rho\left(n,\frac{n}{2}\right)$, та підрахувати число $\mu_2\left(n,\frac{n}{2}\right)$ таких n-кутників.

1) Для цього спочатку з'ясуємо вид n-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$), які ввійшли до величини $\mu_1\left(n,\frac{n}{2}\right)=\rho\left(n,\frac{n}{2}\right)$.
Використовуючи результати доведення формули (11), всі такі n-кутники можна подати циклом виду $([b_1],[b_2])$, де
$$[b_1]=\left\{1,l_2,l_3,...,l_{\frac{n}{2}}\right\},[b_2]=\left\{1+\frac{n}{2},l_2+\frac{n}{2},l_3+\frac{n}{2},...,l_{\frac{n}{2}}+\frac{n}{2}\right\}, \tag{16}$$
або ж у розгорнутому вигляді $c=(1,l_2,l_3,...,l_t|1+t,l_2+t,l_3+t,...,l_t+t)$.

Загальне число таких циклів становить $(t-1)!\cdot 2^{t-1}=\left(\frac{n}{2}-1\right)!\cdot 2^{\frac{n}{2}-1}$.
Проте цикли $c=(\mathbf{1},l_2,l_3,...,l_t|1+t,l_2+t,l_3+t,...,l_t+t)$
і $c'=(\mathbf{1},l_t+t,...,l_3+t,l_2+t,|1+t,l_t,...,l_3,l_2)=c^{-1}$
визначають один $2t$-кутник (що самосуміщається при повороті на кут $\omega=\pi$). Тому $\mu_1\left(n,\frac{n}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)!\cdot 2^{\frac{n}{2}-1}=\left(\frac{n}{2}-1\right)!\cdot 2^{\frac{n}{2}-2}$.

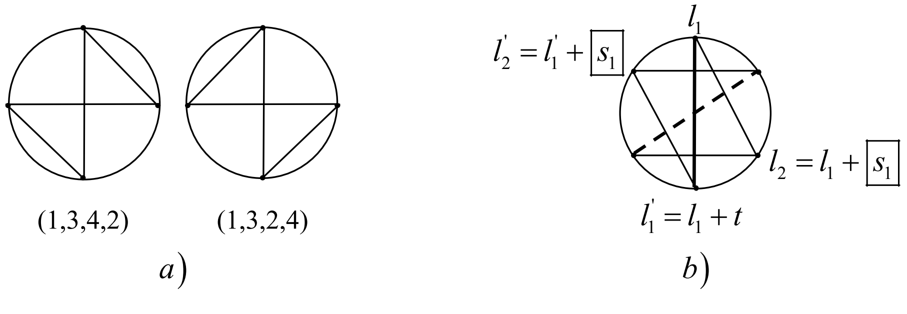


Рис. 5: $2t$-кутники, що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$ і мають сторони, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону

Зауважимо, що з представлення (16) випливає, що жоден із зазначених вище $2t$-кутників не містить сторін, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону. Тому «характер» тих $2t$-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$), число яких не враховано величиною

$\mu_1(2t,t)=\rho(2t,t)$, полягає у *наявності сторін, що сполучають саме діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону.*

Існування таких $2t$-кутників (напр. при $t=2$) показано на рис. 5 а). Оскільки n є парним, то зазначені $2t$-кутники можуть мати лише парне число сторін, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону.

2) Покажемо спочатку, що всі такі $2t$-кутники мають **точно дві** сторони, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону.

Нехай l_1 та $l_1'=l_1+t$ фіксована пара діаметрально протилежних вершин $2t$-шаблону, яка визначає відповідну сторону $2t$-кутника, що самосуміщається при повороті на кут $\omega=\pi$. Подамо такий $2t$-кутник циклом виду $b=\left(...,l_1',l_1,...\right)$. Якщо вказаному $2t$-кутнику належить сторона $[l_1,l_2]$, де $l_2=l_1+s_1$, то йому повинна належати й сторона $[l_2',l_1']$, де $l_2'=l_1'+s_1$. Тому b має вид $b=\left(...,l_2',l_1',l_1,l_2,...\right)$. – рис. 5 b).

Зауважимо, що l_2 та l_2' номери діаметрально протилежних вершин $2t$-шаблону. Продовжуючи вказаний процес далі («відновлення» циклу b), в результаті одержимо цикл виду

$$b=(l_t'\rfloor,...,l_2',[l_1',l_1],l_2,...,\lfloor l_t),$$

де l_k і l_k' $(\forall k=1,...,t)$ – номери діаметрально протилежних вершин $2t$-шаблону. Крім того, відповідний $2t$-кутник має точно **дві** сторони $[l_1',l_1]$ і $[l_t,l_t']$, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону.

3) Підрахуємо нарешті число $\mu_2(2t,t)$ $2t$-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$), які мають (точно дві) сторони, що **сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону**. Кожен такий $2t$-кутник можна подати за допомогою одного з t циклів виду

$$\begin{array}{l}
b_{1,1}=([1,(t+1)],j_2,j_3,j_4,...,j_{t-2},j_{t-1},[j_t,j_t'],j_{t-1}',j_{t-2}',...,j_4',j_3',j_2'),\\
b_{1,2}=(1,[j_2,j_2'],(t+1),j_3,j_4,...,j_{t-2},j_{t-1},[j_t,j_t'],j_{t-1}',j_{t-2}',...,j_4',j_3'),\\
b_{1,3}=(1,j_2,[j_3,j_3'],j_2',(t+1),j_4,...,j_{t-2},j_{t-1},[j_t,j_t'],j_{t-1}',j_{t-2}',...,j_4'),\\
\dots\\
b_{1,t-1}=(1,j_2,j_3,...,j_{t-2},[j_{t-1},j_{t-1}'],j_{t-2}',j_{t-3}',...,j_3',j_2',(t+1),[j_t,j_t']),\\
b_{1,t}=(1],j_2,j_3,j_4,...,j_{t-2},j_{t-1},[j_t,j_t'],j_{t-1}',j_{t-2}',...,j_4',j_3',j_2',[(t+1)).
\end{array}\tag{17}$$

Загальне число циклів виду (17) становить

$$t\times(2t-2)\cdot(2t-4)\cdot...\cdot4\cdot2=t!\cdot2^{t-1}.$$

Проте $\forall j=1,...,m$ цикли $b_{1,j}$ і $b_{1,j}^{-1}$ визначають один $2t$-кутник. Тому

$$\mu_2\left(n,\frac{n}{2}\right)=\mu_2(2t,t)=\frac{1}{2}\cdot t!\cdot2^{t-1}=t!\cdot2^{t-2}=\left(\frac{n}{2}\right)!\cdot2^{\frac{n}{2}-2}.\tag{18}$$

2.2. Число неізоморфних k_n-кутників

За лемою Бернсайда та з урахуванням співвідношень (7) і (10)–(12), число неізоморфних k_n-кутників можна обчислити за допомогою співвідношення

$$n \cdot N^*_{n,k} = \frac{1}{2k} A_n^k +$$

$$+ \begin{cases} \sum\limits_{j|(n,k);\ j\neq 1} \phi(j) \cdot \rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right), & n = 2t+1 \text{ або } k \neq 2m \\ \sum\limits_{j|(n,k);\ j\neq 1;2} \phi(j) \cdot \rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right) + \mu\left(n,k,\frac{n}{2}\right), & n = 2t, k = 2m, \end{cases} \tag{19}$$

де $\rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right)$ і $\mu\left(n,k,\frac{n}{2}\right)$ – число k_n-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_j = \frac{2\pi}{j}$ і $\omega = \pi$ (за годинниковою стрілкою) відповідно.

Лема 1. *Нехай $j \neq 2$ – дільник числа $d = (n,k)$. Тоді*

$$\rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right) = \frac{1}{2k} A_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot (j)^{\frac{k}{j}} \cdot \phi(j). \tag{20}$$

Доведення. З урахуванням доведення рівності (11), число $\rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right)$ k_n-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_j = \frac{2\pi}{j}$ можна обчислити за допомогою співвідношення $\rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right) = C_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot \rho\left(k,\frac{k}{j}\right)$, де $\rho\left(k,\frac{k}{j}\right)$ – число k-кутників, які самосуміщаються при повороті на кут $\omega_j = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{k}{j} = \frac{2\pi}{j}$.

Тому $\rho\left(n,k,\frac{n}{j}\right) = C_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{k}{j}-1\right)! \cdot (j)^{\frac{k}{j}-1} \cdot \phi(j) = \frac{1}{2k} A_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot (j)^{\frac{k}{j}} \cdot \phi(j)$.

Лема 2. *Нехай $n = 2t$, $k = 2m$. Тоді*

$$\mu\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \frac{1}{k} A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2}(2+k). \tag{21}$$

Доведення. Подамо величину (21) у наступному вигляді

$$\mu\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \frac{1}{k} A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-1} + A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2} = \mu_1\left(n,k,\frac{n}{2}\right) + \mu_2\left(n,k,\frac{n}{2}\right) \tag{22}$$

й покажемо, що $\mu_1\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \mu_1(2t,2m,t)$ і $\mu_2\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \mu_2(2t,2m,t)$ – число $(2m)_{(2t)}$-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega = \pi$), які <u>не мають</u>, відповідно <u>мають</u> сторони, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону.

1) З урахуванням співвідношення (15), число $\mu_1\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \mu_1(2t,2m,t)$ $(2m)_{(2t)}$-кутників, що самосуміщаються при повороті на кут $\omega = \pi$ і <u>не мають</u>

сторін, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону можна обчислити за формулою

$$\mu_1(2t,2m,t) = C_t^m \cdot \mu_1\left(k,\tfrac{k}{2}\right) = C_t^m \cdot \mu_1(2t,t),$$

де $\mu_1\left(k,\frac{k}{2}\right) = \mu_1(2m,m)$ – число $2m$-кутників, що самосуміщається при повороті на кут $\omega=\pi$ і не мають сторін, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2m$-шаблону. Тому

$\mu_1(2t,2m,t) = C_t^m \cdot \mu_1(2t,t) = C_t^m \cdot (m-1)! \cdot 2^{m-2} = \frac{1}{2m} A_t^m \cdot 2^{m-1} = \frac{1}{k} A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-1}$.

2) З урахуванням співвідношення (18), число $\mu_2\left(n,k,\frac{n}{2}\right)$ $(2m)_{(2t)}$-кутників (що самосуміщаються при повороті на кут $\omega=\pi$), які мають (точно дві) сторони, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2t$-шаблону, можна обчислити за формулою

$$\mu_2(2t,2m,t) = C_t^m \cdot \mu_2\left(k,\tfrac{k}{2}\right) = C_t^m \cdot \mu_2(2t,t),$$

де $\mu_2\left(k,\frac{k}{2}\right) = \mu_2(2m,m)$ – число $2m$-кутників, що самосуміщається при повороті на кут $\omega=\pi$ та мають сторони, що сполучають діаметрально протилежні вершини $2m$-шаблону. Тому

$\mu_2\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \mu_2(2t,2m,t) = C_t^m \cdot m! \cdot 2^{m-2} = A_t^m \cdot 2^{m-2} = A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2}$.

Таким чином $\mu\left(n,k,\frac{n}{2}\right) = \mu_1\left(n,k,\frac{n}{2}\right) + \mu_2\left(n,k,\frac{n}{2}\right) =$

$$= \frac{1}{k} A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-1} + A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2} = A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2}\left(\frac{2+k}{k}\right).$$

Теорема 4. (основна) *Число $N_{n,k}^*$ неізоморфних k_n-кутників можна обчислити за допомогою співвідношень*

$$n \cdot N_{n,k}^* = \frac{1}{2k} A_n^k +$$

$$+\begin{cases} \sum\limits_{j|(n,k);\ j\neq 1} \phi^2(j) \cdot \frac{1}{2k} A_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot j^{\frac{k}{j}}, & n = 2t+1 \\ \sum\limits_{j|(n,k);\ j\neq 1} \phi^2(j) \cdot \frac{1}{2k} A_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot j^{\frac{k}{j}}, & n = 2t, k \neq 2m \\ \sum\limits_{j|(n,k); j\neq 1;2} \phi^2(j) \cdot \frac{1}{2k} A_{\frac{n}{j}}^{\frac{k}{j}} \cdot j^{\frac{k}{j}} + \frac{1}{k} A_{\frac{n}{2}}^{\frac{k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}-2}(k+2), & n = 2t, k = 2m. \end{cases} \quad (23)$$

Наслідок 1. *Якщо числа n і k є взаємно простими, то число $N_{n,k}^*$ неізоморфних k_n-кутників можна обчислити за формулою*

$$N_{n,k}^* = \frac{1}{2nk} \cdot A_n^k, \quad (24)$$

а число $P_{n,k}^*$ неізоморфних неопуклих k_n-кутників – за формулою

$$P_{n,k}^* = \frac{1}{2nk} A_n^k - \frac{1}{n} C_n^k = \frac{1}{2n} C_n^k \Big((k-1)! - 2\Big). \quad (25)$$

Не важко пересвідчитись у тому, що при $k = n$ встановлені формули (23) співпадають із формулами (4) роботи [1].

$n\backslash k$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	1									
4	1	1								
5	2	1	1							
6	4	3	1	1						
7	5	5	3	1	1					
8	7	10	7	4	1	1				
9	10	14	14	10	4	1	1			
10	12	22	26	22	12	5	1	1		
11	15	30	42	42	30	15	5	1	1	
12	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1

Табл. 1: Початкові значення числа неізоморфних *опуклих* k_n-кутників

$n\backslash k$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	0									
4	0	1								
5	0	2	3							
6	0	6	11	13						
7	0	10	33	59	53					
8	0	19	77	214	359	331				
9	0	28	154	552	1 436	2 519	2 245			
10	0	44	278	1 254	4 308	11 395	20 159	18 263		
11	0	60	462	2 478	10 770	37 785	100 795	181 439	164 949	
12	0	85	726	4 570	23 694	104 059	369 593	998 490	1 814 399	1 664 353

Табл. 2: Початкові значення числа неізоморфних *неопуклих* k_n-кутників

Висновки

В роботі встановлено формули для підрахунку числа *неізоморфних* опуклих та неопуклих k_n-кутників, які є узагальненням результатів роботи [1]. На думку авторів дослідження в цьому напрямку можна успішно продовжити за рахунок встановлення формул підрахунку числа *нееквівалентних* опуклих та неопуклих k_n-кутників.

Література

[1] *Golomb S.W., Welch L.R.* On the Enumeration of Polygons The American Mathematical Monthly, Vol. 67, No. 4, 1960, pp. 349 – 353.

[2] *Калужнин Л.А., Сущанский В.И.* Преобразования и перестановки // М.: Наука, 1979.

[3] *Яковенко Д.И.* Задача об ожерельях // Вестник Омского университета, 1998, Вып. 2. С. 21 – 24.

УДК 511, 003

Колеснікова О.О., Пірус Є.М., Рябухо О.М.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *старший викладач кафедри алгебри, СДПУ*

[3] *завідувач кафедри алгебри, СДПУ*

e-mail: pirus@ukr.net, rom.olena@gmail.com

РЕАЛІЗАЦІЯ ШИФРУ ЕЛЬ ГАМАЛЯ НА ЕЛІПТИЧНІЙ КРИВІЙ

В роботі описано застосування еліптичних кривих до задач криптографії, побудований приклад шифру Ель Гамаля на еліптичній кривій.

Ключові слова: *криптосистема, еліптична крива, проблема дискретного логарифмування.*

В останні десятиріччя еліптичні криві, і особливо над скінченими полями, знайшли найрізноманітніші і притому практичні застосування. Так, у теорії кодування вони використовуються для побудови різних класів кодів, які добре поєднують високу швидкість із хорошими коригуючими властивостями і для яких до того ж існують ефективні алгоритми кодування–декодування. А в криптографії спектр їх застосувань ще ширший. По–перше, саме з їх допомогою будуються найефективніші на сьогодні алгоритми тестування простоти і розкладу чисел на множники. По–друге, вони використовуються безпосередньо для побудови конкретних криптосистем.

Вперше криптографічні алгоритми в групах точок еліптичних кривих були запропоновані незалежно один від одного Н.Кобліцем і В.Міллером в 1986 році [1], [2]. Спочатку ці алгоритми видавалися вельми екзотичними і далекими від практичного вживання, але на початку дев'яностих років були отримані ряд теоретичних результатів, що доводять високу стійкість нових алгоритмів, стала ясною і можливість ефективного виконання операцій в цих групах.

Причин великого поширення криптосистем на еліптичних кривих кілька. По–перше, з кожною еліптичною кривою пов'язується певна абелева група, яка є близькою до циклічної. Це дозволяє будувати криптосистему, що спирається на проблему дискретного логарифма. Однак наявність на групі багатої додаткової структури призводить до експоненційної стійкості криптосистеми, тоді як мультиплікативна група скінченного поля забезпечує лише субекспоненційну стійкість. По–друге, прогрес у розвитку техніки обчислень у групі точок еліптичної кривої призвів до того, що побудовані на них криптосистеми почали суттєво вигравати в своїх попередників у швидкості перетворення інформації. По–третє, можливості вибору серед еліптичних кривих — у порівнянні з вибором серед мультиплікативних груп полів — є незрівнянно більшими.

Означення 1. *Нехай* $p > 3$ *просте число. Еліптичною кривою* $y^2 = x^3 + ax + b$ *над* $\mathbb{Z}_p$ *є множина розв'язків* $(x, y) \in \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$ *конгруенції*

$$y^2 \equiv x^3 + ax + b \ (mod\ p), \tag{1}$$

де $a, b \in \mathbb{Z}_p$ *константи, такі, що* $4a^3 + 27b^2 \not\equiv 0(mod\, p)$, *разом з виділеною точкою* $\mathcal{O}$, *так званою тачкою нескінченості.*

Розв'язок 1 може слугувати для означення еліптичної кривої $GF(p^n)$ для простого числа $p > 3$. Еліптична крива над $GF(2^n)$ або $GF(3^n)$ визначається трохи іншим розв'язком.

На еліптичній кривій E можна побудувати абелеву групу. Для цього визначають відповідну операцію на її точках. Операцію зазвичай записують адитивно і визначають наступним чином: нехай $P = (x_1, y_1)$ і $Q = (x_2, y_2)$ будуть точками на кривій E. Якщо $x_2 = x_1$ та $y_2 = -y_1$, то $P + Q = \mathcal{O}$; в протилежному випадку $P + Q = (x_3, y_3)$, де

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2,$$

$$y_3 = \lambda(x_1 - x_2) - y_1,$$

а також

$$\lambda = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, & \text{де } P \neq Q; \\ \frac{3x_1^2 + a}{2y_1}, & \text{де } P = Q. \end{cases}$$

Нарешті визначмо $P + \mathcal{O} = \mathcal{O} + P = P \ \ \forall P \in E$.

Зауважимо, що протилежні елементи обчислити в цій групі дуже легко. Протилежним елементом для довільної точки $(x, y) \in E$ є точка $(x, -y)$.

Число точок які належать еліптичній кривій E над полем $\mathbb{Z}_p$ (p – просте число, $p > 3$) є наближенням до p. Докладніше, в твердженні Хассе йде мова про те, що число точок еліптичної кривої E, N, задовольняє нерівності

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq N \leq p + 1 + 2\sqrt{p}.$$

Більш докладніше обчислення величини N є важким однак існує розроблений Схофом ефективний алгоритм який виконує такі обчислення. (Термін "ефективний" тут означає час дії алгоритму який є поліноміальним з-за $\log p$. Час дії алгоритму Схофа дорівнює $O((\log p)^8)$ бітових операцій, завдячуючи чому воно практично використано для простих чисел p з сотнями числових знаків).

Припустимо, що можемо обчислити N, далі хочемо знайти циклічну підгрупу групи E в якій проблема дискретного логарифма була б практично нерозв'язною.

Твердження 1. *Нехай E буде еліптичною кривою над $\mathbb{Z}_p$, де p – просте число та $p > 3$. В той же час існують цілі числа n_1 і n_2, такі, що E ізоморфне з $\mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2}$. Більш того, $n_2 | n_1$ та $n_2 | (p-1)$.*

Звідси випливає, що якщо зможемо знайти числа n_1 і n_2, то отримаємо циклічну підгрупу групи E ізоморфною з $\mathbb{Z}_{n_1}$, яка може потенційно слугувати основою криптографічної системи Ель Гамаля.

Звернемо увагу, що якщо $n_2 = 1$, то E – циклічна група. Подібно до того, що E є циклічною групою тоді, коли N – просте число або є добутком різних простих чисел.

Розглянемо приклад шифрування в системі Ель Гамаль з використанням еліптичної кривої.

В 1986р. Ель Гамаль запропонував алгоритм обчислення та перевірки цифрового підпису, стійкість якого грунтується на складності дискретного логарифмування в простому скінченному полі [3].

Для користувачей деякої мережі обирається спільна еліптична крива $E_p(a,b)$ і точка G на ній, така, що G, $[2]G$, $[3]G$, ... , $[q]G$ різні точки і $[q]G = \mathcal{O}$ для деякого простого числа q.

Кожен користувач U обирає число c_U, $0 < c_U < q$, яке зберігає як свій таємний ключ, і визначає точку на кривій $D_U = [c_U]G$, яка буде його відкритим ключем. Параметри кривої і список відкритих ключей передаються усім користувачам мережі.

Припустимо, користувач A бажає передати повідомлення користувачу B. Будемо вважати, що повідомлення представлено у вигляді числа $m < p$. робить наступне:

1) Обирає довільне число c_A, $0 < c_A < q$;

2) обчислює $R = [c_A]G$, $P = [c_A]D_B = (x,y)$;

3) шифрує $e = mx \mod p$;

4) посилає B шифротекст (R,e).

Користувач B після отримання (R,e):

1) обчислює $Q = [c_B]R = (x, y)$;

2) дешифрує $m' = ex^{-1} \mod p$.

Дамо обгрунтування протоколу. Для цього достатньо показати, що

$$[c_B]R = [c_B]([c_A]G) = [c_A]([c_B]G) = [c_A]D_B,$$

тобто $Q = P$. Тому $m' = m$.

Координата x точки Q залишається невідомою для супротивника, так як він не знає числа c_A. Противник може намагатися обчислити c_A із точки R, але для цього йому потрібно вирішити проблему дискретного логарифмування на кривій, що вважається неможливим.

Шифр Ель Гамаля на еліптичній кривій в середовищі MAPLE був реалізований для еліптичної кривої $y^2 = x^3 - 3 * x + 1000$ над полем Z_{31991}. Була обрана генеруюча точка $G = [0, 5585]$, а також таємні ключі $c_A = 523$, $c_B = 5103$. За допомогою ключа $c_A = 523$ повідомлення 30000 було перетворене в шрифтотекст $e = ((9767, 11500), 11685)$, який повинен дешифруватися за допомогою таємного ключа $c_B = 5103$.

Наведемо текст алгоритму в середовищі MAPLE

$> PaddQ := proc(x1, y1, x2, y2, p, a :: numeric)$
$> description"PaddQ";$
$> localk, x3, y3;$
$> if(x1 = x2)and(y2 + y1modp = 0)then$
$x3 := 0; y3 := 0; returnx3, y3$
$endif; if(x1 <> x2)then$
$> k := (y2 - y1)/(x2 - x1)modp;$
$> x3 := k^2 - x1 - x2modp;$
$> y3 := k * (x1 - x3) - y1modp; returnx3, y3$
$> endif;$
$> if(y1 = y2)then$
$k := (3 * x1^2 + a)/(2 * y1);$
$x3 := k^2 - x1 - x2modp;$
$> y3 := k * (x1 - x3) - y1modp; returnx3, y3$
$> endif; endproc;$
$> PK := proc(x1, y1, k, p, a :: numeric)$
$> R := [0, 0];$
$> P[1] := x1;$
$> P[2] := y1;$
$> Q[1] := P[1];$
$> Q[2] := P[2];$

$> forifrom1tok - 1do$
$> R := PaddQ(P[1], P[2], Q[1], Q[2], p, a) : Q := R$
$> enddo; returnR[1], R[2]$
$> endproc; Warning, `R`isimplicitlydeclaredlocaltoprocedure$
$`PK`$
$Warning, `P`isimplicitlydeclaredlocaltoprocedure`PK`$
$Warning, `Q`isimplicitlydeclaredlocaltoprocedure`PK`$
$Warning, `i`isimplicitlydeclaredlocaltoprocedure`PK`$
$CurveY^2 = X^3 - 3 * X + 1000p = 31991N = 32089G = [0, 5585]$
$> R := PK(0, 5585, 523, p, a);$
$> Db := PK(0, 5585, 5103, p, a);$
$> P := PK(Db[1], Db[2], 523, p, a);$
$> m := 30000;$
$> e := m * P[1]mod31991;$
$> R, e;$
$> Q := PK(R[1], R[2], 5103, p, a);$
$> e;$
$> m1 := e * Q[1]^{-1}modp;$

У зв'язку з невеликою (у порівнянні, наприклад, з RSA–шифром) довжиною ключа і малими вимогами до об'єму пам'яті свої перші застосування криптосистеми на еліптичних кривих знайшли в пластикових смарт-картах і мобільних телефонах. У багатьох країнах почали приймати нові національні стандарти цифрового підпису, що використовують криптосистеми на еліптичних кривих (США(2000) — FIPS 186-2, Росія(2001) — ГОСТ Р34.10-2001, Україна(2002) — ДСТУ 4145-2002).

Література

[1] *Koblitz N.* Eleptic curve cryptosystems. *Mathematics of Computation*, 48 (1987), 203–209.

[2] *Miller G.L.* Uses of eleptic curves in cryptography. *Lecture Notes in Computer Science*, 218 (1986), 417–426.

[3] *T. ElGamal.* A public key cryptosystem and a signature scheme based on discrete logaritms. IEEE *Transactions on Information Theory*, 31 (1985), 469–472.

УДК 512.54

Зайцева Ю.С., Пащенко З.Д.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри алгебри, СДПУ*

e-mail: bgblik_kryglik@mail.ru

СИЛОВСЬКІ p-ПІДГРУПИ

Дана робота відноситься до структурної теорії груп. Розглядаються силовські p-підгрупи в симетричних групах. Побудовано силовську 2-підгрупу в S_8 за знайденою силовською 2-підгрупою в S_4.

Ключові слова: *силовська підгрупа, симетрична група, вінцевий добуток.*

Вступ

Структуру скінченних груп допомагають описувати силовські p-підгрупи. Силовські p-підгрупи скінченних симетричних груп відіграють особливу роль в класі всіх скінченних груп. А саме, кожна скінченна p-група ізоморфно занурюється в силовську p-підгрупу деякої симетричної групи. Це одна з причин актуальності дослідження побудови і властивостей силовських p-підгруп симетричних груп.

Теорема 1. (Силова) *Нехай G-скінченна група, p – просте число.*
Існування. *Для кожного степеня p^α, що ділить порядок G, в G існує підгрупа порядку p^α.*
Вкладення. *Якщо $p^{\alpha+1}$ ділить порядок G, то кожна підгрупа порядку p^α з G вкладена у деяку підгрупу порядку $p^{\alpha+1}$ з G. Зокрема, силовські p-підгрупи з G – це в точності підгрупи порядку p^r, де p^r-максимальний степінь p, що ділить порядок G.*
Спряженість. *Усі силовські p-підгрупи з G спряжені в G.*
Кількість. *Кількість силовських p-підгруп в G конгруентна 1 за модулем p і ділить порядок G [1].*

Основна частина

Нехай p – деяке просте число. Виходячи з того, що $|S_n| = n!$, максимальний порядок $e(n)$, при якому $p^{e(n)}$ ділить $|S_n|$ дорівнює $[\frac{n}{p}] + [\frac{n}{p^2}] + \ldots$. Якщо $n = p^t$, то $e(n) = p^{t-1} + p^{t-2} + \ldots + p + 1$.

При конструюванні силовських p-підгруп симетричної групи S_{p^t} використовується наступний алгоритм.

Нехай в S_{p^m} вже знайдена силовська p-підгрупа, тобто підгрупа H_m порядку $p^{1+\ldots+p^{m-1}}$, побудуємо по ній в $S_{p^{m+1}}$ підгрупу H_{m+1} порядку $p^{1+\ldots+p^m}$. Для цього розіб'ємо символи, що переставляються $1, 2, ..., p^{m+1}$ на послідовні відрізки довжини p^m. Якщо

$$c = \prod_{j=1}^{p^m}(j, p^m + j, 2p^m + j, ..., (p-1)p^m + j)$$

і x – підстановка на символах i-го відрізка, то $c^{-1}xc$-підстановка на символах $(i+1)$-го відрізка (додавання по модулю p). Звідси видно, що підгрупа H_{m+1} породжена підгрупами $c^{-r}H_mc^r, 0 \le r \le p$, а саме є їх прямим добутком.

Підгрупа H_{m+1} – шукана, так як $|H_{m+1}| = |H_m|^p|c| = p^{1+\ldots+p^m}$.

Знайдемо підгрупу H_2 в S_4. Максимальний показник $e(4) = |\frac{4}{2}| + |\frac{4}{2_2}| = 2 + 1 = 3$, тому $|H_2| = 2^3 = 8$. Візьмемо підстановки $\alpha = (1234)$ і $\beta = (13)$. Вони будуть твірними елементами для H_2.

$$H_2 = \{\varepsilon, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \beta, \alpha \circ \beta, \alpha^2 \circ \beta, \alpha^3 \circ \beta\}.$$

Знайдемо всі елементи H_2:

$$\alpha = (1234), \quad \alpha^2 = (13)(24), \quad \alpha^3 = (14)(32), \quad \beta = (13),$$

$$\alpha \circ \beta = (14)(23), \quad \alpha^2 \circ \beta = (24), \quad \alpha^3 \circ \beta = (12)(34), \quad \varepsilon = (1)(2)(3)(4).$$

$H_2 = \{\varepsilon(1234), (13)(24), (1432), (13), (14)(23), (24), (12)(34)\}$

За знайденою підгрупою H_2 в S_4 побудуємо підгрупу H_3 в S_8. $|H_3| = 2^{1+2+4} = 2^7 = 128$. Для цього розіб'ємо переставні символи $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ на послідовні відрізки довжини 4. Тоді $c = (15)(26)(37)(48)$. Очевидно, що $c^{-1} = c$.

Нехай $x = (134)$ – підстановка на елементах першого відрізка $1, 2, 3, 4$, тоді $c^{-1}xc = (15), (26)(37)(48)(134)(15), (26)(37)(48) = (578)$ – підстановка на символах другого відрізка $5, 6, 7, 8$.

Звідси видно, що підгрупа, породжена підгрупами H_2 і cH_2c є їх прямим добутком.

Таким чином підгрупа H_3 ізоморфна вінцевому добутку $H_2\imath(c)$.

Література

[1] *Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И.* Основы теории групп. — 3-е изд; перераб. и доп. — М.: Наука, 1982. — 228 с.

[2] *Сущанський В.І., Сікора В.С.* Операції на групах підстановок. Теорія та застосування. — Чернівці: Рута, 2003. — 256 с.

УДК 512.54

Пащенко З.Д., Ткаченко Ю.Є.

[1] *доцент кафедри алгебри, СДПУ*

[2] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

e-mail:

САГАЙДАКИ ГОРЕНШТЕЙНОВИХ $(0;1)$-ПОРЯДКІВ

Тема даної роботи відноситься до структурної теорії кілець. Розглядаються горенштейнові напівмаксимальні $(0;1)$-кільця. Побудовано сагайдаки кілець $H_3(\Theta)$ і $B_6(\Theta)$.

Ключові слова: *горенштейнові напівмаксимальні* $(0;1)$ *-кільця, матриця показників, сагайдаки.*

Вступ

Поняття горенштейнового кільця виникло в алгебраїчній геометрії у зв'язку з вивченням особливостей алгебраїчних кривих. Такі кільця мають складну будову і мало вивчались. Вони розглядаються як напівдосконалі ньотерові справа напівпервинні кільця, у яких кільце ендоморфізмів кожного нерозкладного проективного модуля є дискретно нормованим кільцем. Такі кільця можна задавати матрицею показників. Саме для цих кілець В.В. Кириченко одержав дуже зручний критерій горенштейновості.

В наш час горенштейнові порядки знаходять нові застосування при вивченні алгебраїчних інваріантів графів. Все частіше зустрічаються вони і в різноманітних дослідженнях проблем комп'ютерної алгебри.

Основна частина

Відомо, що будь-яке зведене горенштейнове напівмаксимальне $(0,1)$-кільце ізоморфне кільцю $H_s(\Theta)$ або кільцю $B_{2s}(\Theta)$; де кільця $B_{2s}(\Theta)$ і $H_s(\Theta)$ мають такі матриці показників:

$$\varepsilon(H_s(\Theta)) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\varepsilon(B)=\begin{pmatrix}0&0&0&\dots&0&1&0&0&\dots&0\\1&0&0&\dots&0&1&1&0&\dots&0\\1&1&0&\dots&0&1&1&0&\dots&0\\\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\1&1&1&\dots&0&1&1&1&\dots&1\\1&0&0&\dots&0&0&0&0&\dots&0\\1&1&0&\dots&0&1&0&0&\dots&0\\1&1&1&\dots&0&1&1&0&\dots&0\\\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\1&1&1&\dots&1&1&1&1&\dots&1\end{pmatrix}.$$

Важливу роль при описі структури кілець відіграють їх сагайдаки. Поняття сагайдаку визначається через поняття радикалу Джекобсона R та нерозкладних проективних модулів. Для його побудови зручно користуватися матрицею суміжності кільця.

Знайдемо сагайдаки кілець $H_3(\Theta)$ та $B_6(\Theta)$.

Якщо $\Lambda = H_3(\Theta)$, то матриця показників його радикалу Джекобсона R має вид

$$\varepsilon(R)=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix},$$

а матриця показників R^2

$$\varepsilon(R^2)=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&1\\2&1&1\end{pmatrix}.$$

Звідки

$$Q(\Lambda)=\varepsilon(R^2)-\varepsilon(R)=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

За матрицею $Q(\Lambda)$ одержуємо сагайдак кільця $H_3(\Theta)$

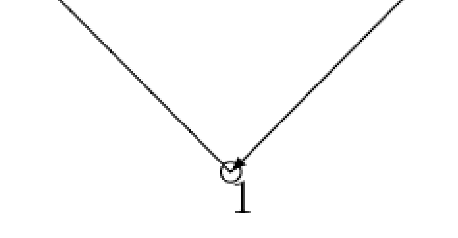


Рис. 1: Сагайдак кільця $H_3(\Theta)$

Якщо $\Lambda = B_6(\Theta)$, то матриці показників радикалу Джекобсона R кільця Λ та його квадрату мають вигляд:

$$\varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon(R^2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Звідки

$$Q(\Lambda) = \varepsilon(R^2) - \varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тоді сагайдак кільця $B_6(\Theta)$ має вид:

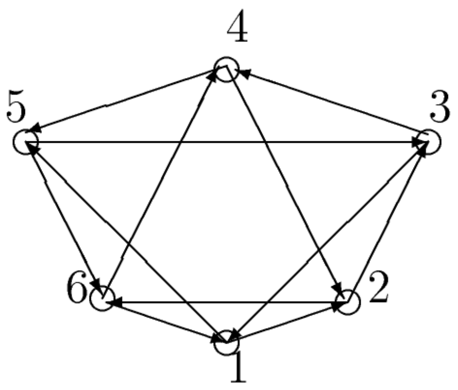


Рис. 2: Сагайдак кільця $B_6(\Theta)$.

Література

[1] *Кириченко В.В.* Кольца и модули. — Киев: КГУ. — 1981. — 64с.

[2] *Кириченко В.В., Самир Валио, Яременко Ю.В.* Полусовершенные кольца и их колчаны // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. — Киев.: Институт математики НАН Украины. — 1993. — С. 438–456.

ФІЗИКА

УДК 539.4

Уколов О.І., Надточій В.О., Калимбет А.З.

[1] *аспірант кафедри фізики, СДПУ*

[2] *завідувач кафедри фізики, доктор фіз.-мат. наук, професор, СДПУ*

[3] *старший викладач кафедри фізики, СДПУ*

e-mail: ukolov-aleksei@mail.ru

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ПОВЕРХНЕВОЇ РЕКОМБІНАЦІЇ І ЇЇ ВПЛИВУ НА ЧАС ЖИТТЯ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ

Вимірювання структурно чутливих електрофізичних параметрів дозволяє визначити якість матеріалів для створення напівпровідникових пристроїв. У даній роботі розглянута теорія впливу швидкості поверхневої рекомбінації на час життя і довжину дифузії нерівноважних носіїв заряду в приповерхневих шарах напівпровідникового зразка. Отримані нові експериментальні результати параметрів рекомбінації нерівноважних носіїв заряду на розробленому вимірювальному пристрої з урахуванням впливу поверхні напівпровідника.

Ключові слова: *монокристал, швидкість поверхневої рекомбінації, час життя.*

Вступ

У роботах [1-3] було показано, що введення дефектів структури в приповерхневих шар кристалів може значно зменшити час життя τ і дифузійну довжину пробігу L_D нерівноважних носіїв заряду. Для багатьох напівпровідникових приладів (діодів, транзисторів, твердотільних інжекційних лазерів, оптоелектронних приладів) ці параметри визначають робочі характеристики і працездатність. З іншого боку, контролюючи зміну τ і L_D під дією зовнішніх чинників, можна досліджувати процеси дифузії в кристалах, явище деградації у часі, визначати кінетичні параметри структурних змін у напівпровідниках. Оскільки зовнішня дія на кристал (опромінювання частками високих енергій, легування домішками, деформація при низьких температурах) спонукає генерацію дефектів в приповерхневих шарах, то у процесі вимірювань τ і L_D необхідно враховувати вплив самої поверхні, де швидкість рекомбінації s може бути значною і близькою до швидкості рекомбінації нерівноважних електронів і дірок у приповерхневому шарі. Тому визначення s повинне бути супутним процесом при вимірюваннях τ і L_D.

Основна частина

У відомій літературі знайдені рішення задачі для обчислень s напівпровідникових зразків простих геометричних форм (тонких ниток прямокутного поперечного перерізу, тонких пластин)[4]. Загальне ж рішення задачі стосовно руху електронів і дірок під дією електричного поля в однорідному макрокристалі довільної форми з урахуванням впливу швидкості поверхневої рекомбінації елементарними методами отримати не можна[4]. Сутність впливу поверхневої рекомбінації полягає в наступному. У рівноважному стані потік дірок, які підходять до поверхні кристала n-типу, повинен дорівнювати потоку дірок, які рухаються у зворотному напрямі. Але при відхиленні від рівноважного стану ці потоки вже не компенсують один одного. Тоді число дірок, що падають на одиничну площу поверхні за одиницю часу дорівнює $\frac{1}{4}v_t p$, де v_t - середня теплова швидкість дірок, p - концентрація дірок. Число дірок, що пішли з поверхні за одиницю часу, буде дорівнювати $\frac{1}{4}rv_t p + s'$, де r - вірогідність відбивання дірки, s' - темп виникнення дірок на одиниці площі поверхні. В стані рівноваги маємо співвідношення

$$\frac{1}{4}v_t p_0 = \frac{1}{4}rv_t p_0 + s_0 \ , \tag{1}$$

де $s_0 = \frac{1}{4}(1-r)v_t p_0$.

Таким чином, темп зникнення дірок біля поверхні s_a визначається виразом

$$s_a = \frac{1}{4}(1-r)v_t(p-p_0) \ , \tag{2}$$

який можна записати у вигляді $s_a = s\triangle p$, де s_a має розмірність швидкості і називається швидкістю поверхневої рекомбінації. Розглянемо тепер, яким чином поверхнева рекомбінація впливає на процес відновлення рівноваги. Візьмемо плоску поверхню і нехай x - відстань від поверхні до деякої точки у напівпровіднику. Вплив поверхневої рекомбінації врахуємо через граничну умову при $x=0$, де справедливе співвідношення

$$D\frac{d\triangle p}{dx} = s\triangle p \ . \tag{3}$$

Як другу граничну умову приймемо, що $\triangle p \longrightarrow \tau_p \Re$ ($\Re$ - темп рекомбінації), якщо $x \longrightarrow \infty$. Таким чином, маємо

$$\triangle p = \Re\tau_p \left[1 - \frac{s\tau_p exp(-x/L_D)}{L_D + s\tau_p}\right] \ , \tag{4}$$

а величина $\triangle p$ при $x=0$, $\triangle p_0$, визначається виразом

$$\triangle p_0 = \Re\tau_p \left(1 - \frac{s\tau_p}{L_D + s\tau_p}\right) \ . \tag{5}$$

Ступінь зменшення $\triangle p$ залежить від відношення s/v_p, де v_p - швидкість, яка дорівнює L_D/τ_p. Якщо $s >> v_p$, то $\triangle p_0$ дуже мале і зменшення концентрації надлишкових дірок поблизу поверхні буде значним. Вказані математичні викладки є основою для врахування швидкості поверхневої рекомбінації при визначенні середнього значення часу життя $\bar{\tau}_p$ для напівпровідникових пластин

$$\frac{1}{\bar{\tau}_p} = \frac{1}{\tau_p} + \frac{s}{a}\,, \tag{6}$$

де a - товщина пластини. Рішення відповідної задачі для стрижня прямокутного перерізу виявляється складнішим, оскільки доводиться враховувати розміри, форму і стан поверхні після різних способів його обробки. Тому в кожному дослідженні слід проводити вимірювання s експериментально. У даній роботі запропонована методика вимірювань швидкості поверхневої рекомбінації s на основі розробленого і виготовленого авторами вимірювального комплексу. У його склад (рис.1) входять: універсальний двокоординатний столик із зразком (1), освітлювач (2), що формує вузьку світлову смугу на поверхні зразка, дзеркало на мікродвигуні (3), при обертанні якого промінь збуджує одночасно імпульси струму в ланцюзі фотодіода і генерацію нерівноважних носіїв заряду у зразку.

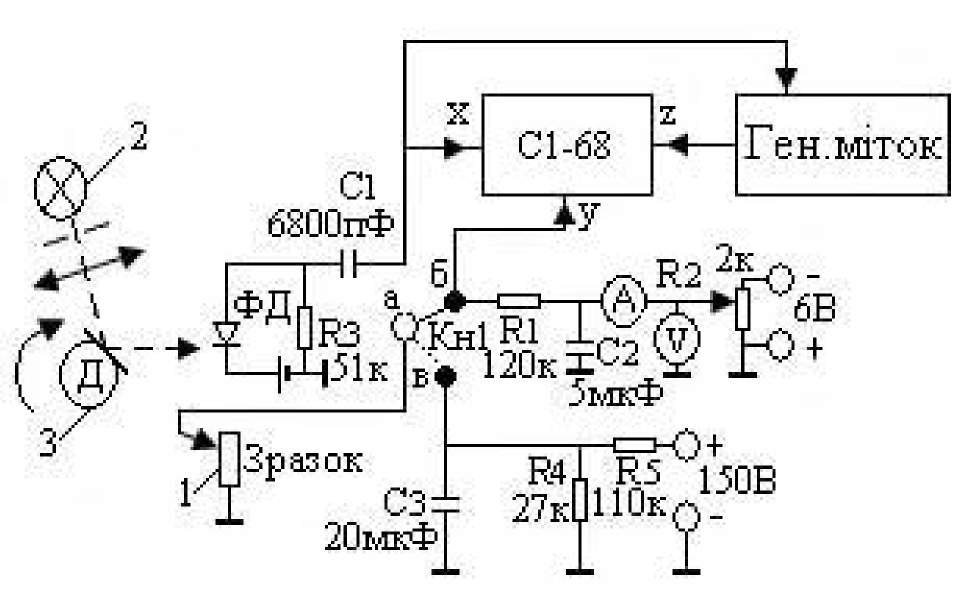


Рис. 1: Принципова схема вимірювального комплексу швидкості поверхневої рекомбінації

Фотодіодні імпульси дозволяють синхронізувати розгортку осцилографа і генератора імпульсних сигналів, які через вхід z осцилографа створюють мітки часу на осцилограмі $C1-68$ (рис.2,а). Перемикач Кн1 в положенні (б) дозволяє подавати на вольфрамовий зонд-колектор зворотну напругу

(1-1,5)В. Величина струму встановлюється $(1-2)$мА. У положенні (в) перемикача Кн1 на цей же зонд можна подавати короткочасні $t = 0,1c$ імпульси напругою $30B$ для формування його контакту. При обертанні дзеркала промінь світла швидко переміщується уздовж зразка, генерує нерівноважні носії заряду, які створюють імпульсний сигнал фото ЕРС, пропорційний їх концентрації у ланцюзі зонда-колектора.

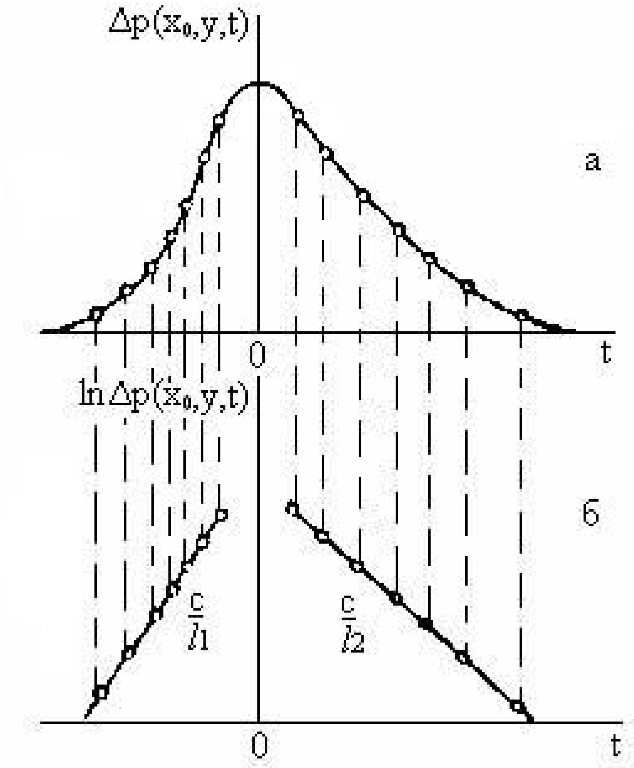


Рис. 2: Осцилограма фото ЕРС в лінійному (а) і напівлогарифмічному (б) масштабі

З опору навантаження $R1$ в колекторному ланцюзі імпульси напруги подаються на осцилограф $C1-68$. В результаті на екрані осцилографа з'являється крива (рис.2,а), що є залежністю концентрації нерівноважних носіїв заряду від часу в точці контакту вимірювального зонда. Несиметрія сигналу відносно початку відліку обумовлена тим, що дифузійні швидкості нерівноважних носіїв заряду направлені в протилежні сторони від світлового променя і в одному випадку співпадають з напрямом руху самої світлової смуги, а в іншому випадку йому протилежні. Тому сталі часу l_1/c і l_2/c, визначені по тангенсу кута нахилу графіка (рис. 2,б), є різними. Залежності вигляду (рис.2,а) знімають для двох зразків різної товщини d. Тоді швидкість поверхневої рекомбінації

$$s = \frac{D}{2}\frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1}\left(\frac{1}{L_{\alpha_1}^2} - \frac{1}{L_{\alpha_2}^2}\right), \tag{7}$$

де $L_\alpha = \sqrt{l_1 l_2}$ знаходяться для двох зразків різної товщини d. У цьому ж експерименті визначається коефіцієнт біполярної дифузії D, як

$$D = \frac{c}{\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2}}\ , \tag{8}$$

де c – швидкість руху променя. Коефіцієнт біполярної дифузії за отриманими експериментальними даними для зразка $n - Ge$ марки ГЕ45г3 становив $D = 80,57\text{см}^2/c$ при швидкості руху світлового променя уздовж поверхні зразка $c = 42,7\text{м/с}$.

Висновки

У роботі розроблена і виготовлена універсальна установка для визначення швидкості поверхневої рекомбінації і коефіцієнта біполярної дифузії в приповерхневих шарах напівпровідникового зразка. Показана можливість врахування цих параметрів при визначенні часу життя і довжини дифузії нерівноважних носіїв заряду. Отримані експериментальні результати дозволяють контролювати міру дефектності приповерхневих шарів напівпровідникових матеріалів, що необхідне при створенні поверхневих структур і багатошарових напівпровідникових пристроїв.

Література

[1] *Надточий В.А., Нечволод Н.К., Голоденко Н.Н.* Изменение времени жизни носителей заряда и проводимости дефектного приповерхностного слоя Ge при термообработках // Физ. и техн. высоких давлений. — 2004. — Т. 4, № 3. — С. 42–48.

[2] *Nadtochiy V., Golodenko N., Nechvolod N.* Microplasticity and electrical properties of subsurface layers of diamond-like semiconductors strained at low temperatures // Functional Materials. — 2003. — V. 10, № 4. — P. 702 — 706.

[3] *Nadtochiy V., Golodenko N., Nechvolod N.*Recombination of non-equilibrium charge carriers injected into Ge through intermediate defective 1ayer // Functional Materials. — 2005. — V. 12, № 4. — P. 45 – 50.

[4] *Смит Р.* Полупроводники/ Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 560с.

УДК 539.3, 539.376

Нечволод М.К., Микита Р.В., Москаль Д.С., Уколов О.І., Калимбет А.З.

[1] *доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики, СДПУ*

[2] *студент 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[3] *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики, СДПУ*

[4] *аспірант фізико-математичного факультету, СДПУ*

[5] *старший викладач кафедри фізики, СДПУ*

e-mail: dsmosk@mail.ru

ВПЛИВ ТЕРМІЧНИХ ЗМІН НА ДИСЛОКАЦІЙНУ СТРУКТУРУ МОНОКРИСТАЛІВ LiF

Встановлено аналітичну залежність щільності дислокацій у монокристалах LiF, як функція часу відпалу, що має експоненціальний вигляд. Попередній відпал зразків LiF приводить до збільшення мінімального числа термоциклів, при якому в кристалах спостерігається генерація нових одиничних дислокацій. Зазначено можливі фізичні механізми явищ, які спостерігаються під час відпалу й наступній термоциклічній обробці.

Ключові слова: *LiF, дислокація, відпал, термоциклічна обробка.*

Вступ

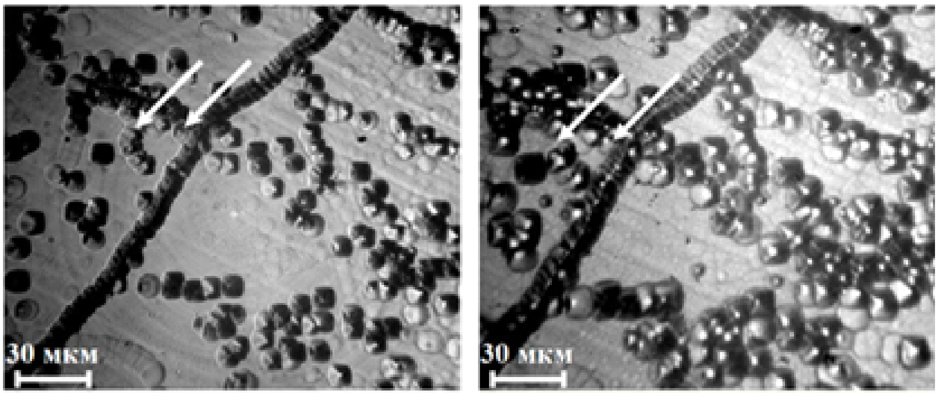
Відомо, що термічні зміни, в тому числі різкі (наприклад термоцикли), можуть значно змінювати дислокаційну структуру монокристалічних матеріалів і відповідно їх фізичні властивості [1-9]. Зокрема авторами даної роботи [1-3], під науковим керівництвом доктора фізико - математичних наук професора Нечволодом М.К., в результаті проведених раніше досліджень, було встановлено, що термоциклічна обробка (ТЦО) призводить до підвищення щільності дислокацій із збільшенням градієнта температури ΔT і експериментально визначена залежність щільності дислокацій від ΔT. Професором Нечволодом М.К. встановлено, що при термоциклах ΔT рівних $50, 100, 150^0 C$, значно підвищуються властивості міцності матеріалів, у тому числі опір повзучості в області дії механізму виснаження дислокацій [2,3].

Проте свідчень про зміну дислокаційної структури в результаті термічної дії обмежені. Зокрема, викликає великий інтерес експериментально з'ясувати залежність зміни щільності дислокацій ρ від часу відпалу $t_{\text{відп}}$ кристалічних матеріалів, а також дослідити залежність мінімального числа термоциклів N_{min} при яких з'являються нові дислокації для заданої величини термоцикла ΔT. З'ясування вказаних залежностей і є метою даної роботи.

Основна частина

Дослідження проводилися на монокристалах LiF. Зразки розміром 4x5x7 мм розколювалися по площинах спайності і потім відпалювали при температурі 600^0C протягом різного часу відпалу $t_{\text{відп}} = 0,5$ год; 10 год; 24 год. Швидкість нагрівання і охолодження до і після відпалу не перевищувала 30 град/год. Як дислокаційний травник використовувався слабкий водний розчин $FeCl_3$ [10], травник Гілмана - Джонстона. Спостереження дислокаційних структур здійснювалися по фігурах травлення за допомогою металографічного мікроскопа МІМ-5, з'єднаного з цифровою фотокамерою OLIMPUS-FE140 з подальшим комп'ютерним аналізом фотознімків. Початкова щільність дислокацій $4,5 \cdot 10^5$ см$^{-2}$. Похибка вимірювання щільності дислокацій не перевищувала 3%.

Подальше термічне циклування зразків, що не відпалювалися і відпалювалися, проводилося при температурному інтервалі циклу $\Delta T = 50^0C$. Обраний температурний інтервал виключає найбільш швидке зростання щільності дислокацій в умовах різкого підсилення температури, що для LiF складає менше $100 \div 150^0C$ [1], як було показано раніше і опубліковано професором Нечволодом М.К. та співробітниками. При вказаній температурі зразки витримувалися в муфельній печі 5 хвилин з подальшим зануренням в танучий лід. Час витримки при 0^0C складало 5 сек. Проміжок часу між закінченням нагріву і початком охолодження складало не більше 3-х секунд. По ямках фігур травлення визначалося мінімальне число циклів N_{min} при якому виникають нові дислокації у вибраному нами температурному режимі термічних циклів ΔT. Температура контролювалася за допомогою двох термопар.



а *б*

Рис. 1: Дислокаційна структура, отримана на зразку LiF хімічним травленням:

а) до відпалу; б) після відпалу $t_{\text{відп}} = 24$ год, стрілками вказані дислокації, що вийшли в результаті відпалу

Спостереження за динамікою дислокаційної структури в результаті відпалу зразків LiF, у вибраних нами інтервалах часу $t_{\text{відп}}$, показали, що щільність дислокацій ρ після такої дії зменшується. Цей ефект особливо проявляється із збільшенням тривалості відпалу, а нові дислокації не виникли (рис.1).

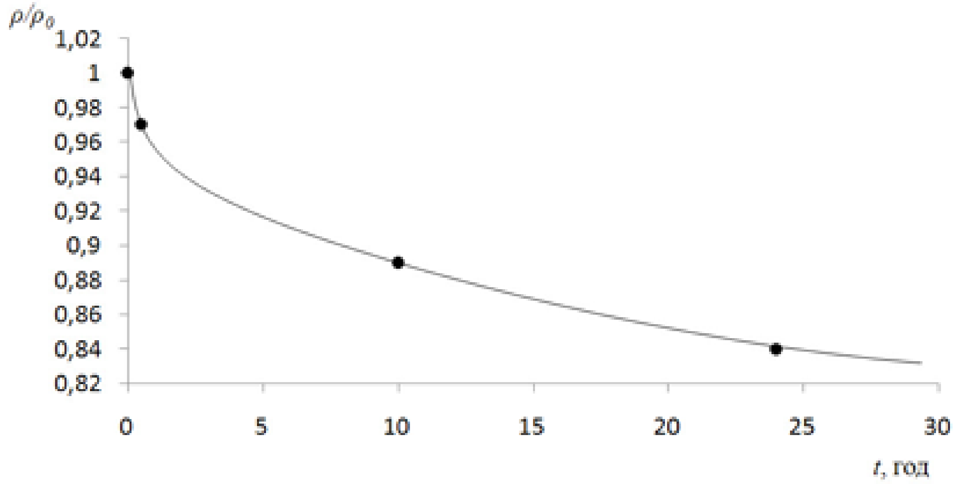


Рис. 2: Залежність відносної щільності дислокацій від часу відпалу зразків LiF.

На рис. 2 представлений графік залежності відносної щільності дислокацій ρ/ρ_0 (де ρ_0 – початкова щільність дислокацій до відпалу) від часу відпалу $t_{\text{відп}}$.

Аналіз отриманої експериментальної залежності дозволяє зробити висновок, який підтверджується комп'ютерним моделюванням, що відносна щільність дислокацій при різних інтервалах часу відпалу зменшується по експоненціальному закону, рівняння (1):

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\alpha t_{\text{відп}}} \tag{1}$$

де α – коефіцієнт очевидно, залежний від початкової структури матеріалу і інших параметрів кристалічної решітки.

Значення цього коефіцієнта, на нашу думку, можна визначити з рівняння (1) шляхом побудови логарифмічної залежності, відповідно до показаної залежності (2):

$$\ln\frac{\rho}{\rho_0} = -\alpha t_{\text{відп}} \tag{2}$$

тут α – тангенс кута φ нахилу прямої в координатах $\ln\rho/\rho_0$, як функція від часу $t_{\text{відп}}$.

З графіка отриманого за експериментальними даними (рис. 3) для монокристалів LiF була встановлена величина коефіцієнта α рівна $0,39$ год$^{-1}$.

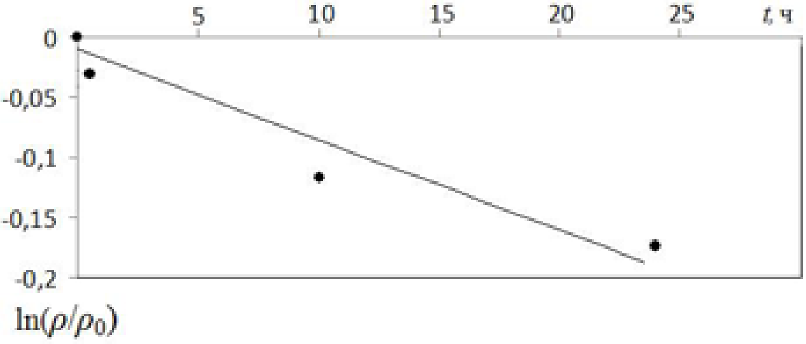
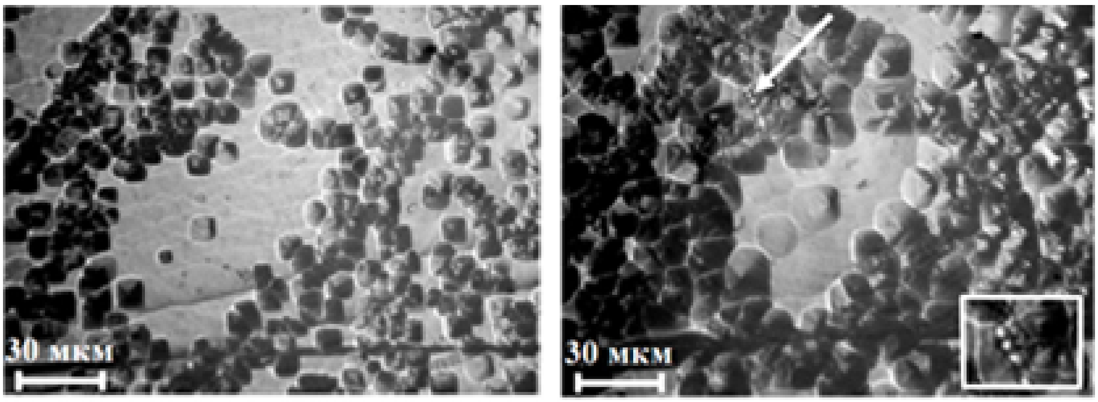


Рис. 3: Залежність логарифма відносної щільності дислокацій від часу відпалу. По тангенсу кута нахилу φ визначається величина коефіцієнта α



а *б*

Рис. 4: Дислокаційна структура, отримана на зразку LiF хімічним травленням (стрілкою вказано появу нових дислокацій):

а) без відпалу; б) та ж поверхня після ТЦО ($N_{min} = 4$) у правому нижньому кутку збільшений фрагмент з новими дислокаціями

На рис. 4 представлені результати структурних досліджень не відпалених зразків LiF, підданих термічній дії.

З порівняння початкової структури зразків (рис. 4, а) і структур отриманих після кожного термічного циклу при $\Delta T = 50^0 C$ нами встановлено, що нові дислокації генеруються протягом четвертого термоциклу (рис. 4,б). Отже в даному випадку $N_{min} = 4$.

В результаті аналізу дислокаційних структур (рис. 5), проведеного після ТЦО для зразків, відпалених протягом $t_{\text{відп}} = 0,5$ год; 10 год; 24 год, з'ясовано, що мінімальне число циклів, при яких виникають нові одиничні дислокації, відповідно дорівнює: $N_{min} = 4; 6; 8$.

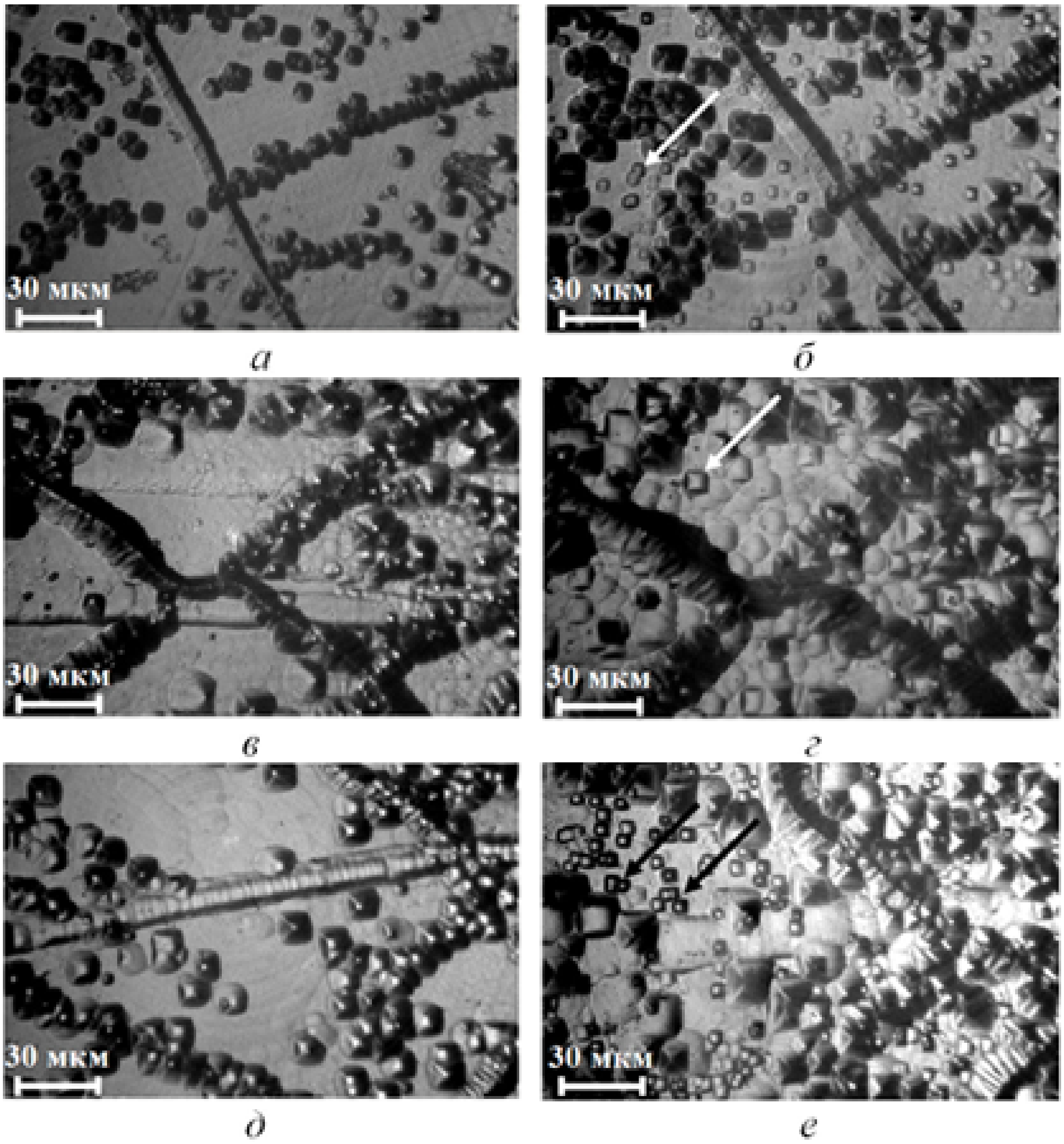


Рис. 5: Дислокаційна структура, отримана на зразку LiF хімічним травленням (стрілками вказана поява нових одиничних дислокацій):

а) після відпалу протягом $0,5$ год;
б) після відпалу протягом $0,5$ год і подальшому ТЦО $(N_{min} = 4)$;
в) після відпалу протягом 10 год;
г) після відпалу протягом 10 год і подальшому ТЦО $(N_{min} = 6)$;
д) після відпалу протягом 24 год;
е) після відпалу протягом 24 год і подальшому ТЦО $(N_{min} = 8)$.

За отриманими експериментальними даними, нами побудована залежність $N_{min} = f\,(t_{\text{відп}})$ (рис. 6). Звідси можна зробити висновок, що збільшення часу відпалу приводить до збільшення числа термоциклів N_{min} при яких починають виникати нові дислокації.

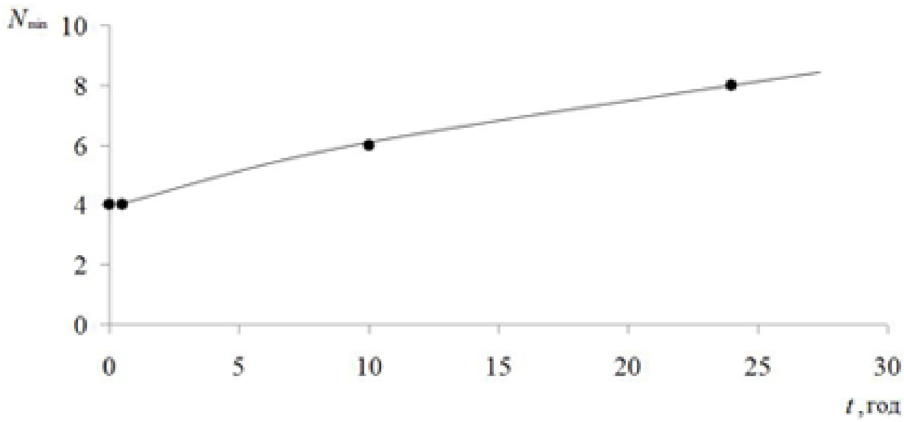


Рис. 6: Мінімальне число термоциклів, при якому з'являються нові одиничні дислокації як функція від часу попереднього відпалу зразків LiF.

На даний час, в результаті опублікованих досліджень професора Нечволода М.К., професора Надточія В.О., професора Тихонова Л.В., японського професора Тошинорі Таіши, кандидата фіз.- мат наук Москаля Д.С. та інших, відомо [1 - 4, 6 - 8, 10 - 13], що фізичні властивості кристалічних матеріалів залежать не лише від щільності дислокацій, але і від характеру їх розподілу в області кристала. Істотну роль грає і те, що дислокації в кристалі взаємодіють з точковими дефектами (наприклад з атомами домішок). Природно, що поведінка ансамблю дислокацій при різних фізичних діях (електричних, механічних, теплових і тому подібне) багато в чому визначається динамічними властивостями окремих дислокацій [6, 7].

Дислокації не є термодинамічно рівноважними дефектами. При високотемпературному відпалі кристала в ньому протікають процеси, з одного боку, призводять до більш рівноважного розподілу дислокацій в кристалі (у тому числі через те, що дислокації є стоками точкових дефектів). З іншого боку, високотемпературний відпал призводить до зменшення щільності дефектів дислокаційного типу, що в основному пов'язане з анігіляцією дислокацій різного знаку і з виходом дислокацій на вільні поверхні кристала.

Існування спектру розподілу дислокацій по енергіях активації [3] багато в чому визначає динаміку структурних змін кристалічної решітки. Дислокації, що мають нижчу стартову енергію активації, включаються в цей процес першими. Збільшення часу відпалу призводить до ініціалізації процесів структурної перебудови, у тому числі і за рахунок зменшення щільності дислокацій з вищою стартовою енергією активації. Очевидно, цими процесами в основному і пояснюється закономірність, яку ми спостерігаємо, зменшення щільності дислокацій при збільшенні часу відпалу.

Наслідком вказаних фізичних механізмів відпалу, мабуть, є і більш вищі властивості міцності відпалених кристалів. Зокрема, в процесі відпалу в першу чергу, очевидно, зменшується щільність легко рухомих дислокацій, які відповідають за зародження і розмноження нових дислокацій при нижчій термічній напрузі в процесі ТЦО. Як свідчать результати наших досліджень кількість термоциклів при якій відбувається поява нових дислокацій максимальна (N_{min}) у зразків з найменшою щільністю дислокацій, отриманою при тривалішому попередньому відпалені ($t_{\text{відп}} = 24$ год, див. рис. 4 і рис. 5).

Очевидно це можна пояснити і тим, що для активації джерел нових дислокацій в зразках, що заздалегідь відпалюють, потрібна велика енергія термічної дії. Тому щільність нових дислокацій, що з'явилися при N_{min} , більше в зразках підданих тривалішому попередньому відпалу (див. рис. 4 і рис. 5). З робіт, зокрема Тихонова Л.В. Харькової Г.В., Нечволода М.К., Надточія В.О., Москаля Д.С. та інших, відомо [6, 7], що при ТЦО в кристалах виникають температурні градієнти, що приводять до періодично знакозмінної напруги, амплітуда якої, як правило, максимальна поблизу вільної поверхні кристала. У зразках, що відпалюються, значно менше щільність поверхневих джерел дефектів, у тому числі дислокацій і вакансій. Отже, в зразках, що відпалюють, знижується ефективність роботи так званого «дифузійно-вакансіонного насоса» [12,13], модель якого запропонована професором Альохіним Валентином Павловичем, місто Москва.

Висновки

Вказані фізичні механізми і лежать в основі одержаних нами результатів досліджень по впливу термічних змін на дислокаційну структуру кристалічних матеріалів. Можна зробити висновки.

1. У дослідженнях проведених нами на монокристалах LiF встановлена аналітична залежність щільності дислокацій як функція часу відпалу, що має експоненціальний вигляд.

2. Попередній відпал зразків LiF призводить до збільшення мінімального числа термоциклів, при якому в кристалах спостерігається генерація нових одиничних дислокацій.

3. Вказані можливі фізичні механізми явищ, які спостерігаються при відпалі і подальшій термоциклічній обробці.

4. Практична важливість проведених досліджень поведінки дефектів в кристалах при термічних циклах визначаться також тим, що в подібних умовах працюють деталі сучасних машин і механізмів, зокрема (лопатки авіаційних газотурбінних двигунів, валки станів гарячої прокатки, штампи і т п.). Отримані результати необхідно враховувати при розробці технологій виготов-

лення напівпровідникових приладів - основи сучасної електронної техніки.

Література

[1] *Нечволод Н.К., Надточий В.А.* Дислокационная структура монокристаллов LiF в условиях резких термических изменений // Укр. физ. журн. – 1969. – Т. 5, № 6. – С. 1046–1049.

[2] *Нечволод Н.К., Белошапка А.Я., Белошапка В.Я., Романуша В.С., Шкуратов Б.Е.* Влияние термоциклирования на ступенчатую ползучесть монокристаллов LiF при 300 К в области действия механизма истощения дислокаций // Укр. физ. журн. – 1976. – Т. 21, № 12. – С. 2052–2054.

[3] *Нечволод Н.К.* Ползучесть кристаллических тел при низких температурах : Навч. посібник. - К.:Вища шк., 1990. – 180с.

[4] *Буравлева М.Г., Сойфер Л.М.* Зарождение дислокаций в примесных монокристаллах LiF // Укр. физ. журн. – 1976. – Т. 21, № 11. – С. 1832–1837.

[5] *Клявин О.В., Никифоров А.В., Николаев В.И., Шпейзман В.В.* Пластические свойства и дефектная структура слоистых монокристаллов LiF-LiF: Mg при Т=4,2 К// Физика твердого тела.–2007.–Т.49, №2.–С.258-261.

[6] *Тихонов Л.В., Харькова Г.В.* Влияние термоциклической обработки и стационарного отжига на дислокационную структуру германиевого монокристалла // Укр. физ. журн. – 1970. – Т. 15, № 10. – С. 1686–1691.

[7] *Тихонов Л.В., Харькова Г.В.* Динамика дислокационной структуры в условиях нестационарного температурного поля // Укр. физ. журн. – 1977. – Т. 22, № 1. – С. 1–26.

[8] *Gurarie V.N.* Thermal shock-induced fracture of ion-implanted LiF crystals // J. Mater. Res. – 1990. – Vol. 5, № 1. – P. 1257–1265

[9] *Taishi Toshinori, Xinming Huang, Tiefeng Wang, Ichiro Yonenaga, Keigo Hoshikawa* Behavior of dislocations due to thermal shock in B-doped Si seed in Czochralski Si crystal growth // Journal of Crystal Growth. – 2002. – Vol. 241, Issue 1. – P. 277–282

[10] *Джонстон В., Гилман Дж.* Скорость передвижения, плотность дислокаций и пластическая деформация кристаллов фтористого лития // Успехи физических наук. – 1960. – Т. LXX, № 3. – С. 479–512.

[11] *Малик А.К., Неклюдов И.М.* Подвижность дислокаций в кристаллах LiF, облученных высокоэнергетическими электронами // Вопросы атомной науки и техники. – 2003. – Т. 83, № 3. – С. 44–46.

[12] *Надточій В.О., Голоденко М.М., Нечволод М.К., Жихарев І.В., Періг О.В.* Рух дислокацій у напівпровідниках, спричинений градієнтом напружень // Фізика і хімія твердого тіла. – 2003. – Т. 4, № 1. – С. 76–79.

[13] *Алёхин В.П.* Физика прочности и пластичности поверхносных слоёв материалов: Науч. пособие. – М.: Наука, 1983. – 280с.

УДК 577.32

Грунская М.В., Костиков А.П.

[1] *студентка 5 курса физико-математического факультета, СГПУ*

[2] *доцент кафедри физики, СГПУ*

e-mail: maksim.kampo@mail.ru, ap_kostikov@mail.ru

КООПЕРАТИВНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОЛЕКУЛЕ АЛЬФА-СПИРАЛЬНОГО БЕЛКА.

Механизмы процессов сворачивания белков в оптимальную структуру – одна из самых сложных проблем современной биофизики. Один из элементов предполагаемых механизмов – кооперативные процессы, т.е. процессы в которые вовлечены одновременно несколько молекулярных групп. В данной работе стояла задача в рамках метода молекулярной динамики найти способы наблюдения кооперативных процессов в молекуле, а также исследовать влияние на них различных воздействий и особенностей первичной структуры молекулы. В результате для молекулы, состоящей из четырех альфа-спиралей удалось показать, что взаимодействия спиральных участков носят характер кооперативных взаимодействий и могут зависеть от молекулярных групп, отстоящих от этих участков на большие расстояния.

Ключевые слова: *молекулярная динамика, белки, кооперативные процессы.*

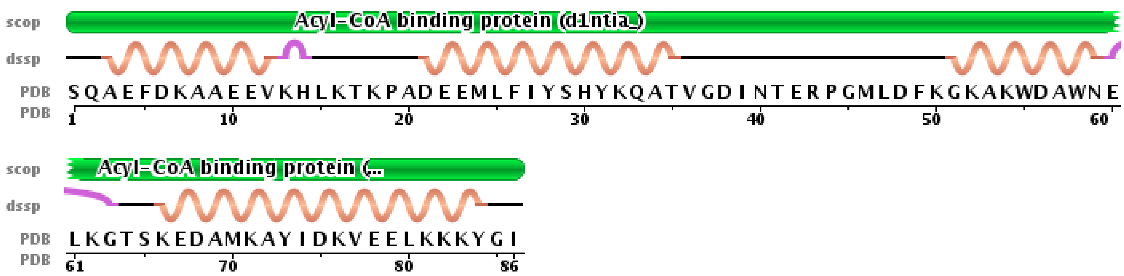
Сворачивание белков – один из фундаментальных процессов в живых организмах. Хорошо известно, что аминокислотные последовательности и процессы сворачивания белков оптимизированы во всех организмах, однако природа этих механизмов остается неизвестной, хотя некоторые успехи в понимании таких процессов имеются.

В частности, есть понимание, что должны существовать механизмы, ускоряющие поиск оптимальной структуры. Один из элементов таких предполагаемых механизмов – кооперативные процессы, т.е. процессы в которые вовлечены одновременно несколько молекулярных групп. Идея о кооперативности процесса самосборки белка в той или иной степени разрабатывалась многими авторами /1-3/. В частности, Дилл /2/ обратил внимание на то, что в существующих моделях кооперативность носит локальный характер. В самом деле, если интересоваться только такими упорядоченными участками белковой цепи как спирали, то каждые четыре соседних в аминокислотной последовательности аминокислотных остатка быстро находят конформацию спирали, стабилизированной водородными связями.

Локальность поиска оптимальной конформации означает локальность относительно первичной структуры (участвуют только соседние в цепи аминокислоты). Однако кроме локальной кооперативности следует учитывать и возможные нелокальные взаимодействия. Именно они могут приводить к появлению различных форм третичной структуры.

В нашей работе стояла задача в рамках метода молекулярной динамики найти способы наблюдения кооперативных процессов, а также попытаться выяснить, как зависят кооперативные процессы от различных воздействий на молекулу и от особенностей ее первичной структуры.

В качестве исследуемой молекулы мы выбрали молекулу, состоящую из четырех альфа-спиралей, образующих компактный «пучек», код белка в базе данных белков – 1NTI. Белок 1NTI состоит из 86 аминокислотных остатков, 1391 атома, молекулярный вес–9932 Дальтон. Его аминокислотная последовательность в виде однобуквенных кодов представлена ниже.



Для исследований использовался либо белок 1NTI (рис.1), либо его мутанты, т.е. производные белка, в которых исходные аминокислотные остатки мы заменяли на остатки других аминокислот. Как правило, при мутациях мы заменяли нативные (исходные, естественные) остатки на остаток аланина. Эта процедура отражалась в названиях мутантов-белков. Например, название P44A означает, что 44-й остаток P (proline)-пролин заменен на остаток A (alanine)-аланин.

Молекулярно-динамическое моделирование (МДМ) выполняли с помощью программы NAMD /4/. Для воздействий на белок, приводящих к нарушениям его пространственной структуры, использовали как повышение температуры образца, так и методы механического воздействия на молекулы - управляемую молекулярную динамику (УМД). Процедура подготовки молекулы к моделированию (симуляции) динамики проводилась по нашей стандартной методике /6/, которая состояла из следующих обязательных процедур: растворение в воде, приведение в равновесие системы белок-вода при нормальных условиях (температуре и давлении). Процедуры УМД были аналогичны процедурам, разработанным ранее /7/.

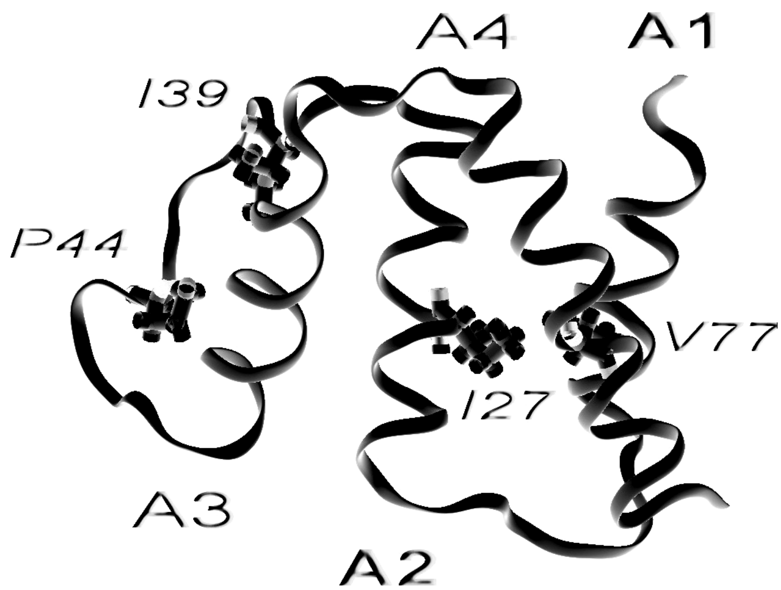


Рис. 1: Пространственная структура молекулы белка 1NTI. Основная часть молекулы показана в виде сплошной ленты, 4 альфа-спирали обозначены A1, A2, A3, A4. Аминокислотные остатки ILE27 (I27), ILE39 (I39), PRO44 (P44), VAL77 (V77) показаны в виде набора связей. Указанные остатки в молекулах-мутантах заменяли на ALA. Рисунок получен с помощью программы VMD /5/.

Поскольку нашей главной задачей было не только обнаружение, но и последующее исследование кооперативных процессов в молекуле белка, мы исследовали белок 1NTI и его мутанты всеми доступными нам методами. После анализа результатов, полученных методом увеличения температуры, мы пришли к выводу, что наблюдение кооперативных процессов при этом возможно, однако такие процессы существенно маскируются большими флуктуациями структуры молекулы.

При использовании метода УМД наиболее отчетливые результаты были получены при растягивании молекулы с постоянной скоростью. На рис.2 показаны результаты растяжения с постоянной скоростью 0,5 Ангстрем/пс для молекулы 1NTI.

На нем отображены расстояния между спиральными участками в парах: A1-A2 (верхний левый), A1-A4 (верхний правый), A2-A3 (нижний левый), A2-A4 (нижний правый).

Из рисунка видно, что в течение первых 100 пс все измеряемые расстояния были неизменны и составляли около 10 Ангстрем, т.е. растяжение молекулы не касалось взаимодействий между ее спиральными участками. В диапазоне времени 100-300 пс расстояние A2-A3 оставалось неизменным, остальные – увеличивались. В диапазоне 300-500 пс расстояние A2-A3 начало увеличиваться, при этом расстояние A1-A2 перестало изменяться, составляло 60 Ангстрем и оставалось неизменным до 500-й пикосекунды. После 500 пс все расстояния увеличивались практически синхронно. Таким образом, наиболее интересным является диапазон от 100 до 500 пс. В этом диапазоне кооперативный характер связей между спиральными участками А1-А2 и А2-А3 проявлялся очень четко.

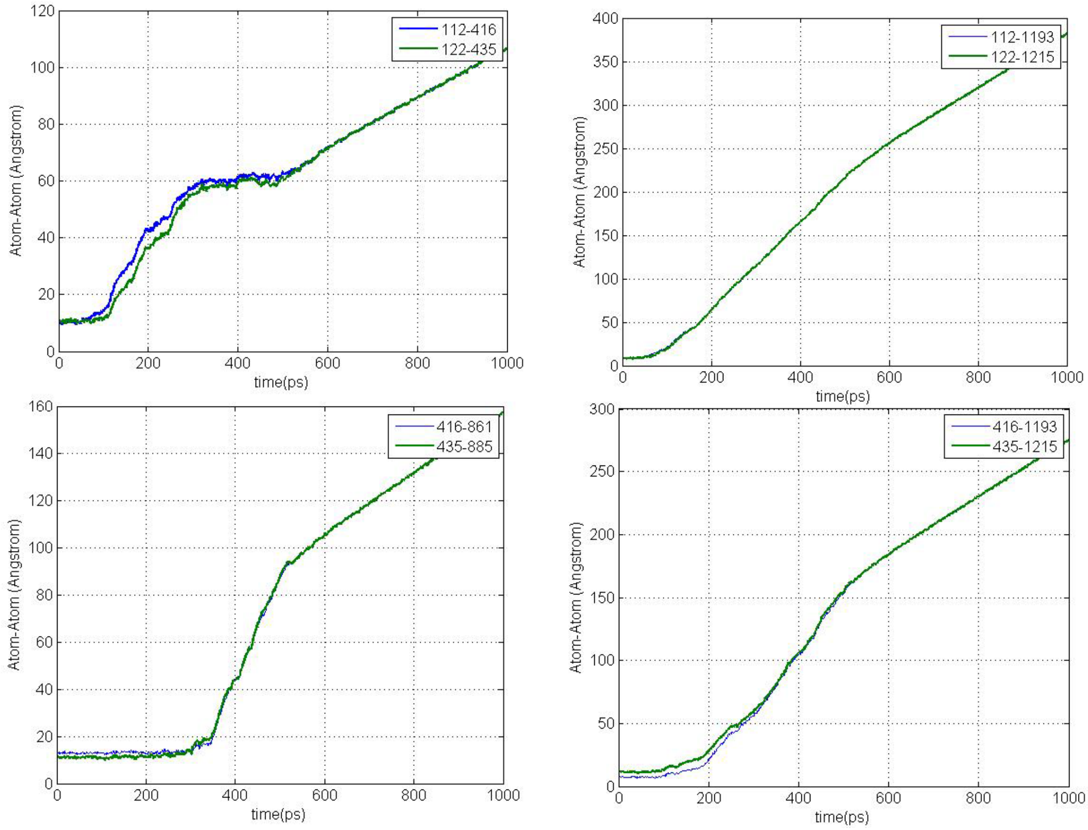


Рис. 2: Зависимости от времени расстояний между спиральными участками молекулы 1NTI при растяжении молекулы с постоянной скоростью 0,5 Ангстрем/пс при 300K.// Верхний левый рисунок – расстояние между спиралями А1 и А2.// Верхний правый рисунок – расстояние между спиралями А1 и А4.// Нижний левый рисунок – расстояние между спиралями А2 и А3.//

Весьма заметное влияние на характер зависимостей расстояний А1-А2, А2-А3, А2-А4 произвела мутация I39A (рис.3). Из рисунка видно, что расстояние А2-А3 в этом случае оставалось неизменным и равным 10 Ангстрем в течение 700 пс, при этом расстояние А1-А2 увеличивалось по почти линейному закону до 60 Ангстрем. Заметно изменился и характер зависимости для расстояния А2-А4, оно практически не изменялось вплоть до300 пс, это свидетельствует о том, что силы взаимодействия между этими двумя спиралями стали больше, чем для исходного белка 1NTI (рис.2).

Большое влияние мутации I39A, которая произошла в периферийной области белка (рис.1), представляет особый интерес, поскольку с одной стороны мутация происходила на периферии молекулы, с другой стороны эта мутация приводила к существенному влиянию на стабильность удаленных от нее частей белка (A1-A2, A2-A4).

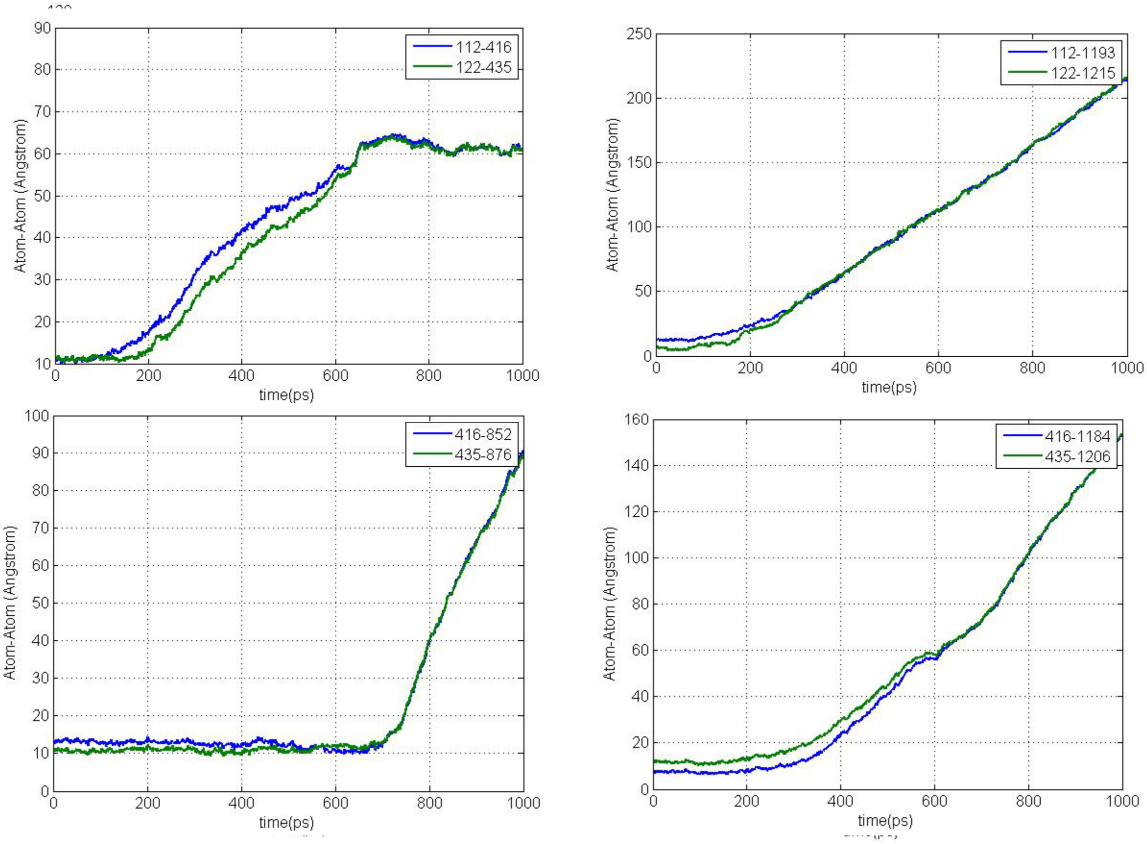


Рис. 3: Зависимости от времени расстояний между спиральными участками молекулы I39A. Остальное, как на рис.2.

Это означает, что кооперативные взаимодействия в одной части белка могут зависеть от другой, удаленной части белка. Причины такого влияния следует выяснять в последующих работах.

Таким образом, мы установили следующее.

Мутации в неструктурированной области могут влиять на образование кооперативной структуры. Две мутации (I39A и P44A) в области петли в периферийной части белка между спиралью-2 и спиралью-3 влияли на внутримолекулярный комплекс спирали -2, -3 и -4. В частности интересно, что при мутации I39A можно наблюдать не только влияние на сегменты спирали-3, но и на сегменты спирали-2 и спирали-4. Очень сильным указанием на кооперативный эффект было наблюдение, что уменьшение стабильности сегментов спирали-3 передавалось на две спирали (2- и 4-), которые взаимодействуют с другими областями белка, но не взаимодействуют с областью I39A. В противоположность другим мутациям в петле, мутация P44A благоприятствовала образованию внутримолекулярных взаимодействий между сегментами спиралей-2, -3 и -4. Эта мутация не приводила к дальнодействующим взаимодействиям в нативном состоянии. Происхождение стабилизирующего влияния возможно связано с увеличением подвижности пептидной цепочки при такой мутации, что позволяло усилить взаимодействия между петлей и спиралью-3, что в свою очередь кооперативно стабилизировало промежуточные взаимодействия между двумя соседними сегментами спиралей -2 и -4.

Влияние мутаций в области спиралей иллюстрируется на примере влияния мутации V77A в сегменте спирали-4 на сегмент спирали-2, и обратный эффект мутации I27A в сегменте спирали-2 на остатки в сегменте спирали-4. Это наблюдение ясно демонстрирует, что эти две мутации в сегментах спирали-2 и спирали-4 обе сдвигают кооперативное равновесие в сторону ослабления процесса образования структуры.

Литература

[1] *Dill K.A., Fiebig, K.M., Chan H.S.* Cooperativity in protein-folding kinetics.// Proc. Natl. Acad. Sci. USA – 1993 – 90. 1942-1946.

[2] *Zhou Y. and Karplus M.* Interpreting the folding kinetics of helical proteins. // Nature – 1999 – 401(6751). p.400-403 .

[3] *Bruun, S.W., Iesmantavicius, V., Danielsson, J., Poulsen, F.M.* Cooperative formation of native-like tertiary contacts in the ensaemble of unfolded states of a four-helix protein.// Proc. Natl. Acad. Sci. USA —2010— 107. 13306-13311.

[4] *Kale L., Skee R., Bhandarkar M., Brunner R., Gursoy A., Krawetz N., Phillips J., Shinozaki A., Varadarajan K., and Schulten K.* NAMD2: Greater scalability for parallel molecular dynamics.//J. Comp. Phys., —1999— 151, 283-312.

[5] *Humphrey W., Dalke A., Schulten K.* VMD - Visual Molecular Dynamics. //J.Molec.Graphics. – 1996 – 14.1. 33-38.

[6] *Костиков А.П.* Применение метода молекулярного динамического моделирования в биофизике. // Сборник «Пошуки і знахідки», – 2004 – Выпуск 3, Славянск, СГПУ, стр. 7-9.

[7] *Костиков А.П., Медведева И.В.* Исследование разворачивания белков при механических возмущениях. // Сборник «Пошуки і знахідки», – 2009 – Выпуск 9, том 4, Славянск, СГПУ, стр. 112-117.

ІНФОРМАТИКА
ТА МЕТОДИКА ЇЇ ВИКЛАДАННЯ

УДК 004(07)

Стеценко В.П., Стеценко Н.М.

[1] *к.п.н., доцент кафедри інформатики та ІКТ навчання, Уманський ДПУ*

[2] *к.п.н., доцент кафедри інформатики та ІКТ навчання, Уманський ДПУ*

e-mail: stecenkovp@meta.ua

ВИКОРИСТАННЯ ПЕРСОНАЛЬНОГО САЙТУ ВИКЛАДАЧА В ПІДГОТОВЦІ ФАХІВЦІВ (на прикладі сайту http://pedagogika.at.ua/)

В статті висвітлюються можливості використання персонального сайту викладача для ефективної організації наукової, навчально-пізнавальної та виховної роботи зі студентами.

The article highlights the use of the personal website of a teacher for effective organization of scientific, educational, cognitive and educational work with students.

Наближення до європейських стандартів в Україні протягом останнього десятиліття спостерігається практично в усіх сферах життя.

Інформаційні ресурси та міжнародний розподіл праці стають невід'ємними складовими світової економіки і основою персонального та професійного успіху будь-якої людини залишається освіта. Розвиток країни – її економічні та соціальні досягнення, якість життя людей, місце в світовій спільноті, безпеку визначають рівень і якість освіти. Питання розвитку освіти в Україні знаходиться в центрі суспільної уваги.

Мета вищої освіти сьогодні – це підготовка фахівців, здатних забезпечити перехід від індустріального до інформаційно-технологічного суспільства через новаторство у навчанні, вихованні та науково-методичній роботі. У зв'язку з європейською інтеграцією України загалом та входженням України до Європейського освітнього і наукового простору, велика увага приділяється якості освіти, універсальності підготовки випускника та його адаптованості до ринку праці, на особистісній орієнтації навчального процесу, інформатизації освіти, визначальній важливості освіти, що забезпечує сталий людський розвиток [2, с.241].

Відомо, що на сучасному етапі вплив освіти на працевлаштування та життєвий рівень кожної людини став набагато вищим, ніж кілька років тому.

Відповідно, вимоги до освітнього рівня фахівців змінюються: окрім постійного оновлення базових знань, сучасний фахівець повинен уміти ефективно використовувати в своїй діяльності найновіші досягнення науки та техніки, використовувати персональний комп'ютер та інформаційні ресурси. Значна увага приділяється використанню можливостей нових інформаційних та телекомунікаційних технологій, які піднімають освіту на новий рівень, забезпечують вільний доступ до освітніх ресурсів широкому загалу населення незалежно від місця проживання. Мережні технології Інтернет є вирішальним чинником у розвитку дистанційних форм і методів навчання та інформатизації системи освіти України в цілому [4].

Приєднання України до Болонського процесу дало поштовх до удосконалення та модернізації системи вищої освіти. Починаючи з 2004 року в систему вищої освіти України поступово впроваджується нова система організації навчального процесу, основною характеристикою якої є зменшення аудиторного навантаження і збільшення контрольованої самостійної роботи студентів. Оскільки однією з основних функцій сучасної вищої освіти стає навчання студентів умінню здобувати знання самостійно, то останніми роками особливого значення набувають методи і засоби навчання, засновані на індивідуальному підході до кожного студента і стимулюванні його пізнавальної активності [5].

Концепція інформатизації навчального процесу, яка грунтується на органічному поєднанні традиційних і новітніх засобів навчання, передбачає поетапне, поступове впровадження у навчальний процес ІКТ, раціональне поєднання традиційних методів та засобів навчання, з сучасними інформаційними технологіями, що зрештою веде до поліпшення результатів навчання [3].

Перехід до нових комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання, створення умов для їх розробки, апробації та використання, раціональне поєднання нових інформаційних технологій навчання з традиційними – це складна педагогічна задача, яка потребує вирішення цілого комплексу психолого-педагогічних, організаційних, навчально-методичних, матеріально-технічних та інших проблем.

Основними серед цих проблем науковці називають:
– розробку науково-методичного забезпечення для вирішення завдань інформатизації навчально-виховного процесу;
– підготовку педагогічних кадрів до використання в навчальному процесі засобів сучасних інформаційно-комунікаційних технологій;
– підготовку учнів та студентів до використання сучасних засобів навчально-пізнавальної діяльності;
– низьку ефективність викоритання матеріально-технічного та науково-мето-

дичного забезпечення навчальних закладів у зв'язку з їх застарілою базою;
– розробку методик використання сучасних інформаційних технологій навчання для підтримки вивчення більшості навчальних предметів [3].

Очевидно, що персональний сайт викладача, розміщений в глобальних мережах, мабуть, найбільш зручний інструмент для подання будь-яких інформаційних продуктів діяльності. На відміну від паперових носіїв, які можуть представити лише текст і зображення, сайт дає змогу подати навчальний матеріал в мультимедійних формах. І чим би не займалася людина, представити свою творчість або себе самого в будь-якому електронному форматі є досить простою справою. Тому сьогодні в мережі можна виявити численні персональні сайти людей, що займаються в різних галузях суспільної діяльності..

Використання персонального сайту викладача, таким чином, може допомогти у вирішенні наступних завдань:

1. *Пошук і добір матеріалів, необхідних для організації навчального процесу.* Посилання на електронні бібліотеки і журнали, надання різних довідкових матеріалів, що знаходяться в мережі Інтернет, дають змогу майбутнім вчителям ефективніше готуватися до занять. Такі відомості можуть бути значно ширшими, об'ємнішими, «всеохоплюючими» і дозволяють застосовувати активніші, сучасніші способи пошуку, сприйняття, опрацювання, використання і зберігання даних.

2. *Формування насиченого мультимедійно середовища, в якому використовуються різні способи подання навчального матеріалу - текстового, візуального, аудіо- і відеоматеріалу.* Це дає змогу інтенсифікувати навчальний процес і готувати студента до майбутньої роботи у відповідному професійному середовищі, в якому посилюються тенденції до конвергенції сенсорних каналів сприйняття інформації.

3. *Створення електронних навчально-методичних матеріалів.* Видання навчальної літератури в традиційній формі не завжди є кращим виходом з ситуації, оскільки пов'язане з високою вартістю публікації, затратою часу на організаційні моменти тощо. Створення навчально-методичного комплексу в Інтернеті може бути безкоштовним. Важливо, що викладач має можливість оперативно знайомити студентів з новою інформацією, регулярно вносити необхідні корективи до навчально-методичних матеріалів.

4. *Підвищення викладацької кваліфікації.* Це здійснюється завдяки можливості отримання через Інтернет інформації про сучасні досягнення наукових досліджень у відповідних галузях науки, про нові методичні розробки в країнах СНД і далекого зарубіжжя, а також завдяки можливості спілкуватися з колегами засобами електронної пошти, через гостьові книги, повідом-

лення на форумах, додавання коментарів.

5. *Навчально-виховний потенціал.* Студенти мають можливість працювати з освітнім сайтом відповідної тематики не тільки в комп'ютерних класах, але і вдома, в Інтернет-кафе. Все це сприяє підвищенню культури використання Інтернет-технологій у студентів, дозволяє їм спілкуватися, обмінюватися думками, навчальними наробками, вирішувати проблеми не тільки навчального, а й виховного характеру.

Персональний сайт викладача, на наш погляд, можна назвати одним з найбільш ефективних інструментів, що дає змогу студентові самостійно отримувати необхідні знання. Проте його необхідно періодично поповнювати новою інформацією, оновлювати навчально-методичні матеріали з врахуванням змін у навчальних планах, програмах, піднімати актуальні проблеми в тій чи іншій галузі знань. Відомості, подані на сайті, з часом стають не актуальними, тому потрібно регулярно додавати новини в освіті і науці, нові навчальні посібники, поповнювати фотогалерею, змінювати теми для опитування, розвивати форум.

Для прикладу можна розглянути сайт `http://pedagogika.at.ua/`, на головній сторінці якого подана коротка анотація сайту та його структура.

Сайт має такі розділи, як: навчально-методичні матеріали, каталог статей, каталог освітніх сайтів, освітні відеоресурси, форум, фотоальбом та гостьову книгу.

Навчально-методичні матеріали представлені комплексами дисциплін, які викладаються автором сайту. Комплекс містить: навчальні програми, презентації лекцій, плани семінарських та практичних занять, завдання для самостійної та індивідуальної роботи, тематику мікродосліджень та курсових робіт, питання для контролю і самоконтролю, положення та методичні рекомендації до проходження педагогічної практики, критерії оцінювання різних видів діяльності. Кількість завантажених матеріалів складає більше 100 одиниць.

Каталог сайтів містить посилання на різні освітні сайти, насамперед, це сайт МОНМС України та сайт «Освітній портал». В каталозі можна знайти сайти, які містять практичні поради учителям та студентам; персональні сайти вчителів-предметників; сайти шкіл; сайти, де представлені розробки уроків та виховних заходів. Студент не витрачає багато часу на пошуки необхідного матеріалу, оскільки все зосереджено і систематизовано в одному місці.

Наповнення каталогу статей, в основному, здійснюється самими студентами, де вони розміщують розробки уроків, виховних заходів, конкурсів, бесід, лекцій тощо. Важливим є те, що студенти самі несуть відповідальність за зміст розміщуваного матеріалу. Якщо студент розмістив неякісний матеріал, інші студенти вказують на помилки, а інколи і на грубий плагіат. Це стимулює інших студентів більш відповідально ставитися до підбору відповідного матеріалу, творчо підходити до створення власних наробок. Разом з тим, в каталозі статей свої власні напрацювання розміщують учителі шкіл, які прагнуть поділитися досвідом навчання та виховання підростаючого покоління з майбутніми колегами.

У розділі «Нормативні документи» викладені різні положення, інструкції і розпорядження, що стосуються навчального процесу.

Освітні відеоресурси представлені фрагментами педагогічних ситуацій та екпериментами психолога В.Мухіної, які дозволяють виробити у студентів уявлення про внутрішній світ людини, закономірні процеси її розвитку. Цей розділ, на відміну від інших, є новим і містить невелику кількість матеріалів, які з часом будуть доповнюватись.

У розділі «Фотоальбом» студенти розміщують фотографії, на яких відображені події студентського життя: звіти з факультетських свят, екскурсії, походи тощо.

В «Гостьовій книзі» за рік залишено більше 100 записів. Очевидно, що сайт цікавить не лише студентів вузу, а й інших працівників освіти, які прагнуть обмінятися досвідом, залишити відгук про сайт. По можливості зауваження та пропозиції «Гостьової книги» враховуються, якщо вони відповідають тематиці сайту та переслідують навчально-виховну мету.

Ефективним засобом спілкування на сайті є форум, використання якого дає змогу організувати різні види навчально-пізнавальної та виховної діяльності студентів.

Форум містить 5 розділів: «Педагогічні новини та цікаві факти», «Навчання», «Школа молодого вчителя», «Спілкування на різні теми», «Наш форум». Кожен розділ має підрозділи, в яких розміщені теми для спілкування.

Розглянемо ці розділи детальніше:

1. *Педагогічні новини та цікаві факти.* Розділ містить три підрозділи, які створені адміністратором сайту: в розділі «Новини освіти» розміщено матеріали, які стосуються модернізації системи освіти в Україні, подається інформація про накази МОНМС України, конференції, семінари, обговорюється якість освіти; в розділі «Статті з питань освіти» відбувається обговорення педагогічної преси та «Цікаві педагогічні факти», де розміщені цікаві історії з життя відомих педагогів, науковців. Матеріал підбирають, в основному, студенти.

2. *Навчання.* В цьому розділі фактично здійснюється організація Інтернет-навчання. Під керівництвом модераторів, з числа студентів, проводяться різні види занять для різних курсів і з різних дисциплін як відкритого, так і закритого характеру.

Найчастіше проводяться віртуальні семінари, які відрізняються від традиційних тим, що учасники розділені в часі і в просторі. Вербальна комунікація між учасниками, як це відбувається на звичайному семінарі, замінена епістолярним (письмовим) спілкуванням. Кожен учасник семінару бачить на екрані всі тексти питань і відповідей інших активних учасників семінару, має змогу відповідати та коментувати їх відповіді.

Відомо декілька типів віртуальних семінарів [1]. Найчастіше такі семінари проводяться за схемою «питання – відповідь» і у формі доповіді. У першому випадку студенти відповідають на питання семінару (http://pedagogika.at.ua/forum/37). Ці відповіді обговорюються іншими учасниками і оцінюються викладачем. У другому випадку спеціально призначеними учасниками заздалегідь готуються доповіді, які після віртуального заслуховування, - прочитання тексту виступу на екрані всіма учасниками - обговорюються у формі епістолярної дискусії. Результати дискусій під час проведення семінару (тексти виступів) доступні всім учасникам форуму для огляду (http://pedagogika.at.ua/forum/35).

На перший погляд здається,, що порядок проведення веб-семінарів майже нічим не відрізняється від традиційного, але це далеко не так, хоча б тому, що його потрібно ретельніше спланувати, не говорячи вже про нові психолого-педагогічні проблеми, що виникають при використанні нових технологій навчання, та значну витрату часу викладача як для підготовки, так і для контролю за навчально-пізнавальною діяльністю студентів, повідомлень від яких може бути дуже багато. Причому такі семінари можуть тривати цілодобово, тиждень або два, особливо, коли студенти опановують такий вид роботи вперше. Дуже добре, коли попередню підготовку студенти пройдуть в процесі опанування курсу «Інформаційна культура студента», тоді веб-семінар можна організовувати разом із викладачем даного курсу. Запрошений викладач бере участь в дискусіях разом з основним викладачем, маючи права адміністратора.

В цьому ж розділі розміщені матеріали науково-дослідної роботи студентів. В основному, обговорюються або пропонуються до обговорення теми курсових, дипломних та магістерських робіт, їх зміст, порядок написання.

Обговорення змісту роботи, поради щодо написання наукової роботи дають як наукові керівники, так і студенти, які в процесі роботи над своєю проблемою, виявили матеріал щодо написання наукової роботи іншого студента. Аналогічно можна організувати роботу проблемної групи і залучити студентів до роботи в інтернет-конференціях. Зазвичай, робота в даному розділі має закритий характер.

Крім навчальної роботи в розділі пропонується обговорення проблем, пов'язаних з організацією навчального процесу у вузі, освіти за кордоном, проблеми здачі сесії тощо.

3. *Розділ «Школа молодого вчителя»* включає теми, пов'язані з процесом становлення молодого фахівця, труднощами та проблемами, з якими він або уже зіткнувся під час педагогічної практики, або з якими ще може зіткнутися в своїй педагогічній діяльності. Тому тут пропонуються для розв'язання педагогічні ситуації, обговорюється проблема «важких» дітей, здійснюється обмін досвідом, як стати справжнім вчителем.

4. Найбільшою популярністю серед студентів користується розділ *«Спілкування на різні теми»*, назва якого говорить сама за себе.

В цьому розділі студенти мають можливість обговорювати різні життєві проблеми, переконувати один одного, аргументувати власну позицію, допомагати один одному в різних ситуаціях, набувати навичок педагогічного спілкування, публікувати власні вірші чи твори.

Необхідність створення такого розділу пояснюється тим, що молодь більш охоче спілкується у віртуальному середовищі; тут краще розкривається внутрішній світ людини, її переконання, погляди, з якими вона не може ні з ким поділитися при очному контакті. Разом з тим, це дає змогу викладачеві збагнути, чим живе сьогоднішня молодь, які її уподобання, смаки і, виходячи з цього, краще організувати навчально-виховний процес.

5. *Розділ «Наш форум»* передбачає врахування пропозицій студентів щодо покращення роботи форуму, технічні питання, оголошення, привітання зі святами, має модераторську віртуальну «кімнату», де обговорюються питання ефективності функціонування форуму між модераторами та адміністраторами сайту.

Робота студентів на форумі має важливий загальнопедагогічний аспект.

Більшість сьогоднішніх школярів – це представники покоління, для яких в майбутньому питання культури мережевого спілкування буде питанням особистої і професійної соціалізації. Те, що сучасний підліток переносить в мережу свої комунікативні моделі (часто від культури далекі) в майбутньому може сформувати у нього уявлення про таке спілкування як норму. І вчитель, який має навички спілкування в Інтернеті, зможе сам потім організувати з учнем Інтернет-діалог, який також дасть йому практичний досвід відповідного типу спілкування. Тому освітній форум є важливим додатковим засобом професійного становлення майбутнього педагога.

Таким чином, використання персонального сайту дає змогу забезпечити зворотній зв'язок в процесі навчання; реалізувати принцип індивідуалізації навчального процесу; підвищити наочність навчального процесу; сформувати навички пошуку даних в мережі Інтернет; змоделювати педагогічні процеси та явища; організувати колективну та групову роботи учасників педагогічного процесу.

Література

[1] *Андреев А.А.* Введение в интернет-образование. — М.: ЛОГОС, 2003. — 264с.

[2] Вища освіта України і Болонський процес. Навчальний посібник /За редакцією В.Г.Кременя. Авторський колектив: М.Ф.Степко, Я.Я. Болюбаш, В.Д.Шинкарук, В.В. Грубінко, І.І.Бабин. — Київ-Тернопіль: Богдан, 2004. — 368с.

[3] *Жалдак М.І., Лапінський В.В., Шут М.І.* Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики: Посібник для вчителів. — К.: — НПУ імені М.П.Драгоманова. — 2004. — 182с.

[4] *Жук Ю.О.* Системні особливості освітнього середовища як об'єкту інформатизації // Післядипломна освіта в Україні. — 2002. — №2. — С.35-37.

[5] Тимчасове положення про організацію навчального процесу в кредитно-модульній системі підготовки фахівців. Вища освіта України і Болонський процес. Навчальний посібник /За редакцією В.Г.Кременя. Авторський колектив: М.Ф.Степко, Я.Я.Болюбаш, В.Д.Шинкарук, В.В.Грубінко, І.І.Бабин. — Київ-Тернопіль: Богдан, 2004. — 368с.

УДК 519.612

Кислий М.С., Величко В.Є.

[1] *студент 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри алгебри, СДПУ*

e-mail: vladislav.velichko@ukr.net

ВИКОРИСТАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА

Пошук розв'язання задач, в яких точним розв'язком може бути тільки повний перебор, викликає великі труднощі, коли кількість вхідних даних досить великий. А тому, інколи дуже корисними бувають наближені методи, до яких і відноситься генетичний алгоритм.

Ключові слова: *задача комівояжера, генетичний алгоритм.*

Вступ

Будь-яка задача безумовної оптимізації виглядає наступним чином:

$$\max(\min) f(\vec{x}), \text{де} \quad \vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)\ x_i \in [a, b]\ i = \overline{1, n} \tag{1}$$

де $f(\vec{x})$ – цільова функція, що має один глобальний екстремум. Передбачається, що про функцію $f(\vec{x})$ відомо лише те, що вона визначена в будь-якій точці області пошуку. Будь-яка додаткова інформація про характер функції та її властивості (диференційовність, безперервність, властивості Ліпшиця і т.ін.) передбачається невідомою та не враховується у процесі пошуку.

Під розв'язком задачі (1) будемо розуміти вектор $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Оптимальним розв'язком задачі (1) будемо вважати вектор $\vec{x}$, при якому цільова функція $f(\vec{x})$ приймає максимальне (мінімальне) значення.

Практично завжди функція яка оптимізується володіє деякою властивістю (властивостями): багатоекстремальності, складна конфігурація допустимої області, наявність декількох типів змінних. Це призводить до необхідності застосування спеціалізованих методів, до яких і відносяться еволюційні і генетичні алгоритми, які добре зарекомендували себе в ситуаціях, коли застосування стандартних методів оптимізації вкрай утруднено.

1. Обмеження при реалізації генетичних алгоритмів

Використання генетичних алгоритмів базується на трьох основних принципах: кодування, оцінювання та відтворення, але з практичної точки зору мають сенс інші якості, які, однак, анітрошки не скасовують основні паралелі з еволюційними механізмами.

Під *кодуванням* розуміється спосіб представлення даних в генетичному вигляді. Тут важливо, щоб була можливість отримати розв'язання у вигляді хромосоми, а також, щоб у генотипі міг бути записаний будь-який коректний варіант, який більш-менш претендує на те, щоб виявитися відповіддю на поставлене завдання. У більшості випадків проблем з цим не виникає, однак для однієї і тієї ж задачі може існувати кілька способів генетичного подання параметрів, які можуть істотно впливати на швидкість генетичного пошуку і якість розв'язку.

Оцінювання є ще одним важливим принципом. Сенс оцінювання полягає в тому, щоб розрізняти особин в залежності від того, наскільки «успішні» відповідні їм закодовані рішення. При цьому не повинно виникати колізій, коли дві практично рівноцінні особини мають суттєво різні значення пристосованості, і, навпаки, коли якісно різні особини оцінюються однаково.

Основна мета *відтворення* – отримання нових варіантів кандидатів на розв'язок із вже існуючих. Тут дуже бажано, щоб при схрещуванні батьківських особин виходили коректні в рамках поставленої завдання нащадки. У ряді випадків це умова вимагає використання «нестандартних» генетичних операторів і/або специфічного кодування. Наприклад, при вирішенні задачі комівояжера в маршруті не повинна два рази і частіше зустрічатися одна і та сама вершина, що часто виходить в результаті застосування традиційних операторів одно-і двоточкового і однорідного кросоверу. Тому для даної проблеми розроблені спеціальні оператори схрещування та мутації.

Так само важливим параметром генетичних алгоритмів є розмір популяції. При практичній реалізації можливі дві крайності:

- занадто малий розмір популяції ($<$10). Даний вибір у більшості випадків годиться тільки для дуже простих завдань. В іншому випадку буде спостерігатися швидке виродження популяції;

- занадто великий розмір популяції ($>$ 1000). Зрозуміло, розв'язок швидше за все, буде знайдено за менше число поколінь, проте часто ціною зайвих обчислювальних витрат. У деяких випадках, коли просто треба знайти розв'язок, це не критично. Проте буває так, що необхідно продемонструвати переваги (якщо є) генетичного підходу для вирішення обраної проблеми перед уже існуючими методами і алгоритмами.

Виходячи з даних рекомендацій, оптимальним розміром популяції є 20 - 30 особин, проте в деяких завданнях потрібно 50-100 особин. Дослідження показують, що розмір популяції багато в чому залежить від розміру хромосом. Так, для алгоритму з 32-бітовими хромосомами розмір популяції буде більше, ніж для алгоритму з 16-бітовими. [1]

Так як у генетичних алгоритмів є характеристика, яка не оцінюється чисельно, що описує їх пошукові здібності, вони залежать від усього, але більшою мірою від стратегій селекції і генетичних операторів. Звідси:

- використання більш агресивних варіантів відбору укупі з досить великою ймовірністю мутації в багатьох випадках дозволяє домогтися більш гарних результатів, в порівнянні з канонічним генетичним алгоритмом. Агресивними стратегіями відбору можна вважати відбір урізанням з досить великим порогом (тобто коли до відтворення допускається менша кількість особин), а також турнірний відбір з розміром турніру 4 і більше;

- популяція більшого розміру працює стабільніше і часто краще. Якщо ж необхідно вкластися в деяку кількість обчислень цільової функції, то краще пошукати оптимальний розмір, при якому і рішення може бути знайдено, і обчислювальні витрати цілком прийнятні;

- двоточковий і однорідний оператори кросоверу, як правило, працюють краще, ніж одноточковий;

- планомірне вистежування і ліквідація диверсійних елементів в особі дублікатів в популяції підвищують якість результатів і є корисним проти передчасної збіжності;

- застосування стратегії елітарності – дозволяє гарантовано залишити в популяції найкращих особин;

- велика ймовірність мутації в деяких випадках здатна поліпшити роботу алгоритму (особливо для малих популяцій), але небажана, в силу внесення великої хаотичності в еволюційний процес, що може негативно позначитися на стабільності роботи алгоритму. [2]

2. Розв'язання задачі комівояжера за допомогою генетичного алгоритму

Розглянемо переваги і недоліки стандартних і генетичних методів на прикладі класичної задачі комівояжера (TSP – traveling salesman problem), яка є однією з найбільш відомих задач дискретної оптимізації. Вона формулюється наступним чином: даний повний зважений граф $G(X,V)$ порядку n, де $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ – множина вершин; $V\subseteq X\times X$ – множина ребер. У даному графі потрібно знайти Гамільтонів цикл, який має найменшу сумарну вагу ребер, які входять до нього.

Або формально:

$$\begin{cases} Q(x) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} c_{ij}x_{ij} \to min \\ \sum_{i=1}^{N} x_{ij} = 1, \forall j = \overline{1, N} \\ \sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 1, \forall i = \overline{1, N} \\ x_{i,j} \in \{0, 1\}, \end{cases} \tag{5}$$

де c_{ij} – вага ребра (i, j),

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо є перехід від } i \text{ до } j \\ 0, \text{ якщо переходу від } i \text{ до } j \text{ немає} \end{cases} \tag{6}$$

Очевидно, що розв'язком задачі є перестановка з N вершин, кількість можливих перестановок рівно $N!$, однак кількість різних розв'язків задачі з урахуванням напрямку обходу і зсуву початкової вершини буде $\dfrac{(N-1)!}{2}$. [3]

Дана задача відноситься до класу NP-повних задач, тобто час роботи алгоритму, який розв'язує задачу комівояжера, істотно залежить від розміру вхідних даних, а отже від кількості населених пунктів.

Всі ефективні (що скорочують повний перебір) методи розв'язання задачі комівояжера – евристичні. У більшості евристичних методів знаходиться не найефективніший маршрут, а наближений розв'язок. Найчастіше затребувані так звані any-time алгоритми, які поступово покращують деякі поточні наближені розв'язки. На практиці застосовуються різні модифікації більш ефективних методів: метод гілок і меж, метод генетичних алгоритмів, а також алгоритм мурашиної колонії.

Для того щоб завдання можна було вирішити за допомогою генетичних алгоритмів, потрібно з'ясувати, що саме є вирішенням цієї задачі, закодувати рішення у вигляді хромосоми і скласти функцію пристосованості для таких хромосом. Тільки після цього можна вирішувати це завдання засобами генетичних алгоритмів.

З'ясуємо, що можна вважати розв'язком задачі комівояжера. Очевидно, що будь-яким розв'язком буде деякий маршрут між населеними пунктами, що задовольняє наступним умовам: він перетинає всі без винятку населені пункти і жоден з них не перетинає більше одного разу. Закодувати такий маршрут можна в вигляді послідовності номерів неселених пунктів, починаючи з самого першого, в кінці послідовності номер передостаннього міста, так як маршрут замкнутий і останнім буде місто, з якого він починався.
Очевидно, що в цій послідовності не буде повторюваних значень. Нехай для

простоти прикладу кількість у населених пунктів $N = 8$, тоді однією з можливих послідовностей буде шлях, зображений на рис. 1.

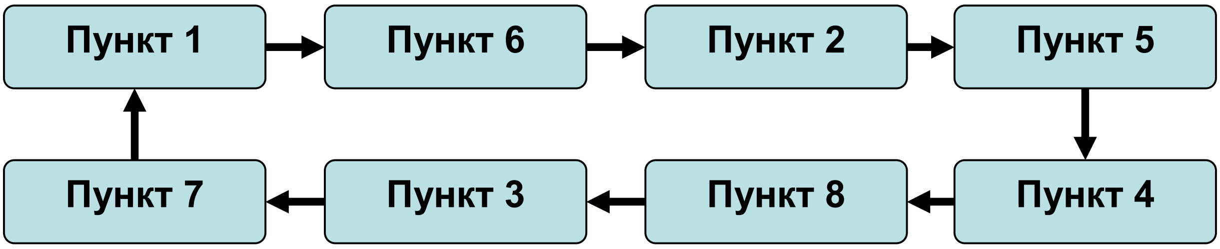


Рис. 1: Приклад маршруту комівояжера при обході 8 населених пунктів

Закодуємо міста числами від 1 до 8. Тоді той же самий шлях набуде вигляду: 1-6-2-5-4-8-3-7.

Тепер нам потрібно представити розв'язок у вигляді хромосоми. Вище ми вже закодували розв'язок у вигляді послідовності номерів населених пунктів, тепер залишилося перекодувати його в хромосому. Для визначеності будемо вважати, що ми кодуємо в хромосому у вигляді бітового вектора. Очевидно, що довжина гена в бітах в хромосомі буде дорівнювати:

$$L = \log_2 N \tag{7}$$

Для нашого прикладу $L = \log_2 8 = 3$, тобто для кодування одного гена знадобитися 3 біта. Кодуємо послідовність за допомогою двійкового кодування (табл. 1):

000	101	001	100	011	111	010	110
1	6	2	5	4	8	3	7

Табл. 1: Кодування послідовності міст за допомогою двійкового кодування

Однак представивши розв'язок таким чином, ми не врахували кілька істотних факторів:
1. при випадковій генерації початкової популяції може виникнути хромосома, в якій будуть повторювані значення генів: 000 000 010 011 100 101 110 010.
2. хромосоми з повторюваними генами може дати кросовер або мутація.

Є кілька способів вирішення цього недоліку кодування, але всі вони ведуть до зайвого споживання обчислювальних ресурсів, тому що треба додатково перевіряти хромосоми.
Один зі способів – перевіряти на повторювані значення усередині функції пристосованості, і, зустрівши такі, замінювати їх на ті значення, яких немає в хромосомі.

Другий спосіб – нічого не перевіряти, а привласнити таким хромосомам дуже низьке значення функції пристосованості, але в цьому випадку генетичний алгоритм починає вкрай неефективно працювати.

Взагалі кажучи, для генетичних алгоритмів дуже важливе питання кодування рішень в послідовність генів. Від того, наскільки воно вдало, залежить якість роботи алгоритму. Найголовніше, і обов'язкове, вимога до кодування – хромосома повинна однозначно представляти деяке рішення, щоб не було можливості трактувати одну і ту ж хромосому по-різному. Бажано, щоб хромосоми займали якомога менше біт, були коротші. Так само важливою умовою є простота кодування. Від цього залежить швидкість роботи. Після кодування запускається генетичний алгоритм з бажаними параметрами.

Література

[1] *Панченко Т. В.* Генетические алгоритмы: учебно-методическое пособие / Т.В. Панченко. — Астрахань: Изд. дом «Астраханский университет», 2007. — 87 с.

[2] Генетические алгоритмы [Электронный ресурс] // Генетические алгоритмы и не только. — Электрон. дан. — [б.м.], 2003-2007. — URL: http://qai.narod.ru/GA/ (Дата обращения: 01.04.2011).

[3] *Батищев Д.И., Неймарк Е.А., Старостин Н.В.* Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизации / Д.И. Батищев, Е.А. Неймарк, Н.В. Старостин. — Н. Новгород: 2007. — 85 с.

УДК 519.683.8

Саманцов О.О., Качко О.Г.

[1] *студент 3 курсу спеціальності програмна інженерія, ХНУРЕ*

[2] *професор кафедри програмного забезпечення ЕОМ, канд.тех.наук, ХНУРЕ*

e-mail: samantsov.aa@gmail.com

ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ ПАРАЛЕЛІЗАЦІЇ ПРОГРАМ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕХНОЛОГІЙ Windows Thread, OpenMP, Intel Thread Building Blocks

У роботі розглядаються основні методи паралелізації програм, особливості використання, порівняння часових характеристик програм написаних за допомогою цих методів.

Ключові слова: *паралелізація, Widows Thread, OpenMP, Intel Thread Building Blocks.*

Вступ

Останні роки пов'язані з різкою зміною напрямку розвитку процесорів – появою багатоядерних та багато поточних процесорів. Їх ефективне використання потребує загального переходу з послідовних програм на паралельні.

Існують дві основні моделі побудови паралельних програм. Це модель паралелізму по керуванню та модель загальної пам'яті.

У моделі загальної пам'яті паралельна програма являє собою систему потоків, що взаємодіють за допомогою загальних змінних та примітивів синхронізації [1].

Основна ідея моделі паралелізму по керуванню міститься в наступному. Замість програмування в термінах потоків пропонується розширити мови спеціальними керуючими конструкціями – паралельними циклами та паралельними секціями. Створення і знищення потоків, розподіл між ними витків паралельних циклів чи паралельних циклів (наприклад виклик процедур) – усе це бере на себе компілятор [1].

Метою роботи є розгляд та порівняння ефективності програм, що використовують різні моделі паралелізму.

Основна частина

У якості моделі загальної пам'яті була обрана модель Windows Threads, а також технологія Intel Thread Building Blocks, в якості моделі паралелізму по керуванню — технологія OpenMP. У якості тестового прикладу був обрано алгоритм підрахунку числа π, що був реалізований на мові C++. Реалізація проводилась у середовище Visual Studio 2010.

Для розрахунку числа π, був обраний наступний алгоритм:

$$\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x}\,\mathrm{d}x \tag{1}$$

Для розрахунку визначеного інтегралу (1) використовувався метод трапецій, за яким:

$$\pi = \frac{1}{n}\,\Sigma_0^n \frac{4}{1+(\frac{2i+1}{2n})^2} \tag{2}$$

В усіх розрахунках за n приймалось число 0x7FFFFFFF = 2 147 483 647.

Розглянемо функції, за якими проводились розрахунки числа за формулою (2).

Послідовна функція:

```
double funcpi_1core(long accuracy)
{
    double h = 1. / accuracy;
    double res = 0;
    double x = 0;
    for(long i = 0; i < accuracy; i++)
    {
        x = (2 * i + 1) * h / 2;
        res += 4. / (1 + x * x);
    }
    res *= h;
    return res;
}
```

Використання технології Open MP. Так як тіло циклу *for* у функції *funcpi_1core* містить незалежні оператори, їх можна виконувати паралельно. Змінна *res* є загальною для усіх ітерацій циклу, значення цієї змінної накопичується (знак +), що реалізується за допомогою параметру *reduction* [2]. Змінена функція виглядає наступним чином:

```
double funcpi_omp(long accuracy)
{
    double h = 1. / accuracy;
    double res = 0;
    double x = 0;
#pragma omp parallel for reduction(+:res)
```

```
        for(long i = 0; i < accuracy; i++)
        {
                x = (2 * i + 1) * h / 2;
                res += 4. / (1 + x * x);
        }
        res *= h;
        return res;
}
```

Використання потоків Windows. Для паралельного виконання необхідно визначити потокову функцію. Потокова функція має виконувати порцію ітерацій циклу. Так як потокову функцію викликає операційна система, її заголовок фіксований і має наступний вигляд:

```
DWORD WINAPI Fun (PVOID par);
```

Таким чином, потоковій функції переда'ється один параметр, який є адресом даного довільного типу.

Для створення потоку використовується функція:

```
HANDLE WINAPI CreateThread(
        __in_opt LPSECURITY_ATTRIBUTES lpThreadAttributes,
        __in SIZE_T dwStackSize,
        __in LPTHREAD_START_ROUTINE lpStartAddress,
        __in_opt LPVOID lpParameter,
        __in DWORD dwCreationFlags,
        __out_opt LPDWORD lpThreadId
);
```

Для виконання ітерації циклу в потоковій функції їй необхідно передати: початкове та кінцеве значення параметру циклу, значення для підрахунку шагу інтегрування та адресу для результату підрахунку потокової функції [3]. Для передачі параметрів була створена відповідна структура:

```
struct PI_STRUCT
{
        long start;
        long end;
        long accuracy;
        double *res;
};
```

У цій структурі *start*, *end* – початкова і кінцева межі діапазону, у якому проводиться розрахунок значення, *accuracy* – значення для розрахунку кроку інтегрування, *res* – вказівник на область пам'яті, у яку заноситься результат.

Область пам'яті, у яку заноситься результат, є загальною для усіх потоків. Для синхронізації доступу до неї, використовувалась критична секція (CRITICAL_SECTION), це рішення засновувалось на тому, що критична секція на відміну від Mutex та Event, не є об'єктом ядра, й, таким чином, доступ до неї вимагає менше часу [4]. Повний лістинг функції виглядає наступним чином:

```
void pi_winthread(void* range)
{
    PI_STRUCT* rang = (PI_STRUCT*) range;
    double h = 1. / rang->accuracy;
    double res = 0;
    double x = 0;
    for (long i = rang->start; i < rang->end; i++)
    {
        x = (2 * i + 1) * h / 2;
        res += 4. / (1 + x * x);
    }
    res *= h;
    EnterCriticalSection(synh);
    *rang->res += res;
    LeaveCriticalSection(synh);
}
```

При виклику функції, необхідно враховувати, що створення потоків, передача значень повністю залежать від програміста. Виклик цієї функції у декількох потоках виглядає наступним чином:

```
synh = new CRITICAL_SECTION;
InitializeCriticalSection(synh);
HANDLE* h = new HANDLE[Cores];
PI_STRUCT* pistruct = new PI_STRUCT[Cores];
double* res = new double;
*res = 0;
int a = ACCURACY / Cores;
for(int i = 0; i < Cores; i++)
{
    pistruct[i].start = i * a;
    pistruct[i].end = (i + 1) * a;
    pistruct[i].accuracy = ACCURACY;
    pistruct[i].res = res;
```

```
        h[i] = (HANDLE)_beginthread(pi_winthread, 0, (void *) pistruct[i]);
    }
    WaitForMultipleObjects(Cores, h, true, INFINITE);
```

де *Cores* — кількість ядер, *ACCURACY* — кількість ітерацій.

При створенні функції, що використовує бібліотеку Intel Thread Building Blocks (TBB), була використана бібліотека від 15.03.2011. Написання функції з використанням TBB має ряд особливостей.

Концепція бібліотеки TBB міститься в тому, що розробнику необхідно створювати задачі, що виконують певні дії, які можуть бути розпаралелені. Кожна задача виноситься до окремого класу, звертання до задачі відбувається через перевантажений оператор "()".

У розпаралелену ділянку коду входить змінна, до якої мають загальний доступ на запис декілька процесів, щоб попередити ефект "гонок", ми використовуємо цикл з накопиченням — *parallel_reduce* [5].

Реалізована програма виглядає наступним чином:

```
#include "tbb.h"
#include "tbb_reduce.h"
#include "tbb_range.h"
using namespace tbb;
double res = 0;
double h = 0;
class ClassPi
{
    long accuracy;
    double res;
public:
    ClassPi (const long _accuracy): accuracy(_accuracy), res(0)
    ClassPi (const ClassPi c, split): accuracy(c.accuracy), res(0);
    void operator () (const blocked_range <long> r)
    {
        double h = 1. / accuracy;
        for(int i = r.begin(); i != r.end(); i++)
        {
            double x = (2 * i + 1) * h / 2;
            res += 4. / (1 + x * x);
        }
        res *= h;
    }
```

```
        void join (const ClassPi c)
        {
            res += c.res;
        }
        float gets ()return res;
    };
    int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
    {
        long accuracy = 0x7fffffff;
        task_scheduler_init init(8);
        ClassPi s = ClassPi(accuracy);
        parallel_reduce(blocked_range<long>(0, accuracy), s);
        init.terminate();
        return s.gets();
    }
```

Кожна функція була скомпільована для виконання у 1, 2, 4 та 8 потоках в окрему програму. Кожна програма, для зменшення похибок, була запущена 10 раз на комп'ютері з процесором Intel Core i5 2,55MHz@4. Для підрахунку часу, що було затрачено на виконання кожної функції, використовувався зовнішній профіліровщік, що був написаний А. Станкевичем(С-Петербург). Програми викликалися за допомогою .bat скрипта. Результати виконання заносились до файлу-логу. Отримані результати можна побачити у таблиці 1. Усередненні отримані результати можна побачити на рисунку 1.

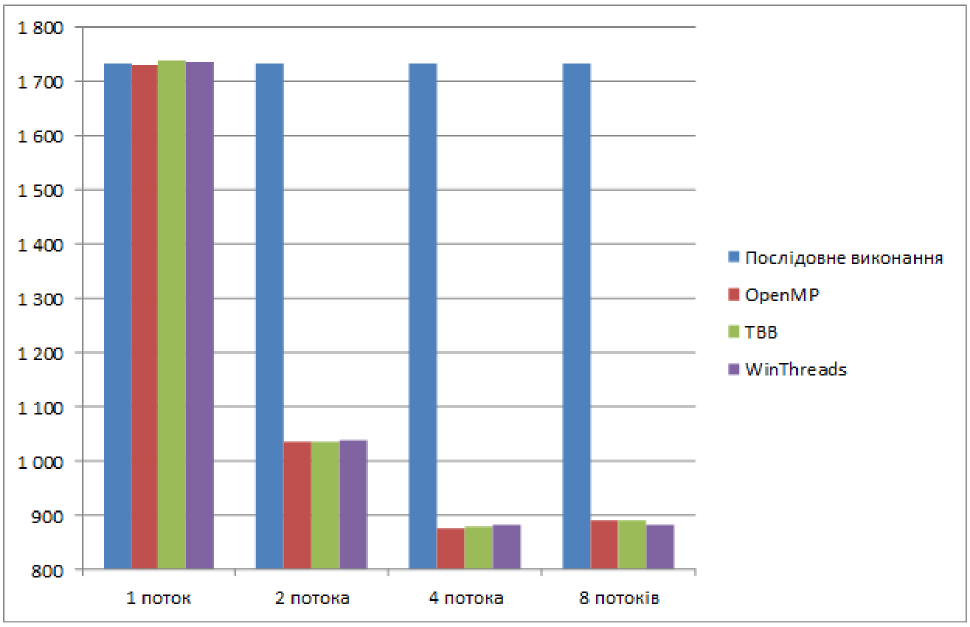


Рис. 1: Усередненні результати виконання програми.

	Спроби (мс)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Середнє
Послідовне	1739	1748	1728	1732	1734	1736	1728	1728	1725	1741	1734
omp 1 потік	1739	1729	1724	1725	1723	1726	1737	1732	1731	1732	1730
omp 2 потоки	1039	1040	1035	1035	1027	1044	1033	1024	1032	1041	1035
omp 4 потоки	870	873	875	880	880	885	873	870	873	871	875
omp 8 потоків	862	862	939	929	863	864	870	932	894	872	889
tbb 1 потік	1736	1738	1740	1740	1742	1735	1743	1739	1735	1732	1738
tbb 2 потоки	1021	1055	1045	1040	1037	1044	1040	1030	1030	1028	1037
tbb 4 потоки	877	877	874	871	881	887	879	880	879	881	879
tbb 8 потоків	932	937	871	892	872	875	885	881	883	879	891
win 1 потік	1736	1745	1734	1729	1740	1742	1737	1734	1735	1734	1737
win 2 потоки	1030	1030	1046	1038	1035	1036	1059	1036	1033	1033	1038
win 4 потоки	887	882	884	881	876	881	883	889	881	875	882
win 8 потоків	888	885	880	882	888	889	884	877	875	880	883

Табл. 1: Результати виконання скрипта.

Висновки

Кожна технологія має свій ряд особливостей. WinThreads є стандартною технологією в створенні паралельних за стосунків для ОС Windows, проте програмісту, при написанні коду, потрібно самому відповідати за створення потоків та їх синхронізацію, за швидкістю ця технологія поступається конкурентам, також не варто забувати, що дане рішення є платформо залежним.

TBB є доволі потужним інструментом, для паралелізації за стосунків та містить платформо незалежні шаблонні рішення для створення распаралелених циклів, об'єктів синхронізації, проте використання цієї технології можливо лише при написанні коду програми на мові C++. Також використання за стосунків, що були написані за допомогою TBB, вимагає наявності бібліотеки tbb.dll. По швидкості роботи код написаний за допомогою TBB, поступається OpenMP, проте виконується швидше за рішення WinThreads, проте написання цього коду вимагає від програміста знання особливостей використання бібліотеки TBB.

OpenMP являє собою стандарт, що описує сукупність директив компілятору, бібліотечних процедур та змінних оточення, які дозволяють розпаралелити будь-який послідовний алгоритм, що містить незалежні цикли та участки коду написаний на мові C, C++, Fortran майже без зміни коду, при цьому розпаралелений алгоритм буде мати оптимальний час виконання. Проте цей стандарт має обмежену функціональність, що не дає можливості розпаралелювати цикли типу, відмінного від for, створювати конвеєр та ін.

Література

[1] *Эндрюс Г.Р.* Основы многопоточного, параллельного и распределённного программирования / Г.Р.Эндрюс. – М., СПб. Киев: Вильямс, 2003. – 506с.
[2] *Chapman B.* Using OpenMP: portable shared memory parallel programming / Chapman B., Jost G., van Deras R. — Cambridge, Massachusets, London: The MIT Press, 2008. — 354 p.
[3] CreateThread Function (Windows) [Електроний ресурс]. — Режим доступу: http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms682453(v=vs.85).aspx
[4] Critical Section Objects (Windows) [Електроний ресурс]. — Режим доступу: http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms682530(VS.85).aspx
[5] *Reinders J.* Intel Threading Building Blocks / Reinders J. — Beijing, Cambridge, Farnham, Köln, Paris, Sebastopol, Taipei, Tokyo: O'Reilly, 2007. — 306p.

УДК 519.7

Стёпкин А.В.

заведующий лабораториями ФЭУ, СГПУ

e-mail: stepkin.andrey@rambler.ru

РАСПОЗНАВАНИЕ КОНЕЧНЫХ ГРАФОВ КОЛЛЕКТИВОМ АГЕНТОВ.

В работе рассматривается задача распознавания конечных графов тремя агентами. Предложен алгоритм квадратических (от числа вершин графа) временной и емкостной сложностей, который распознает любой конечный неориентированный граф, без петель и кратных ребер. Для распознавания графа каждому агенту требуется по 2 краски (всего 3 краски). Метод основан на методе обхода графа в глубину.

Ключевые слова: *граф, распознавание, агенты.*

Введение

В настоящее время одной из центральных проблем компьютерной науки является проблема взаимодействия управляющей и управляемой систем. Подобное взаимодействие зачастую представляется как процесс перемещения агента по помеченному графу. К примеру, в [1] оно представлено передвижением одного агента-исследователя (АИ) по неизвестному графу и обменом данными с агентом-экспериментатором (АЭ), который и производит восстановление графа по данным, полученным от АИ.

Данная работа посвящена исследованию проблемы, в предположении, что взаимодействие управляющей и управляемой систем представляется процессом перемещения двух АИ A и B по неизвестному конечному графу (АИ могут окрашивать вершины, ребра и инциденторы графа, воспринимать эти отметки и на их основании осуществлять перемещение), и обменом данными с АЭ (восстанавливает граф, по данным полученным от АИ, а также передает АИ информацию, необходимую для их дальнейшего функционирования). В работе рассмотрен алгоритм построения маршрутов АИ, позволяющих АЭ точно восстановить граф. Для этого у каждого АИ есть две краски: у A это r и b, у B – y и b. В отличие от [2] оптимизированы процедуры распознавания обратных ребер и перешейков, что позволило улучшить временную сложность алгоритма до $O\left(n^2\right)$, где n – число вершин графа. Полученный алгоритм использует результаты и обозначения из [2, 3].

Основные определения и обозначения

Рассматриваются конечные, неориентированные графы без петель и кратных ребер. Все неопределяемые понятия общеизвестны, их можно найти, например, в [4, 5]. Пусть $G = (V, E)$ - граф, у которого V - множество вершин, E - множество ребер, т.е. двухэлементных подмножеств (u, v), где $u, v \in V$. Тройку $((u, v), v)$ будем называть инцидентором («точкой прикосновения») ребра (u, v) и вершины v. Множество таких троек обозначим I. Множество $L = V \cup E \cup I$ назовем множеством элементов графа G. Функцией раскраски графа G назовем отображение $\mu : L \to \{w, r, y, b\}$, где w интерпретируется как белый цвет (краска), r – красный, y – желтый, b – черный. Пара (G, μ) называется раскрашенным графом. Последовательность $u_1, u_2, ...u_k$ попарно смежных вершин называется путем в графе G, а k - длиной пути. При $u_1 = u_k$ этот путь называется циклом. Окрестностью $O(v)$ вершины v будем называть множество элементов графа, состоящее из вершины v, всех вершин u смежных с v, всех ребер (v, u) и всех инциденторов $((v, u), v), ((v, u), u)$. Мощность множеств вершин V и ребер E обозначим через n и m соответственно. Ясно что $m \leq \frac{n(n-1)}{2}$. Изоморфизмом графа G и графа H назовем такую биекцию $\varphi : V_G \to V_H$, что $(v, u) \in E_G$ точно тогда, когда $(\varphi(v), \varphi(u)) \in E_H$. Таким образом, изоморфные графы равны с точностью до обозначения вершин и раскраски их элементов.

Мобильные агенты A и B характеризуются следующими свойствами. Они передвигаются по графу из вершины v в вершину u по ребру (v, u). При этом агенты могут изменять окраску вершин v, u, ребра (v, u), инциденторов $((v, u), v)$, $((v, u), u)$. Находясь в вершине v агенты A и B воспринимают метки всех элементов окрестности $O(v)$ и на этом основании определяют по какому ребру (v, u) они будут перемещаться и как будут перекрашивать элементы v, u, (v, u), $((v, u), v)$, $((v, u), u)$. АЭ передает, принимает и идентифицирует сообщения АИ, обладает конечной, неограниченно растущей внутренней памятью, в которой фиксируется результат функционирования АИ на каждом шаге, и, кроме того, постепенно выстраивается представление графа G, вначале неизвестного агентам, списками ребер и вершин.

Основная часть

Рассмотрим подробнее алгоритмы обхода и восстановления.

Алгоритм работы агента A:

1. АИ красит вершину v, в которой находится $\mu(v) := r$;
2. запрос AN;

3. *if* $AN \neq 1$ *then do* запрос *BN*;
4. $\quad$ *if* $BN = 0$ *then* $МЕТИМ\_ПЕР\_A(v)$;
5. $\quad$ *else* $ВЫБОР\_ХОДА\_A(v)$; *end do*;
6. *else* $РАСП\_ПЕР\_A(v)$;

$РАСП\_ПЕР\_A(v)$:
1. *if* в $O(v)$ не обнаружено ребра, у которого $\mu(v,u) = y$ *then do*
2. *if* в $O(v)$ есть ребро, у которого $((\mu(v,u) = r)\, and\, (\mu((v,u),u) = r))\, or$ $or\, (\mu(v,u) = w)\, or\, ((\mu((v,u),u) = r)\, and\, ((\mu(u) = y)))$ *then do*
3. $\quad$ агент A выполняет процедуру $ОТСТУП\_A(v)$;
4. $\quad$ *go to 1* данной процедуры; *end do*; *else do*
5. $\quad$ агент A выполняет процедуру $НАЗАД\_A(v)$;
6. $\quad$ *go to 1* данной процедуры; *end do*; *end do*; *else do*
7. $\quad$ запрос UDP_B;
8. $\quad$ *if* $UDP\_B = TRUE$ *then* $РАСП\_ABB(v)$; *else* $РАСП\_ABBb(v)$;
9. $\quad$ запрос K;
10. $\quad$ *if* $K \neq 0$ *then go to* 1 данной процедуры; *else do*
11. $\quad\quad$ агент A выполняет процедуру $ОБН\_A(v)$;
12. $\quad\quad$ *if* в $O(v)$ есть ребро, у которого $(\mu\ ((v,u),v) = r)\, and$ $and\, (\ \mu\ (v,u) = b)\, and\, (\mu\ ((v,u),u) = r)$ *then do*
13. $\quad\quad\quad$ агент A выполняет процедуру $ВПЕРЕД\_AR\_N(v)$;
14. $\quad\quad\quad$ *go to* 12 данной процедуры; *end do*;
15. $\quad\quad$ *if* в $O(v)$ есть ребро, у которого $(\mu(v,u) = r)\, and$ $(\mu((v,u),u) = r)\, and\, (\mu(u) = r)$ *then do*
16. $\quad\quad\quad$ агент A выполняет процедуру $ВПЕРЕД\_\ AR(v)$;
17. $\quad\quad\quad$ *go to* 15 данной процедуры; *end do*;
18. $\quad\quad$ *else go to* 2 алгоритма обхода; *end do*; *end do.*

$РАСП\_A(v)$:
1. *while* в $O(v)$ есть ребро, т.ч. $(\mu\ (v,u) = w)\, and\, (\mu\ (v) = \mu(u) = r)$ *do*
2. $\quad$ агент A красит $(\mu((v,u),v) := r)$;
3. $\quad$ агент A записывает в M: МЕТКА_ОР_А; *end do*;
4. агент A выбирает из $O(v)$ ребро, у которого $(\mu(v,u) = r)\, and$ $and\, (\mu((v,u),v) = r)\, and\, (\mu(u) = r)$ и переходит по нему в вершину u;
5. $v := u$;
6. агент A записывает в M: ОТСТУПИЛ_А;
7. *if* в $O(v)$ нет ребра, у которого $(\mu(v,u) = w)\, and\, (\mu((v,u),u) = r)\, and$ $and\, (\mu(v) = \mu(u) = r)$ *then go to* 4 данной процедуры; *else do*
8. $\quad$ агент A переходит по ребру (v,u), красит $(\mu(v,u) := b)$;
9. $\quad$ $v := u$;

10. агент A записывает в список M: ВПЕРЕД_ОР_А; *end do*;
11. запрос $UDOBR\_A$;
12. *if* $UDOBR\_A = TRUE$ *then do*
13. агент A выбирает из $O(v)$ ребро (v, u), у которого $(\mu(v, u) = b)\, and\, (\mu((v, u), v) = r)\, and\, (\mu(v) = \mu(u) = r)$;
14. агент A красит $\mu((v, u), v) := b$;
15. агент A записывает в M: РЕБРА_РАСПОЗНАНЫ_А;*end do*;
16. *else do*
17. агент A выбирает из $O(v)$ ребро, у которого $(\mu(v, u) = b)\, and$ $and\, (\mu((v, u), v) = r)\, and\, (\mu(v) = \mu(u) = r)$, переходит по нему в u;
18. агент A красит $\mu((v, u), v) := b$;
19. $v := u$;
20. агент A записывает в список M: НАЗАД_ОР_А;
21. агент A выполняет *go to* 4 данной процедуры; *end do.*

Неописанные процедуры агента A, представлены в [3].

Алгоритм работы агента B:

1. АИ красит вершину s, в которой находится $(\mu(s) := y)$;
2. запрос BN;
3. *if* $BN \neq 1$ *then do* запрос AN;
4. *if* $\mu(s) = ry$ *then do*
5. агент B выполняет процедуру ВОЗВРАТ_$B(s)$;
6. агент B выполняет процедуру МЕТИМ_*ПЕР*_$B(s)$; *end do*;
7. *else if* AN=0 *then МЕТИМ_ПЕР_*$B(s)$;
8. *else ВЫБОР_ХОДА_*$B(s)$; *end do*;
9. *else РАСП_ПЕР_*$B(s)$.

Выполняя процедуру *ВОЗВРАТ_*$B(s)$, агент B выбирает из окрестности $O(s)$ ребро, у которого $(\mu(s, z) = y)\, and\, (\mu((s, z), s) = y)$ и переходит по нему в вершину z, выполняет присвоение $s := z$ и записывает в список N сообщение: ВОЗВРАТ_В. Процедуры *РАСП_*$B(s)$ и *РАСП_ПЕР_*$B(s)$ агента B аналогичны процедурам *РАСП_*$A(v)$ и *РАСП_ПЕР_*$A(v)$ (с учетом того, что "чужой" вершиной перешейка может быть красно-желтая вершина) агента A. Неописанные процедуры агента B, представлены в [3].

Алгоритм "Восстановление", и процедуры, не рассмотренные ниже, приведены в [3].

*ОБР_СП_*A():

1. *if Mes*="ВПЕРЕД_А" *then ВПЕРЕД_*A();
2. *if Mes*="ВПЕРЕД_АВ" *then ВПЕРЕД_*AB();
3. *if Mes*="ВПЕРЕД_АВВ" *then ВПЕРЕД_*ABB();

4. *if Mes*="НАЗАД_А" *then НАЗАД_А*();
5. *if Mes*="НАЗАД_АВ" *then НАЗАД_АВ*();
6. *if Mes*="НАЗАД_АВВ" *then НАЗАД_АВВ*();
7. *if Mes*="ФИКС_А" *then ФИКС_А*();
8. *if Mes*="ОБН_А" *then ОБН_А*();
9. *if Mes*="ОТСТУПИЛ_А" *then ОТСТУПИЛ_А*();
10. *if Mes*="РЕБРА_РАСПОЗНАНЫ_А" *then РЕБРА_РАСПОЗНАНЫ_А*();
11. *if Mes*="ОТСТУП_А" *then ОТСТУП_А*();
12. *if Mes*="МЕТКА_ОР_А" *then МЕТКА_ОР_А*();
13. *if Mes*="ВПЕРЕД_ОР_А" *then ВПЕРЕД_ОР_А*().

ОТСТУП_А(): $i := i + 1$.

ВПЕРЕД_АВВ(): $E_H := E_H \cup \{(N\_B,\, r\,(t-i))\}$.

ОТСТУПИЛ_А(): $i := i + 1$.

РЕБРА_РАСПОЗНАНЫ_А(): $i := 0$.

МЕТКА_ОР_А(): $KOBR\_A := KOBR\_A + 1$.

ВПЕРЕД_ОР_А(): $KOBR\_A := KOBR\_A - 1$;
$UDOBR\_A := (KOBR\_A = 0)$; $E_H := E_H \cup \{(r\,(t)\,,\, r\,(t-i))\}$.

ФИКС_А(): $N\_A := Сч\_A$; $BN := 1$; $E := 0$; $Q := F$;
$UDP\_A := (((F = Q)\, or\, (F = 1))\, and\, (Q \neq 1))$.

НАЗАД_АВВ(): $K := K{-}1$; $UDP\_B := (((K = Z)\, or\, (K = 1))\, and\, (Z \neq 1))$.

Процедура *ОБР_СП_В*() аналогична процедуре *ОБР_СП_А*(), только добавлено условие: *if Mes*="ВОЗВРАТ_В" *then* ВОЗВРАТ_В().

ВОЗВРАТ_В(): $E_H := E_H \backslash \{(y(p-1), y(p))\}$; $V_H := V_H \backslash \{Сч\_B\}$; *Сч_В:=Сч_В-2*; $p := p - 1$; *y(p):=Сч_В*; $L := 1$; $K := K + 1$.

Процедуры работы со списком команд от агента B, которые не рассмотрены выше, аналогичны процедурам работы с командами от агента A.

Выводы

В работе предложен алгоритм распознавания графа среды временной и емкостной сложностей $O\left(n^2\right)$. Выполняя этот алгоритм, агенты распознают любой конечный граф G с точностью до изоморфизма. АИ имеют конечную память, независимую от n, где n – число вершин графа, и используют по две краски каждый (всего три краски).

Литература

[1] *Грунский И. С., Татаринов Е. А.* Распознавание конечного графа блуждающим по нему агентом. Вестник Донецкого университета. Серия А. Естественные науки — 2009, вып. 1. — с. 492 — 497.

[2] *Грунский И.С., Стёпкин А.В.* Распознавание конечного графа коллективом агентов. – Труды ИПММ НАН Украины. – 2009. – Т.19. – С. 43-52.

[3] *Стёпкин А.В.* Распознавание графов коллективом агентов. // Мат. IV міжнар. наук.-практ. конф. «Сучасна інформаційна Україна: інформатика, економіка, філософія» 2010, Донецьк, — т.1 — с. 139-143.

[4] *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ. — М.: МЦНМО, 2001 — 960 с.

[5] Графы в программировании: обработка, визуализация и применение. — СПБ.: БХВ — Петербург, 2003. — 1104 с.

УДК 378.147

Овчарова О.І.

старший викладач кафедри алгебри, СДПУ

e-mail: znpfizmatsdpu@ukr.net

ІНДИВІДУАЛЬНИЙ ПІДХІД У НАВЧАННІ НА ЗАНЯТТЯХ З «ІНФОРМАТИКИ І ТЗН»

Дана стаття присвячена деяким питанням особистісно-орієнтованого навчання на заняттях з «Інформатики і ТЗН» при підготовці майбутнього вчителя.

Ключові слова: *особистісно-орієнтоване навчання, індивідуальне навчання.*

Вступ

Індивідуальний підхід у навчанні є одним з важливих принципів дидактики. Він сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу, формуванню творчої особистості, позитивної мотивації навчання. Індивідуалізація навчання є особливо актуальною в умовах кредитно-модульної системи навчання у вищих навчальних закладах. При особистісно-орієнтованому навчанні акцент переноситься з навчальної діяльності викладача на пізнавальну діяльність студента, що передбачає підвищення рівня його особистісної активності.

Якість підготовки майбутнього вчителя пов'язана з ефективністю й успішністю навчальної діяльності студента. Водночас успішність будь-якої діяльності, як відомо, визначається активністю особистості та її оптимальним психічним станом. Отже, щоб підвищити якість підготовки майбутніх вчителів, слід активізувати пізнавальну діяльність студентів, забезпечити її ефективність і такі умови навчання, за яких психічні функції були в оптимальному або близькому до нього стані. Цього можна досягти, якщо навчальна діяльність ґрунтуватиметься на принципі індивідуалізації навчання, тобто якщо вона враховуватиме індивідуально-психічні можливості студентів та їхні схильності до роботи за фахом, а отже, до самоорганізації, саморозвитку й успішності навчання.

Основна частина

Реалізація особистісно-орієнтованого навчання з його індивідуалізованими формами сприятиме переходу від масово-репродуктивної до індивідуально-творчої моделі підготовки майбутніх вчителів, коли особистість засвоює знання, вміння, навички в рамках індивідуалізованого навчання. Технологія індивідуалізованого навчання передбачає розвиток майбутнього вчителя як творчої особистості, розвиток його професійних якостей, неповторної індивідуальності. Сферу формування особистості майбутнього вчителя визначає індивідуальний підхід, згідно з яким у центрі навчання має бути студент, його мотиви, мета, індивідуально-психічні особливості. Викладач же визначає навчальну мету заняття, організує, направляє й корегує весь навчальний процес, враховуючи інтереси студентів, рівень їхніх знань, умінь, навичок, здібностей, активності, інтелекту. Дана концепція навчання допомагає формувати у вищій педагогічній школі не просто кваліфікованого вчителя, а творчу особистість, даючи студентові можливість для самореалізації, самоорганізації, саморозвитку, що найбільше відповідає його індивідуальності.

Індивідуалізації навчання також сприяє використання у навчальному процесі засобів сучасних інформаційних технологій - автоматизованих навчаючих систем, мультимедійних курсів, систем комп'ютерного тестування, освітніх порталів. Індивідуального підходу у навчанні студентів вимагає їх профільна спеціалізація. Розглянемо вивчення дисципліни «Інформатика і ТЗН» на гуманітарних спеціальностях. «Інформатика і ТЗН» на цих факультетах – непрофільний предмет, тому його викладання має деяку специфіку і потребує враховувати індивідуальні особливості студентів.

По-перше переважна більшість студентів гуманітарних спеціальностей не орієнтована на вивчення точних наук. Щоб вивчення інформатики не було для них важким та нецікавим, необхідно робити так, щоб навчальний матеріал, завдання для лабораторних робіт, самостійної роботи якомога більше були пов'язані з їх спеціалізацією. Наприклад, при вивченні текстового редактору приділити увагу таким його можливостям як перевірка граматики, орфографії, запропонувати виконати завдання з творчим гуманітарним спрямуванням. При виконанні лабораторної роботи «Створення слайдових презентацій» запропонувати студентам створити презентації, які можна було б використовувати на уроках літератури, мови і т.д. У список тем для підготовки рефератів можна включити наприклад такі теми: «Засоби сучасних інформаційних технологій на уроках мови та літератури», «Використання технічних засобів навчання при вивченні іноземної мови», «Дистанційне навчання у гуманітарній освіті» і т. п.

Ще один фактор, який вимагає індивідуального підходу у навчанні студентів – це різний рівень їх шкільної освіти. У кожній групі є студенти, які мають досить високий рівень знань, умінь та навичок роботи з комп'ютером. Але на жаль є і студенти, які навіть не володіють основами комп'ютерної грамотності. Вони відчувають невпевненість, дискомфорт при роботі з комп'ютерною технікою. Для подолання цих комплексів необхідно приділити особливу увагу таким студентам, не наголошуючи про особливі умови їх навчання. Цього можна досягти підібравши більш прості, доступні для них завдання, надаючи їм допомогу, консультації на заняттях та в позааудиторний час. Студентам з більш високим рівнем підготовки можна запропонувати виконати завдання підвищеної складності та завдання творчого характеру. Крім того студентам надається можливість працювати у зручному для них темпі.

Висновки

Ці наведені принципи були враховані при розробці методичних вказівок до лабораторних робіт з дисципліни «Інформатика і ТЗН» для студентів гуманітарних спеціальностей. На початку вивчення курсу студенти одержують навчальні матеріали та методичні рекомендації, за допомогою яких вони можуть вивчати теми для самостійної роботи, виконувати завдання лабораторних робіт, складати звіти, готувати реферати в індивідуальному режимі роботи. Як показав досвід, індивідуалізація навчання сприяє формуванню позитивної мотивації, підвищенню інтересу до навчання, кращому засвоєнню студентами навчального матеріалу, покращенню успішності студентів.

Література

[1] *Чобітько М.Г.* Особистісно-орієнтоване професійне навчання: зміст і структура. // Педагогіка і психологія — 2005 — №3.

[2] *Сікорський П., Горіна О.* Сутність та принципи диференційованого підходу в навчанні студентів. // Вища школа — 2007 — №5.

[3] *Чернилевский Д.В.* Дидактические технологии в высшей школе. — М., 2002.

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗОШ ТА ВНЗ

УДК 372.851

Крилова І.В., Беседін Б.Б.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та методики викладання математики, СДПУ*

e-mail: besedin_boris@ukr.net

ФОРМУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ У УЧНІВ СТАРШИХ КЛАСІВ

У статті розглядається формування елементів дослідницької діяльності учнів старших класів. Об'єктом вивчення став процес навчання математики в курсі старшої школи. Під час вивчення даного питання ми прийшло до того, що включення в навчання математики системи дослідницьких задач дозволить сформувати у учнів розглянуті елементи дослідницької діяльності, що в свою чергу приведе к підвищенню рівня їх математичного розвитку.

Ключові слова: *дослідницька діяльність, дослідницькі здібності, дослідницька поведінка, задача.*

Вступ

Однією з насущних проблем, яка стоїть перед нашим суспільством в 21 столітті, є зростання вимог до розвитку творчої особистості, яка повинна мати гнучке продуктивне і дослідницьке мислення, розвиту активну уяву для вирішення надскладних задач, що висуває життя. Зацікавленість суспільства в прогресі науки вимагає розвитку професійних дослідницьких навичок. Необхідність підготовки великої армії дослідників висунула на перший план задачу прилучення учнів до дослідницької діяльності і розвитку здібностей до неї в процесі навчання. У силу того, що дослідницька діяльність є однією з форм творчої, цю задачу варто розглядати як складову частину проблеми розвитку творчих здібностей учнів, що займає особливе становище серед сучасних проблем педагогічної науки і школи. Від успішного вирішення цих проблем багато в чому залежить виховання покоління, що зможе адекватно реагувати на інформаційний і техніко-науковий ріст рівня повсякденного життя нового сучасного суспільства. Відповідно до цього необхідні вибір і розробка адекватних засобів формування елементів дослідницької діяльності.

У суспільстві відбуваються бурхливі зміни. Людина змушена реагувати на них адекватно і, отже, повинна активізувати свій творчий і дослідницький потенціал. Тому вирішувати питання розвитку дослідницької діяльності повинні не тільки вищі навчальні заклади, але обов'язково і шкільні установи, у яких відбувається становлення всіх психічних функцій.

Тому в даний час на перший план висуваються методи навчання, що сприяють розвиненню творчих здібностей учнів. Це визначає посилення проблемності навчання і вимагає подальшого удосконалення дослідницького методу, при якому досягається найбільша самостійність учнів і відбувається залучення їх у діяльність, що імітує науково-дослідну роботу вчених.

Прилучення учнів до дослідницької діяльності і розвиток їхніх дослідницьких здібностей - проблема складна і багатопланова. Різні її сторони розглядалися в роботах В.А. Крутецького, Л.М. Фрідмана. Значу роль у вирішенні зазначеної проблеми в напрямку, пов'язаним з розв'язанням задач, зіграли відомі роботи американського математика і педагога Дж. Пойа.

Велика частина робіт, пов'язаних із застосуванням дослідницького методу в навчанні математиці, була присвячена методиці вивчення конкретних розділів курсу. У той же час питання про формування узагальнених прийомів дослідницької діяльності учнів при вивченні математики окремо розглядалась не достатньо [1, с.136].

У зв'язку з цим виникає потреба в побудові і обґрунтуванні методики формування елементів дослідницької діяльності у учнів старших класів.

Основна частина

Математика як навчальний предмет має особливості, що дають сприятливі умови для прилучення учнів до дослідницької діяльності і розвитку здібностей до неї в процесі навчання. Однак, у даний час при навчанні математики здатність до дослідницької діяльності розвивається недостатньо. Завчання фактів найчастіше переважає над їхнім глибоким розумінням і умінням застосовувати. Аналіз спостережень за навчальним процесом показує, що значне число учнів не уявляють собі, як приступити до розв'язання задачі, якщо вона не є вправою шаблонового типу, а поставлена незвичайно, якщо її формулювання відрізняється від прийнятих у підручниках стандартів.

Історія свідчить, що математика як наука виникла із задач і розвивається в основному для розв'язування задач. Найдавніші єгипетські математичні папіруси - це збірки задач. У них немає яких-небудь загальних правил, а є тільки розв'язання деяких задач на обчислення.

Задачі стимулювали не лише виникнення, а й подальший розвиток математичної науки. Основну роль, звичайно, відігравали задачі, поставлені життям. Вони насамперед примушували вчених розробляти нові алгоритми, виявляти нові закономірності, створювати нові методи дослідження. Тобто завдяки задачам стимулювалась і розвивалась дослідницька діяльність.

У літературі з психології і педагогіки немає єдиного трактування поняття «задача». Автори по-різному тлумачать це поняття - залежно від підходу до зв'язку між суб'єктом і задачею. У кібернетиці, дидактиці і методиці навчання математики задача трактується як ситуація зовнішньої діяльності, яка пропонується у відриві від суб'єкта діяльності. Тому задача тут трактується як будь-яка вимога обчислити, перетворити що-небудь, побудувати або довести щось. У психології задача розглядається як мета, задана в певних умовах, як особлива характеристика діяльності суб'єкта. Задача тут тлумачиться як суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої діяльності, у якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта.

Процес розв'язання задачі, як розумова діяльність досліджується психологією і аналізується методикою математики. Останніми роками робиться спроба дослідити задачі як такі, а не лише процес їх розв'язування. Звертається увага на потребу мати чітке уявлення про структуру задачі. Відомо, що в кожній задачі є умова (умови) і вимога (вимоги).

В шкільній практиці панує навчання розв'язанню задач на основі введеної раніше їх типізації. Такий шлях навчання дає результати в тому сенсі, що учень швидко розв'язує задачу, якщо він може визначити тип, до якого вона належить. Однак, цей шлях заважає самостійному мисленню учнів. Вони стають безпорадними, коли зустрічають незвичайну, нестандартну задачу, якщо навіть вона по складності не переважає ті, які розв'язувались раніше.

Введення в побут терміна «дослідницька діяльність» вимагає появи і визначення наступного, тісно зв'язаного з ним поняття — «дослідницькі здібності». Дослідницькі здібності логічно кваліфікувати відповідно до традицій вітчизняної психології як індивідуальні особливості особистості, що є суб'єктивними умовами успішного здійснення дослідницької діяльності.

Вони, як і всі інші здібності, мають в основі своєї дві складові: біологічну (генотипну) і середовищну. Сполучення особливих генотипних і середовищних факторів народжує внутрішнє, психічне утворення, іменоване «дослідницькими здібностями». Дослідницькі здібності виявляються в глибині, міцності оволодіння способами, прийомами й елементами дослідницької діяльності, але не зводяться до них. Причому дуже важливо розуміти, що мова йде і про саме прагнення до пошуку, і про здатності оцінювати (обробляти) його результати, і про уміння будувати свою подальшу поведінку в умовах ситуації, що розвивається, спираючись на них.

Так, наприклад, звичайно в психологічних дослідженнях при визначенні рівня розвитку дослідницького поводження людини виявляється і піддається кількісній оцінці тільки лише здатність одержувати максимум інформації від об'єкта шляхом нерегламентованої взаємодії з ним. Це цілком припустимо при оцінці ступеня виразності пошукової активності, але при визначенні рівня розвитку дослідницьких здібностей потрібно принципово інший підхід.

У фундаменті дослідницької поведінки — психічна потреба в пошуковій активності. Основою усього виступає безумовний рефлекс, що одержав від свого першовідкривача І.П.Павлова найменування «орієнтовно-дослідницький рефлекс» або «рефлекс – що таке?». Рівень розвитку потреби в дослідницькій поведінці знаходиться в прямої залежності від рівня психічної організації живої істоти. Чим вище рівень розвитку потреби в дослідницькій поведінці, тим інтенсивніше розвивається організм. Виходить цікава закономірність: чим досконаліше нервова система, тим інтенсивніше вона себе удосконалює. Пошукова, дослідницька активність і є одним з основних механізмів, що забезпечують це прискорення [2, с.250-252].

Крім прагнення й уміння добувати максимум інформації в умовах нерегламентованої взаємодії з предметом, обов'язково потрібно оцінювати і здатності до сприйняття й уявної переробки інформації, що надходить у ході дослідження. Тобто, оцінюючи рівень розвитку дослідницьких здібностей, ми не можемо обмежитися оцінкою ступеня виразності пошукової активності, важливо і те, наскільки індивід здатний сприймати і засвоювати досвід, отриманий ним у ході дослідницької діяльності. Наскільки він здатний використовувати цей досвід надалі, у процесі розвитку ситуації.

У контексті даних міркувань особливу важливість здобуває питання індивідуальних розходжень у дослідницькій поведінці і рівнях розвитку дослідницьких здібностей.

Учбова дослідницька діяльність має наступні особливості: недетермінованість або неповна детермінованість відповідної діяльності; індивідуальність даної діяльності, а саме, необхідним атрибутом є вимога самостійного ухвалення рішення; продуктивність, а саме, спрямованість на одержання нового знання, що дозволяє виділити дослідницьку діяльність як форму творчої діяльності.

Д. Пойа вважав, що велике наукове відкриття дає рішення великої проблеми, але й у рішенні будь-якої задачі присутня крупиця відкриття. Дійсно, задача може бути скромною, але якщо вона кидає виклик допитливості і змушує бути винахідливим, то ви зможете випробувати ведучу до відкриття напругу розуму і насолодитися радістю перемоги. [3, с.25].

Залучення учнів у дослідницьку діяльність, ознайомлення їх на репродуктивному і творчому рівнях з елементами цієї діяльності, найбільше природно протікає в процесі розв'язання задач. Цим визначається місце навчальної дослідницької діяльності, пов'язаною з використанням математичних уявлень і методів. Звідси випливає необхідність включення в навчання математиці дослідницьких задач, що припускає визначену переробку сформованої системи задач курсу математики. Роль, яку дослідницька діяльність має в процесі навчання математиці, полягає в підвищенні рівня математичного розвитку учнів. Що безперечно є дуже важливо для процесу навчання математиці зокрема, і інших предметів взагалі. Такі елементи як розбивка задачі на підзадачі, установлення структурної подібності зовні різних систем задач, бачення динаміки задачі, організація перебору і деякі інші є носіями основних властивостей дослідницької діяльності.

Формування елементів дослідницької діяльності відбувається за допомогою спеціальних задач, які поділені на два класи. Задачі першого класу являють собою «зразки», «рецепти» дій. Вони спрямовані на знайомство з елементами дослідницької діяльності і їх складовими операціями, на розгляд структури, динаміки, логіки і різних сторін виконання відповідних дій, на застосування них. Кожна з задач однієї групи розбита на підзадачі, рішення яких дає нам рішення вихідної задачі. При цьому кількість підзадач може варіюватися в залежності від індивідуальних особливостей учня, якому вона пропонується. Чим сильніше учень – тим менше йому необхідно підзадач для розв'язання даної задачі. І навпаки, чим слабкіше учень – тим більша кількість підзадач йому необхідна.

Задачі другого класу повинні бути спрямовані на залучення учнів у навчальну дослідницьку діяльність. Розв'язання цих задач, у відмінності від задач першого класу, де виконання конкретної дії фіксується, вимагає вибору необхідних дій, уміння орієнтуватися в проблемній ситуації. Діяльність пов'язана з розв'язанням задач цього класу на даному етапі навчання не повинна бути детермінованою. А це можливо тільки в тому випадку, коли методи розв'язання цих задач на даному етапі навчання не мали місця в практиці учнів, коли учні не мають можливості організувати свою діяльність строго за зразком. В основі методики навчання учнів відповідним діям лежить знайомство з різними сторонами їхнього виконання, при цьому розглядати складові їхні операції передбачається неявним образом.

Знайомство учнів з відповідними операціями відбувається на рівні протиставлення, у процесі взаємних переходів між полюсами: «істотний»-

«несуттєвий» елемент задачі, «вірні»-«невірні» зв'язки, «істотні»-«несуттєві» зв'язки, «повне»-«неповне» безліч підзадач, «суперечливе»-«несуперечливе» безліч підзадач і т.д..

Навчальна дослідницька діяльність повинна як можна більше імітувати наукову дослідницьку діяльність. Тому розв'язання задачі повинно містити основні етапи дослідження. Одним з основних етапів дослідницької діяльності є етап побудови гіпотези. Це сприяє розвиненню математичної інтуїції учнів і досягається за рахунок відповідної постановки задачі. Слід ще раз наголосити, що при викладанні даного матеріалу вчителю необхідно використовувати наступні методи навчання: проблемний виклад, пошукова бесіда, дослідницький і особливу увагу треба приділити евристичному методу. Підбір засобів навчання для організації навчально-дослідницької діяльності школярів при вивченні математики передбачає комплексне поєднання традиційних засобів навчального процесу. Використання різноманітних засобів навчання дозволяє вчителеві цілеспрямовано й ефективно керувати процесом самостійної дослідницької діяльності учнів, формує елементи інформаційної культури учнів, і разом з тим, стимулює інтерес учнів до вивчення математики, готує їх до неперервної освіти в майбутньому.

Висновки

Дослідницька діяльність – особливий вид діяльності, породжувана в результаті функціонування механізму пошукової активності і споруджувана на базі дослідницької поведінки. Місце дослідницької діяльності знаходиться насамперед у математиці у задачах. Причому ці задачі, мають нести у собі елемент нестандартності, тобто мають бути нестандартними. Формування елементів дослідницької діяльності відбувається за допомогою спеціальних задач, які поділені на два класи.

Література

[1] *Бабанский Ю.К.* Методы обучения в современной общеобразовательной школе. М.: Педагогика, 1985. — 287 с.

[2] *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей школьников. — М.: Просвещение, 1968. — 431 с.

[3] *Пойа Д.* Математическое открытие. М., 1976. — 448 с.

[4] *Пойа Д.* Как решать задачу. Пер. с англ. М., 1961. — 207 с.

[5] *Фридман Л.М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М.: Педагогика, 1977. — 207 с.

УДК 372.851

Довбонос М.С., Беседін Б.Б.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та методики викладання математики, СДПУ*

e-mail: marinaori@rambler.ru, besedin_boris@ukr.net

ФОРМУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТВОРЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена необхідності включення в процес навчання математики елементів творчої діяльності. В ході вивчення даної теми, виявлено, що формування елементів творчої діяльності відбувається за допомогою спеціальних задач, які сприяють розвитку творчих здібностей.

Ключові слова: *творча діяльність, задача, творчі здібності.*

Вступ

В останній час гостро стоїть проблема творчості та розвитку творчих здібностей школяра: уяви, інтуїції, мислення, оригінальних засобів дій, відходу від шаблонів і т. ін.. Зараз проходить перегляд теоретичних позицій відносно природи творчості, критеріїв діагностики творчих здібностей у цілому, ведуться пошуки джерел креативності, умов, які сприяють розвитку творчого потенціалу.

Необхідність включення в процес навчання математики елементів творчості визнається всіма. Ця проблема вирішується в рамках включення учнів в активну пізнавальну діяльність, що дозволяє розвивати їх творчі здібності, беручи за основу принципи розвиваючого навчання, розроблені в працях С.Л.Рубінштейна та інших [5,6]. Приймаючи позицію Л.С.Виготського, що навчання веде за собою розвиток, були реалізовані різні підходи до розвитку творчої математичної діяльності учнів.

Творча діяльність є закономірним етапом людської діяльності взагалі, підсумком попереднього розвитку форм цієї діяльності, новою, якісною сходинкою формування особистості. Творча діяльність розвивається в самій діяльності, вона є новим етапом у розвитку особистості.

Головні аспекти творчості взагалі можна зустріти у працях відомих філософів і психологів: В.А.Крутецького, С.Л. Рубінштейна, Л.М. Фрідмана та інших [2,5,7].

Залучення учнів до творчої діяльності і розвиток їх творчих здібностей – проблема складна і багатопланова. Різні її сторони розглядаються в роботах А.Н. Колмогорова, В.А.Крутецького та інших [1,2]. Цю проблему намагався розв'язати американський математик і педагог Дж. Пойя [4].

У роботах психологів підкреслюється важлива роль, яку у творчих процесах грають знання, що є умовою і передумовою успішної творчої діяльності.

Основна частина

Математика як навчальний предмет має особливості, які створюють сприятливі умови для залучення учнів до творчої діяльності і розвитку здібностей до неї в процесі навчання. Як свідчить аналіз шкільної практики та досвід вчителів розвиток здібностей до творчої математичної діяльності відбувається з деякими труднощам.

Виникає необхідність більш глибокого вивчення проблеми формування творчої математичної діяльності учнів, а задача педагога – побачити індивідуальну креативність учня і прагнути розвивати її.

Саме у процесі вивчення математики розвиваються здібності до творчої діяльності, які мають такі компоненти:

1) швидке запам'ятовування та збереження в пам'яті не тільки чисел і конкретних даних, а й способів розв'язування типових задач, логічних схем;

2) уміння швидко узагальнювати (кожна конкретна задача розв'язується як типова);

3) миттєве виділення суттєвих ознак під час сприйняття умови задачі, формалізоване бачення математичного матеріалу;

4) тенденція міркувати згорнутими умовами;

5) велика рухливість розумових процесів, легкий і вільний перехід від однієї розумової операції до іншої, з прямого на зворотний хід думок;

6) винахідливість у подоланні труднощів, уміння дивитися на проблему під різними кутами зору;

7) високий рівень просторової уяви, вміння переводити математичні проблеми (задачі) у наочно-образні;

8) прагнення до ясності, простоти, раціональності розв'язань;

9) уміння знаходити логічний і математичний сенс у багатьох явищах дійсності, здійснювати своєрідне перенесення математичних методів дослідження на нематематичні явища.

Математичні здібності – це індивідуально-психологічні особливості людини, що сприяють більш високій продуктивності її математичної діяльності, дозволяють використовувати в її процесі нестандартні шляхи та методи, створювати в результаті порівняно новий продукт розумової діяльності. Діагностика, формування і розвиток математичних здібностей відбувається у процесі математичної діяльності водночас з формуванням загальнонавчальних умінь і здібностей, математичних знань і умінь на їх основі.

Природно, що математичні здібності розвиваються у процесі розв'язування нетипових задач. Але допоміжні засоби, такі як свідоме відпрацювання окремих типів і прийомів розумової діяльності, сприяють підвищенню ефективності цього процесу.

При виборі методів формування елементів творчої діяльності ми повинні враховувати ті здібності, які вже є, та розвивати здатність умілого перетворення складних буквених виразів, перебирання вдалих шляхів для розв'язання рівнянь, що не підходять під стандартні правила; геометричну уяву (чи геометричну інтуїцію); вміння правильного розчленованого логічного міркування.

На думку І.Я.Лернера [3], дослідницький метод є основним методом навчання творчої діяльності. Коли називаємо його основним, то маємо на увазі неможливість заміни його іншим для засвоєння досвіду творчої діяльності на суспільно-необхідному рівні.

Сформулюємо принципи формування елементів творчої діяльності:

1. *Принцип науковості* полягає в розкритті причинно-наслідкових зв'язків явищ, процесів, подій; створенні вірних уявлень про загальні методи наукового пізнання; показі могутності людських знань і науки (математики).

2. *Принцип систематичності.* Процес формування елементів творчої діяльності учнів повинен бути системним і послідовним: дотримання послідовності у вивченні навчального матеріалу (передбачає рух у напрямку від простого до складного,від відомого до невідомого, від уявлень до знань, від знань до умінь і навичок); систематичне розв'язання творчих завдань.

3. *Принцип індивідуального підходу до учнів.* Слід максимально враховувати індивідуальні особливості кожного учня: фізіологічні, психологічні, рівень здібності до предмету. До методичних засобів реалізації цього принципу відносяться короткий аналіз ідей і методів розв'язування задачі.

4. *Принцип формування пізнавальної активності учнів.* Застосовуючи різноманітні форми і методи роботи з дітьми, можна впливати на рівень пізнавальної активності учнів (робота в групах, творче домашнє завдання, реферати, доповіді, диспути, різні позакласні заходи).

5. *Принцип емоційності навчання.* Під емоційністю навчання треба розуміти: жвавий, образний виклад матеріалу; красу в логіці викладу навчального матеріалу; використання цікавих прикладів; створення почуття виконаного обов'язку.

6. *Принцип поетапного формування навичок дослідницької роботи.* Характеризуючи дослідницький метод, необхідно вказати на те, що цей метод, навіть при його простих варіантах, передбачає готовність учня до цілісного розв'язання проблемної задачі, тобто до самостійного проходження всіх етапів дослідження. Залучення учнів у дослідницьку діяльність, ознайомлення їх на репродуктивному і творчому рівнях з елементами цієї діяльності, найбільш природно протікає в процесі розв'язання задач.

7. *Принцип розвитку творчого мислення.* Удосконалення методики роботи вчителя суттєво залежить від його вміння цілеспрямовано керувати діяльністю учнів. Одне з важливих завдань учителя – розробка технології навчання розв'язанню задач, яка найбільшою мірою сприяла би розвиненню творчого мислення. Бажано пропонувати учням для самостійного розв'язування нестандартні й творчі задачі, щоб їх мислення було спрямоване не на засвоєння прийомів розв'язку, а на їх відкриття в процесі особистої навчальної діяльності.

Висновки

Проведений аналіз психолого-педагогічної літератури дозволив сформулювати основні принципи формування елементів творчої діяльності учнів на уроках математики, використання яких створює сприятливі умови для підвищення якості навчання математики.

Література

[1] *Колмогоров А.Н.* О профессии математика. — М.: Просвещение, 1959. — 285с.
[2] *Крутецкий В.А.* Психология обучения и воспитания школьников. — М.: Просвещение, 1976. — 303с.
[3] *Лернер И.Я.* Процесс обучения и его закономерности-М., 1980.
[4] *Пойа Д.* Математическое открытие. — М., 1970. — 452с.
[5] *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии. — М.: Учпедгиз, 1946. — 643с.
[6] *Рубинштейн С.Л.* Проблема способностей и вопросы психологической теории. «Вопросы психологии», 1960, №3.
[7] *Фридман Л.М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. — М.: Просвещение, 1983. — 160с.

УДК 372.851

Павленко Д.О., Беседін Б.Б.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та МВМ, СДПУ*

e-mail: besedin_boris@ukr.net

ЗАДАЧІ НА ПОБУДОВУ ЯК ЗАСІБ РОЗВИНЕННЯ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

Стаття присвячена розвитку просторового мислення учнів на уроках стереометрії за допомогою задач на побудову. Розглянуті місце та роль задач на побудову у навчальному процесі та їх вплив на розвиток просторового мислення учнів.

Ключові слова: *просторове мислення, задачі на побудову.*

Вступ

На сучасному етапі розвитку людства важко переоцінити внесок математики в розвиток інтелектуальних здібностей людини. Не останнє місце в цьому процесі посідає геометрія.

Курс сучасної шкільної геометрії неможливо представити без стереометрії, яку в свою чергу без задач на побудову. Нажаль, у багатьох учнів не достатньо розвинене просторове мислення, через це виникають труднощі із задачами у просторі.

Місце задач на побудову в розвитку просторового мислення досліджували багато методистів.

Так, Зєнгін О.Р. виділяє метод паралельного проектування [4]. Пєрєпьолкін Д.І. розглядає геометричні побудови як метод навчання самих геометричних фактів, говорячи не про окремі задачі, а лише про типи задач [6]. Сємушкін О.Д. за основу свого методу викладання матеріалу бере проекційне креслення [7]. Литвиненко М.В. приділяє значну увагу побудові перерізів. [5]. Гольдберг Я.Є. робить детальний аналіз всіх можливих задач у просторі, розглядає методи та прийоми їх розв'язування і те, як навчити учня працювати з цими задачами [2].

Але, разом з тим, на нашу думку, задачі на побудову не зайняли відповідного місця в системі задач, представлених у підручниках геометрії. З іншого боку, вчителі також не приділяють достатньо уваги задачам на побудову як засобу розвинення просторового мислення учнів.

Основна частина

Просторове мислення, як відомо, є складовою частиною чуттєво-образного мислення і не є апріорі визначеним, запрограмованим від народження. Воно формується в процесі індивідуального розвитку людини. Формування образного мислення в усій повноті та своєрідності його функцій – необхідна умова ефективного засвоєння знань, і, разом з тим, це один із важливих засобів розвитку особистості.

Уявлення є почуттєвим образом. Однак, на відміну від сприйняття, уявлення являє собою образ «предмета» (або явища), що у даний момент на органи почуттів не діє, але діяв у минулому.

Прийнято розділяти уявлення на два основних види: образи пам'яті (відтворення образів, предметів, що колись сприймалися) і образи уяви (нові образи, сформовані в результаті трансформації тих, котрі зберігаються в пам'яті) [1]. У процесі навчання важливо розвивати обидва види уявлень.

Дослідження ряду авторів показують, що однією з найбільш характерних особливостей уявлень є їхня узагальненість [3]. У результаті багаторазового сприйняття подібних предметів у людини формується деякий їхній збірний образ.

У процесі переходу від сприйняття до уявлення відбувається певна схематизація почуттєвого образа. Деякі його деталі як би затушовуються і редукуються, інші, навпаки, підкреслюються і підсилюються. Схематизація образа зв'язана з утратою частини інформації, тому уявлення по своїй повноті завжди уступає сприйняттю [3].

Цей момент важливо враховувати при організації навчальної діяльності школярів. Очевидно, для формування в них тих або інших уявлень недостатньо тільки демонстрації (показу) відповідних предметів; демонстрація повинна сполучатися з виконанням практичних дій. Найбільш ефективними методами формування просторових уявлень є такі, котрі забезпечують сполучення сприйняття реальних предметів, практичної дії з ними і словом, що їх позначає.

Уява розвивається в процесі навчання. Однією з найважливіших задач цього процесу є формування у учнів прийомів уяви. Як показала Е.Н.Кабанова-Меллер, прийоми уяви формуються поетапно [1].

Так, при формуванні прийомів уяви, зв'язаних зі складанням креслення геометричного тіла в системі прямокутних проекцій, спостерігаються наступні етапи:

перший етап — оволодіння наочним прийомом складання проекцій на основі показу і розповіді вчителя;

другий етап — перенос наочного прийому до уявної сфери. Такий перенос може здійснюватися різними способами. Один зі способів полягає в тому, що учні думкою повторюють ті ж дії, що вони виконували. В інших випадках повторення дій виявляється згорнутим, і учень як би відразу уявляє собі обриси кожної з трьох проекцій на основі спостережень предмета.

Формування прийому створення уявлення при читанні креслення також проходить два етапи. На першому етапі образ створюється за допомогою додаткової наочної опори, на другому – здійснюється перенос прийому до уявної сфери.

Таким чином, спочатку формуються прийоми виконання практичної дії (з опорою на сприйняття реального предмета), і тільки потім вони переносяться в розумову сферу, тобто учні починають виконувати їх у розумі. У тому випадку, коли задача представити предмет по його кресленню виявляється важкою для учня, перехід до практичної дії може сприяти її розв'язанню.

Одна з найважливіших умов розвитку просторової уяви – практична діяльність. Однак перехід від практичних дій до дій у розумі здійснюється, очевидно, не автоматично. Не можна уявляти собі справу так, що досить людині просто виконати ту чи іншу дію практично, щоб негайно ж навчитися виконувати її в розумі. Такий перехід вимагає спеціальної роботи, спрямованої на аналіз перетворення предмета під час маніпулювання з ним. Інакше кажучи, практична дія повинна включати спеціальний аналіз тих змін предмета, що він потерпає в процесі виконання цієї дії.

Вчителю, що викладає математику в старших класах, відомі певні труднощі, які виникають у процесі викладання стереометрії з перших її уроків. При знайомстві з аксіомами стереометрії просторові уявлення учнів розвинені слабо. Початкові відомості зі стереометрії мають абстрактний характер, засвоєння матеріалу будується на заучуванні, і, таким чином, спостерігається деякий формалізм у знаннях учнів. Вони втрачають інтерес до предмету, і більшість з них вважають стереометрію важким шкільним предметом.

Значна частина вказаних проблем вирішується, якщо на початкових етапах вивчення теоретичний матеріал дається або на основі завдань, або з «виходом» на завдання, які потребують побудов просторових фігур або побудов на зображеннях цих фігур.

Для вирішення задачі розвитку просторового мислення необхідно методично реалізувати і підтримати змістовно (через учбові завдання) транзитивний зв'язок:

$$\text{завдання на побудову} \Rightarrow \text{розвиток просторового мислення учня} \Rightarrow \text{математичний розвиток учня.}$$

Застосування задач на побудову створює опорні моменти у викладанні стереометрії, які дозволяють не лише сформувати просторові уявлення в учнів, а й зробити предмет стереометрії наочним, доступним і цікавим для учнів, систематизувати знання зі стереометрії, збільшити варіативність методів навчання і підсилити їх ефективність.

Висновки

Задачі на побудову становлять базу для роботи, що сприяє розвитку навичок побудови фігур, формуванню вміння читати і розуміти креслення, встановлювати зв'язки між його частинами. Саме тому, незначна частина задач на побудову в системі задач шкільних підручників з геометрії обумовлює недостатній розвиток просторового мислення учнів.

Для того, щоб досягти найбільш високих успіхів у розвитку просторового мислення учнів, необхідно використовувати задачі на побудову. Час, що витрачається на розв'язування цих задач, окупається сповна. Адже, при розв'язуванні вказаних задач, конкретизується теоретичний матеріал, а, отже, ефективніше формуються в учнів просторові уявлення.

Література

[1] *Глейзер А. Д.* Развитие пространственных представлений школьников при изучении геометрии. А. Д. Глейзер. — М.: Педагогика, 1978. — 104 с.

[2] *Гольдберг Я.Е.* С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособие для учителя.: К.: Рад.шк., 1990. — 118 с.

[3] *Ботвинников А.Д., Ломов Б.Ф.* Научные основы формирования графических знаний, умений и навыков школьников.: М.: Педагогика, 1979. — 255 с.

[4] *Зенгин А.Р.* Основные принципы построения изображений в стереометрии: Пособие для учителей.: М.: УЧПЕДГИЗ, 1962. — 108 с.

[5] *Литвиненко В.Н.* Задачи на развитие пространственных представлений: Книга для учителя.: М.: «Просвещение», 1991. — 127 с.

[6] *Перепёлкин Д.И.* Геометрические построения в средней школе: Пособие для учителей.: М.: УЧПЕДГИЗ, 1953. — 84 с.

[7] *Семушкин А.Д.* Методика обучения решению задач на построение по стереометрии.: М., 1959. — 159 с.

УДК 372.851

Буглак О.М., Беседін Б.Б.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та МВМ, СДПУ*

e-mail: elena_buglak@ukr.net, besedin_boris@ukr.net

ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВИХ УЯВЛЕНЬ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Стаття присвячена проблемі формування просторових уявлень на уроках стереометрії, як невід'ємної складової для розширення уяви взагалі та для вільного формування узагальнених та динамічних уявлень про оточуючий світ, емоційне відношення до явищ дійсності, їх етичної та естетичної оцінки.

Ключові слова: *просторові уявлення, просторове мислення.*

Вступ

При засвоєнні курсу середньої школи учні повинні не тільки опанувати основами наук, але й ознайомитися з основами виробничих процесів. Звідси актуальності у викладанні фізико-математичних дисциплін набуває робота, пов'язана з розвитком навичок з побудови та читання креслень, необхідних і архітектору, і інженеру, і кваліфікованому робітнику-новатору. У світлі цих завдань важливе місце займає проблема розвитку просторових уявлень на уроках математики, зокрема, геометрії (планіметрії та стереометрії), бо без добре розвинених просторових уявлень неможливо ні побудувати, ні прочитати креслення. В даний час в якості одного з головних критеріїв математичного розвитку особистості багато психологів розглядають рівень розвитку просторового мислення, який характеризується умінням оперувати просторовими образами. Математика є одним з тих предметів, при вивченні якого важливе місце відводиться зоровому каналу надходження інформації.

Проблемою формування і розвитку просторових уявлень займалися багато математиків-методистів: Александров А.Д. [1], Глейзер Г.Д. [2], Якиманська І.С. [8], Зламанюк Л. [4], Ломов Б.Ф. [5], Чернишова Л.Ю. [7] та інші.

Останнім часом відзначається зниження геометричній підготовленості учнів. Це проявляється в першу чергу в низькому рівні розвитку просторового мислення. Можна виділити дві основні причини такого стану: процес навчання геометрії в школі будується як вивчення науки геометрії, а значить, не завжди враховуються психологічні закономірності розвитку мислення, особливості сприйняття, особистісний досвід учнів; просторове мислення є різновидом образного, але основні якості образного мислення в рамках шкільної програми з математики сформувати неможливо.

Основна частина

Просторове мислення — вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв'язання різних практичних і теоретичних задач.

Академік А.Д. Александров [1] зазначає, що завдання викладання геометрії – розвинути в учнів відповідні три якості: просторову уяву, практичне розуміння та логічне мислення. Просторова уява становить важливий компонент у загальній здатності людини до уяви і має істотне значення в ряді відносин. Воно, зрозуміло, взагалі необхідно людині для орієнтування в навколишньому світі і в розвинутій формі істотно для багатьох видів діяльності.

Одним з основних завдань вивчення стереометрії в сучасній школі є розвиток просторового мислення. Але просторове мислення школярів розвивається різними шляхами, причому часто цей процес відбувається стихійно, без цілеспрямованого впливу педагога. Основною причиною ускладнень при залученні дітей до діяльності з просторовими образами є недостатній рівень навчально-методичного забезпечення цього процесу. Актуального значення набула ця проблема у вивченні геометрії, особливо стереометрії, яке ґрунтується на розпізнаванні, побудові та переміщенні геометричних образів.

Можна виділити як варіант розвитку просторового мислення в учнів розробку спеціального інформаційного середовища навчання стереометрії, що ґрунтується на результатах психолого-педагогічних дослідженнях особливостей просторового виду мислення. *Інформаційне середовище* навчання стереометрії, окрім загальноприйнятих елементів таких, як підручники, посібники, методична література, дидактичні комп'ютерні програми тощо, повинно включати наступні елементи:

1. Методичний комплект для діагностування рівня розвитку просторового мислення учнів.

2. Комплекс візуальних інформаційних схем, зошитів, конспектів, таблиць з теоретичного матеріалу, системи візуальних задач зі стереометрії та їх методичний супровід, які сприятимуть розвитку просторового мислення учнів в процесі навчання.

В сучасній науково-методичній літературі розроблені ґрунтовні діагностичні методики, спрямовані на дослідження рівня розвитку просторового мислення. Але більшість з них не пристосовані для проведення масової оперативної діагностики учнів та, крім того, повноцінно не діагностують розвиток специфічних для стереометрії елементів структури просторового мислення.

Широкі можливості для розвитку просторових уявлень відкриваються при використанні різних наочних посібників і ТЗН. Можна організувати роботу з виготовлення наочних посібників силами учнів. Ця робота потребує від них і певних знань, і досить розвинутої просторової уяви. Робота з виготовлення саморобних навчальних наочних посібників проводиться під керівництвом вчителя в класі, в позаурочний час, у гуртках і шкільних виробничих майстерень. Крім позитивного впливу на засвоєння курсу математики, така робота сприяє підвищенню ефективності уроку.

Перехід від планіметрії до вивчення стереометрії викликає в учнів великі трудноші і пов'язані вони з тим, що в цьому курсі відсутні алгоритми (практично кожна задача і кожна теорема вирішуються і доводяться як нові) і з тим, що у школярів нерозвинені просторові уявлення. Розвиток просторових уявлень в учнів в курсі стереометрії повинно йти перш за все за рахунок істотного поповнення запасів просторових уявлень, отриманих школярами в пропедевтичному курсі математики і в систематичному курсі планіметрії.

З метою розвитку просторових уявлень в процесі вивчення курсу стереометрії на нашу думку доцільно використовувати моделювання, ТЗН і роботу з розгортками.

Моделювання при вивченні стереометрії у школі сприяє розвитку просторової уяви. Уява – це психічна діяльність, яка полягає у створенні уявлень і уявних ситуацій, які ніколи в цілому не сприймалися в дійсності. Вона заснована на оперуванні конкретними чуттєвими образами або наочними моделями дійсності, але при цьому має риси опосередкованого, узагальненого пізнання, що об'єднує його з мисленням. Важливо звернути увагу на важливість роботи учнів із макетами, оскільки ряди зорових відчуттів міцно пов'язуються із рядами відчуттів м'язових та дотиково-м'язових, і їх сполучення воєдино викликає у дітей ту справжню наочність стосовно геометричних образів, значення якої перевищує у декілька разів показування моделі вчителем.

Макети фігур (вони можуть виступати і як моделі) можна використовувати з різною педагогічною спрямованістю:
1. Демонстрація моделі з метою полегшення сприймання теоретичного матеріалу та формування математичних понять, а також для використання при розв'язанні задач. 2. Макети можуть виступати у ролі ілюстрації окремих теоретичних положень. 3. Макети доцільно використовувати для спростування неправильних уявлень та покращення просторової уяви учнів. 4. Макети — це дієвий засіб вироблення окомірних навичок. 5. Макети виступають також як тренувальне поле для здійснення прямих та обернених

операцій. Наприклад, маючи вже готову фігуру, завжди можна виконати зворотний процес: розгорнути фігуру та отримати аркуш паперу, з якого її виготовили. 6. Зручно використовувати макет як засіб показу взаємозв'язку та перетворення площинних та об'ємних фігур. 7. Цілком очевидно, що макети фігур — це також матеріал для проведення лабораторних робіт. 8. Доцільно обирати такі макети і для створення рисунка просторової фігури. 9. Виготовлення макету може бути одним з видів домашнього завдання.

Використання ТЗН не повинно замінювати діяльність учителя, а лише доповнювати її. Розвивати просторову уяву можна за допомогою презентацій, програмного забезпечення «Жива математика», математичних пакетів Maple, Mathcad та ін. Це дозволяє збільшити обсяг викладеного матеріалу. На презентаціях важливо використовувати анімацію з демонстрацією послідовності побудови.

Робота з розгортками. При вивченні стереометрії невід'ємною складовою є виготовлення просторових фігур з розгорток. Учням можна спочатку пропонувати готові заготовки, а вже потім розгортки, у яких не вистачає певних елементів.

Висновки. Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволив виділити методи формування просторових уявлень на уроках стереометрії, які передбачають використання наочних матеріалів: таблиць, розгорток, моделей, ТЗН, а також грамотне читання креслення і його виконання.

Література

[1] *Александров А.Д.* Избранные труды. — Новосибирск: Наука, 2007. — Т. 2 (Выпуклые многогранники). — 492с.

[2] *Глейзер Г.Д.* Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии, М.: Педагогика, 1978. — 104с.

[3] *Далингер В.А.* Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии. — Омск: ОГПИ, 1992.

[4] *Зламанюк Л.* Розвиток образного мислення старшокласників у роботі сучасного вчителя // Шлях освіти. — 2005. — №1.

[5] *Ломов Б.Ф.* Формирование графических знаний и навыков у учащихся. — М.: Высшая Школа, 1959.

[6] Методика викладання стереометрії / За ред. О.М.Астряба і О.С. Дубинчук. — К.: Радянська школа, 1956. – 280 с.

[7] *Чернышева Л.Ю.* Первые уроки стереометрии // Математика в школе. — 1986. — № 3. — С. 28-32.

[8] *Якиманская И.С.* Развитие пространственного мышления школьников. — М.: Педагогика, 1980. — 240 с.

УДК 514.115:372.851

Бунакова А.С., Кадубовський О.А.

[1] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

[2] *доцент кафедри геометрії та МВМ, СДПУ*

e-mail: stasy.makov@mail.ru, kadubovs@ukr.net

ПРО ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ КІЛ НУЛЬОВОГО РАДІУСУ

Дана стаття присвячена дослідженню граничних випадків при застосуванні пучків кіл (зокрема кіл нульового радіусу) та їх властивостей до розв'язування задач на побудову кіл з додатковими умовами. Також досліджується питання щодо можливих застосувань кіл нульового радіусу, як методу розв'язування певного кола задач на побудову в контексті порівняння з традиційними підходами.

Ключові слова: *кола нульового радіусу, задачі на побудову, граничний перехід.*

> «Было бы ошибкой считать, что с евклидовых времен учение о круге остается неизменным и что изложение его во всех учебниках одинаково. Напротив, разработка этой теории продолжается и в наше время. . . . истинный дух геометрии означает нечто большее: он требует подхода к изучению геометрических образов не с одной, а с разных точек зрения, ибо только такой путь ведет к полному знанию.» [8]
>
> **Литцман В.**

Вступ

Загально визнаною є теза про те, що задачі на побудову розвивають в учнів та студентів конструктивний підхід до осмислення геометричних знань, підвищують алгоритмічну культуру та розвивають логічне мислення і просторову уяву. Граничний перехід в геометричних задачах широко застосовується в курсі елементарної математики (наприклад, трикутник – як вироджена трапеція і т.ін.). Проте аналіз існуючої навчально-методичної літератури з геометрії кіл показав, що колам нульового радіусу (в контексті радикальної та діаметральної осей) приділяється недостатня увага. Виключенням є [7], [11] і [12], в яких застосування кіл нульового радіусу пропонується на рівні вказівок або ж другого альтернативного способу розв'язування.

На превеликий жаль, слід констатувати, що в навчально-методичній літературі є відсутніми (або ж авторам невідомими) дослідження щодо застосування кіл нульового радіусу (у зазначеному контексті), *як самостійного методу розв'язування певного кола задач на побудову.*

Дослідження ж авторів у цьому напрямку дозволяють стверджувати, що для певного кола задач на побудову (з ряду задач на застосування властивостей пучків кіл) традиційні підходи, в основі яких застосування властивостей пучків кіл, поступаються (в сенсі наочності та простоти) запропонованому у статті методу, заснованому на застосуванні кіл нульового радіусу (без використання пучків кіл у явному вигляді або ж пучків взагалі).

Не є також новиною, що в геометрії є гостра необхідність у класифікації та систематизації задач, зокрема за методами розв'язування.

Наведені факти визначають актуальність зазначених питань, спробі вирішення яких й присвячена дана стаття. Отже, метою даної статті є:

з одного боку – ознайомити вчителів та учнів ЗОШ з такими геометричними об'єктами, як *степінь точки відносно кола, радикальна і діаметральна вісь (двох) кіл, радикальний центр (трьох) кіл* та деякими їх застосуваннями до розв'язування геометричних задач, зокрема задач на побудову за допомогою циркуля та односторонньої лінійки без поділок;

з іншого боку – ознайомити студентів математичних спеціальностей педагогічних ВНЗ з одним із можливих способів розв'язування певного кола задач на побудову (20 з яких й наведено у даній статті), які традиційно потрапляли до списків задач на «застосування ГМТ» або ж на «застосування властивостей пучків кіл» (див. напр. [2, 3]), проте припускають більш прості розв'язування, засновані на використанні виключно властивостей радикальної осі та кіл нульового радіусу.

1. Основні поняття та зауваження

Означення 1. *Степенем точки* M *відносно кола* $\omega(O,r)$ *називають скалярну величину, що визначається рівністю* $\deg(M,\omega) = MO^2 - r^2$.

Твердження 1. *Геометричним місцем точок площини, які мають однаковий степінь відносно двох неконцентричних кіл* $\omega_1(O_1,r_1)$ *і* $\omega_2(O_2,r_2)$ *є пряма, що проходить через одну з таких точок перпендикулярно до прямої* (O_1O_2)*, яку називають лінією центрів цих кіл.*

Означення 2. *Пряму, що є ГМТ площини, які мають однаковий степінь відносно двох неконцентричних кіл* $\omega_1(O_1,r_1)$ *і* $\omega_2(O_2,r_2)$ *називають радикальною віссю, яку позначатимемо* $l_{rad}(\omega_1,\omega_2)$.

Зауваження 1. *Геометричний зміст степеня точки* M*, зовнішньої відносно кола* $\omega(O,r)$*, полягає в тому, що* $\deg(M,\omega)$ *є квадратом довжини відрізка дотичної, проведеної з точки* M *до кола* $\omega(O,r)$.

Тому ГМТ площини, довжини відрізків дотичних яких до двох даних неконцентричних кіл є рівними, є зовнішня частина радикальної осі цих кіл.

Означення 3. *Два кола називають ортогональними між собою, якщо дотичні до обох кіл в точці їх перетину є взаємно перпендикулярними.*

Твердження 2. *ГМ центрів кіл, ортогональних двом даним колам, є зовнішня частина радикальної осі цих кіл.*

Означення 4. *Коло* ω_1 *називають діаметральним до кола* ω *, якщо коло* ω_1 *перетинає коло* ω *у двох діаметрально протилежних точках.*

Твердження 3. *Геометричним місцем точок площини, що є центрами кіл діаметральних до двох неконцентричних кіл* ω_1 *і* ω_2 *є пряма, що проходить через одну з таких точок перпендикулярно до лінії центрів* (O_1O_2) .

Означення 5. *Пряму, що є ГМ центрів кіл діаметральних до двох неконцентричних кіл* ω_1 *і* ω_2 *, називають діаметральною віссю цих кіл, яку позначатимемо* $d_{iam}(\omega_1, \omega_2)$.

Зауваження 2. *ГМ центрів кіл, діаметральних до двох даних кіл, є пряма, симетрична радикальній осі даних кіл відносно середини відрізка, кінцями якого є центри цих кіл.*

Означення 6. *Пучком кіл називають сукупність кіл площини, що мають спільну радикальну вісь. В залежності від числа (*2*,* 1 *або* 0*) спільник точок кола пучка з його радикальною віссю виділяють* еліптичний, параболічний *та* гіперболічний *пучки.*

До основних *властивостей пучків* кіл слід віднести наступні:
1) центри кіл пучка належать одній прямій – лінії центрів пучка;
3) радикальна вісь розташована ближче до кола, радіус якого є меншим;
2) центри всіх кіл площини, ортогональних до кожного кола пучка P , належать одній прямій – радкальній осі даного пучка; всі такі кола утворюють пучок P^* , який називають спряженим до пучка P .

Означення 7. *Радикальним центром трьох кіл, центри яких не належать одній прямій, називають точку, що має однаковий степінь відносно цих кіл.*

Зв'язкою кіл називають сукупність кіл площини, що мають спільний радикальний центр.

Більш детальну інформацію з теорії пучків та зв'язок кіл можна знайти, наприклад в [1,10–12].

2. Основна частина

2.1. Побудова радикальної осі двох кіл, з яких хоча б одне є колом нульового радіусу

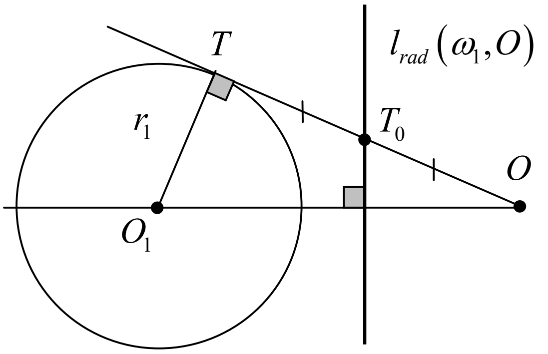


Рис. 1

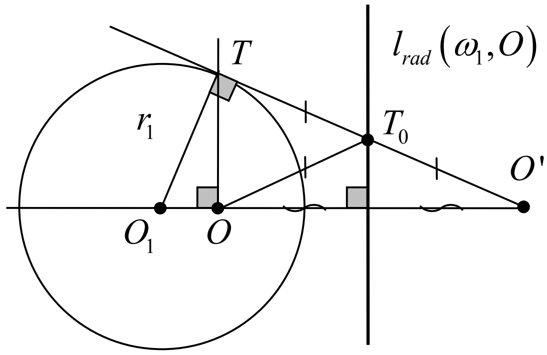


Рис. 2

Якщо точка O (коло нульового радіусу) є зовнішньою відносно кола $\omega_1(O_1;r_1)$, то їх радикальна вісь $l_{rad}(\omega_1,O)$ може бути побудована наступним чином (рис. 1): нехай $[OT]$ ($T\in\omega_1$) відрізок дотичної, проведеної з точки O до кола ω_1, T_0 – середина відрізка $[OT]$. Тоді точка T_0 має однаковий степінь відносно кола ω_1 і точки O (кола $\omega(O;0)$) і тому належить радикальній осі $l_{rad}(\omega_1,O)$. Таким чином радикальна вісь $l_{rad}(\omega_1,O)$ проходить через точку T_0 перпендикулярно до лінії центрів (O_1O).

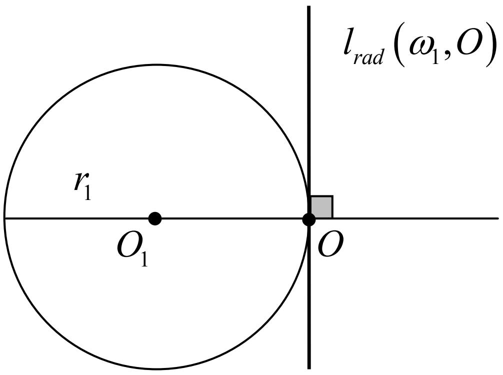


Рис. 3

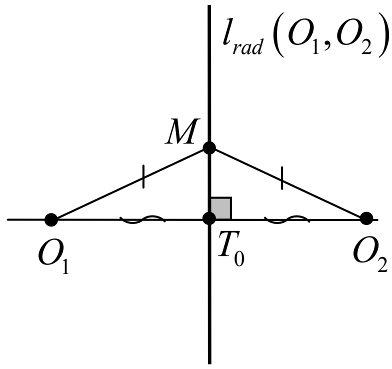


Рис. 4

Якщо ж точка O (коло нульового радіусу) є внутрішньою відносно кола $\omega_1(O_1;r_1)$, то їх радикальна вісь $l_{rad}(\omega_1,O)$ може бути побудована наступним чином (рис. 2): нехай $[OT]$ ($T\in\omega_1$) перпендикуляр до прямої (O_1O), а точка O' – точка перетину (O_1O) з дотичною до кола ω_1 в точці T; нехай далі T_0 – середина відрізка $[TO']$. Тоді точка T_0 має однаковий степінь відносно кола ω_1 і точки O'. Оскільки T_0 середина гіпотенузи $\triangle TOO'$, то $T_0O=T_0O'$, звідки й випливає, що точка T_0 має однаковий степінь відносно кола ω_1 і точки O.

Таким чином радикальна вісь $l_{rad}(\omega_1, O)$ проходить через точку T_0 перпендикулярно до лінії центрів (O_1O).

Якщо точка O (коло нульового радіусу) належить колу $\omega_1(O_1; r_1)$, то їх радикальною віссю $l_{rad}(\omega_1, O)$ буде дотична до кола ω_1 в точці O – рис. 3.

Якщо ж обидва кола є точками (колами нульового радіусу), то їх радикальною віссю $l_{rad}(O_1, O_2)$ буде пряма, що містить серединний перпендикуляр до відрізка, кінцями якого є центри кіл – рис. 4.

2.2. Побудова діаметральної осі двох кіл, з яких хоча б одне є колом нульового радіусу

Нижче на рис. 5 – 8 наведено способи побудови діаметральної осі двох неконцентричних кіл для всіх можливих випадків, коли хоча б одне з кіл є колом нульового радіусу.

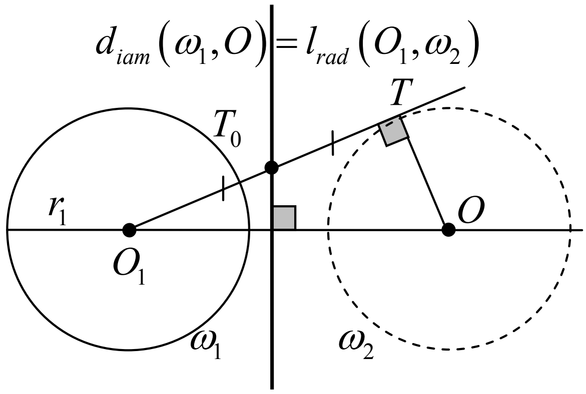


Рис. 5

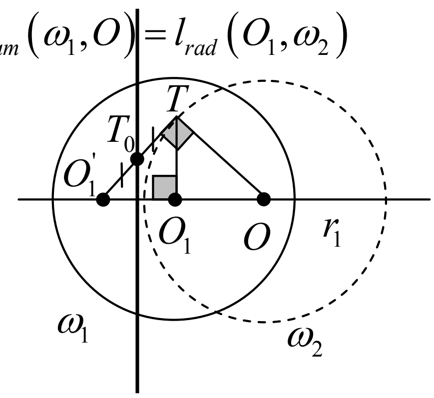


Рис. 6

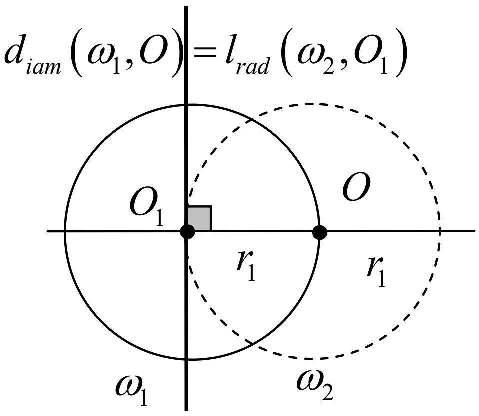


Рис. 7

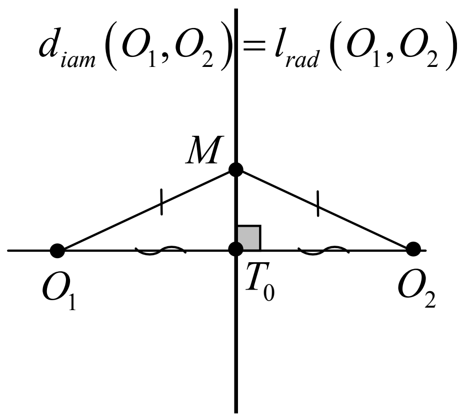


Рис. 8

Зі способами побудови радикальної та діаметральної осей двох неконцентричних кіл в загальному випадку можна ознайомитись, наприклад в [4, 7, 10–12].

2.3 Застосування кіл нульового радіусу до розв'язування деяких задач на побудову шуканого кола

1. Через точку C провести коло ω_x, що перетинає дане коло ω у точках A і B на ньому.

   Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальних осей $l_{rad}(A,B)$ і, наприклад, $l_{rad}(A,C)$.

2. Через точку A провести коло $\omega_x(O_x;r_x)$, що дотикається даної прямої t в даній на ній точці T.

   Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальної осі $l_{rad}(A,T)$ і прямої t', що проходить через точку T перпендикулярно до прямої t.

3. Через точку A провести коло ω_x, що дотикається кола $\omega(O;r)$ в даній на ньому точці T.

   Вказівка: центр шуканого кола належить перетину прямої OT і радикальної осі $l_{rad}(A,T)$.

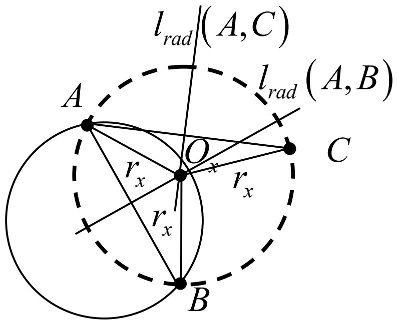


Рис 9: до задачі 1

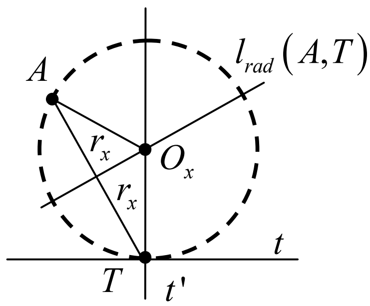


Рис 10: до задачі 2

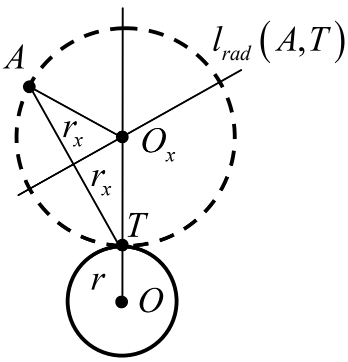


Рис 11: до задачі 3

4. Через точку A провести коло ω_x, ортогональне даному колу $\omega(O;r)$.
   Вказівка: *центри* шуканих кіл належать радикальній осі $l_{rad}(A,\omega)$.

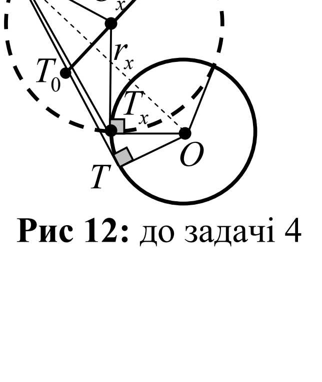


Рис 12: до задачі 4

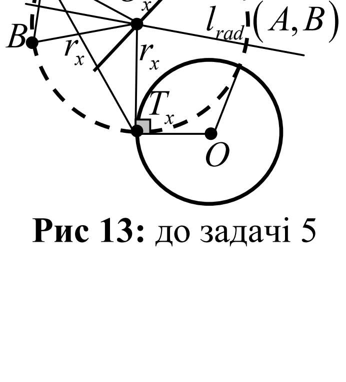


Рис 13: до задачі 5

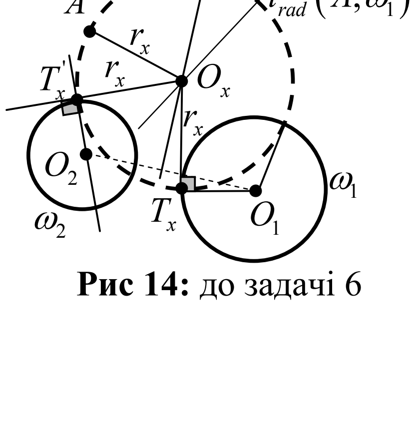


Рис 14: до задачі 6

5. Через точки A і B провести коло, ортогональне даному колу $\omega(O;r)$.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальних осей $l_{rad}(A,B)$ і, наприклад, $l_{rad}(A,\omega)$.
6. Через точку A провести коло, ортогональне даним колам ω_1 і ω_2.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальних осей $l_{rad}(A,\omega_1)$ і $l_{rad}(\omega_1,\omega_2)$ і $l_{rad}(A,\omega_1)$ або ж $l_{rad}(\omega_2,A)$.
7. Через точки A і B провести коло, довжина відрізка дотичної до якого, проведеної з третьої точки C, дорівнює довжині a даного відрізка.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальних осей $l_{rad}(A,B)$ і, наприклад, $l_{rad}(A,\omega')$, де $\omega'=\omega(C;a)$ – див. зад. 5.
8. Через точку A провести коло так, щоб воно було ортогональним колу $\omega(O;r)$, а довжина відрізка дотичної до нього, проведеної з другої точки B, дорівнювала б довжині a даного відрізка.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальних осей $l_{rad}(A,\omega)$ і $l_{rad}(\omega,\omega')$, де $\omega'=\omega(B;a)$ – див. зад. 6.
9. Через точку A провести коло діаметральне даному колу $\omega(O;r)$.
Вказівка: *центри* шуканих кіл належать діаметральній осі $d_{iam}(\omega,A)$.

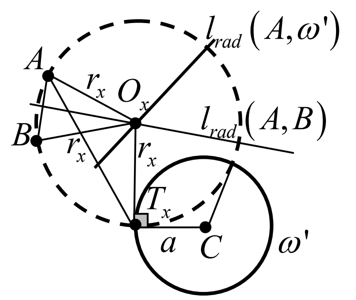


Рис 15: до задачі 7

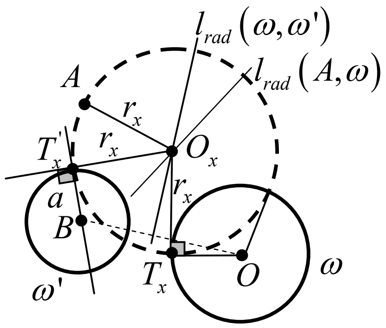


Рис 16: до задачі 8

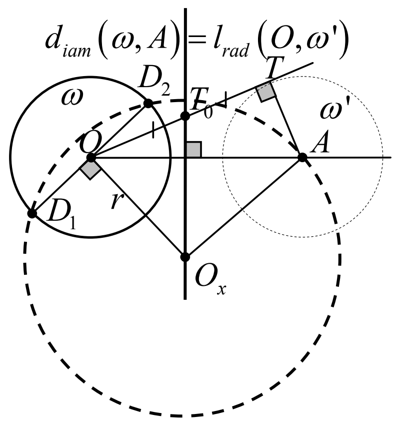


Рис 17: до задачі 9

10. Через точку A провести коло, діаметральне двом даним колам ω_1 і ω_2.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину діаметральних осей $d_{iam}(\omega_1,\omega_2)$ і, наприклад, $d_{iam}(\omega_1,A)$.
11. Через точки A і B провести коло діаметральне даному колу $\omega(O;r)$.
Вказівка: центр шуканого кола належить перетину діаметральних осей $d_{iam}(A,B)$ і, наприклад, $d_{iam}(A,\omega)$.
12. Через точку A провести коло так, щоб друга дана точка B була серединою хорди цього кола даної довжини a.
Вказівка: дана задача зводиться до **задачі 9**, бо шукане коло є колом, що проходить через точку A і є діаметральним до кола $\omega(B;a)$.

13. Через точки A і B провести коло так, щоб третя дана точка C була серединою хорди цього кола даної довжини a.

    Вказівка: дана задача зводиться до **задачі 11**, бо шукане коло є колом, що проходить через точки A, B і є діаметральним до кола $\omega'(C; a)$.

14. Через точку A провести коло, що є ортогональним до кола ω_1 і діаметральним до кола ω_2.

    Вказівка: центр шуканого кола належить перетину радикальної осі $l_{rad}(A, \omega_1)$ та діаметральної осі $d_{iam}(A, \omega_2)$.

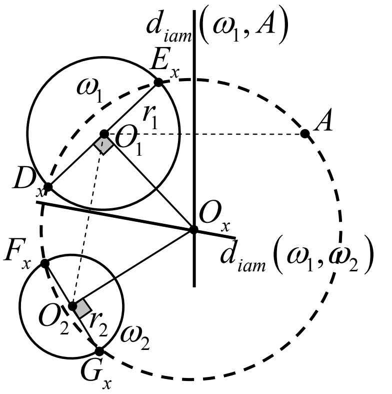


Рис 18: до задачі 10

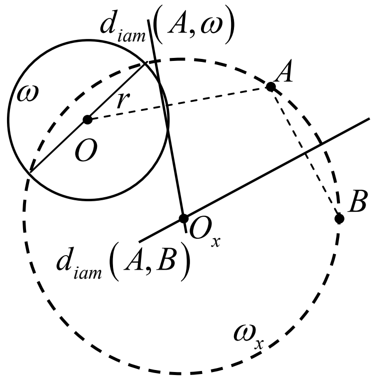


Рис 19: до задачі 11

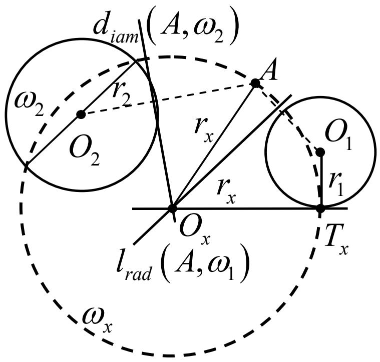


Рис 20: до задачі 14

15. Побудувати коло, що дотикається даного кола $\omega(O, r)$ і даної прямої t в даній на ній точці T.

    Вказівка: нехай t' – пряма, що проходить через точку T перпендикулярно до прямої t, а K_1 і K_2 – точки перетину прямої t' з колом $\omega_1(T, r)$, причому K_2 в одній півплощині з центром O відносно прямої t. Тоді центр O_{x1} шуканого кола ω_{x1}, що дотикається даного кола зовнішнім чином, є точкою перетину прямої t' з $l_{rad}(O, K_1)$, а центр O_{x2} шуканого кола ω_{x2}, що дотикається даного кола внутрішнім чином, є точкою перетину прямої t' з $l_{rad}(O, K_2)$.

16. Побудувати коло, яке дотикається кіл ω_1 і ω_2, якщо відомою є точка T дотику з колом $\omega_2(O_2; r_2)$.

    Вказівка: дана задача зводиться до **задачі 15**, бо шукане коло є колом, що дотикається кола ω_1 і прямої t (яка є дотичною до кола ω_2 в точці T) в даній на ній точці T.

17. Побудувати коло, що проходить через точки A і B та дотикається даної прямої t у випадках коли $AB \parallel t$ або ж $AB \perp t$ відповідно.

    Вказівка: нехай $AB \parallel t$, $l' = l_{rad}(A, B)$, $l' \bigcap t = T'$, $l'' = l_{rad}(A, T')$, $O_x = l' \bigcap l''$. Тоді шуканим колом буде коло $\omega_x(O_x, O_x A)$.

Нехай тепер $AB \perp t$, h – відстань між прямими t і l', $\omega' = \omega(A,h)$, а O_{x1} O_{x2} – точки перетину кола ω' з l'. Тоді шуканими є кола $\omega(O_{x1},h)$ і $\omega(O_{x2},h)$.

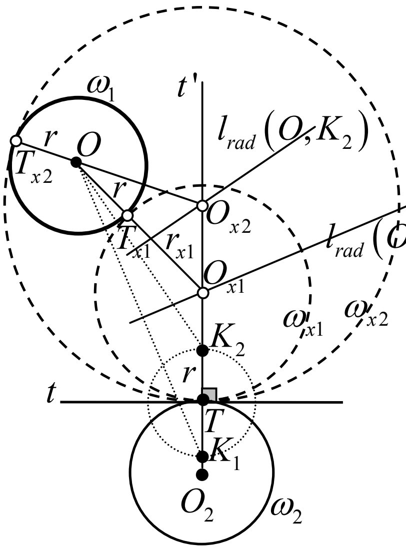


Рис 21: до задач 15, 16

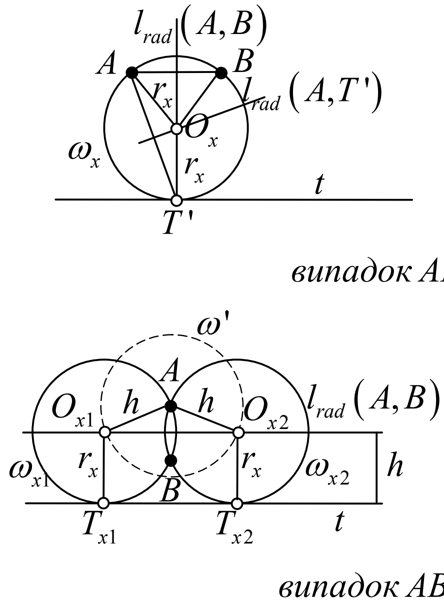


Рис 22: до задачі 17

18. Побудувати коло, що є ортогональним до трьох даних кіл $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

    Вказівка: якщо центри даних кіл належать одній прямій, то задача не має розв'язків; якщо ж центри кіл не належать одній прямій, а радикальний центр (точка перетину радикальних осей кіл, наприклад $l_{rad}(\omega_1,\omega_2)$ і $l_{rad}(\omega_1,\omega_3)$) цих кіл має додатній степінь відносно одного (і тому відносно кожного) з них, то центр шуканого кола є радикальним центром цих кіл.

19. Побудувати коло, що є діаметральним до трьох даних кіл $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

    Вказівка: якщо центри даних кіл належать одній прямій, то задача не має розв'язків; якщо ж центри кіл не належать одній прямій, то центр шуканого кола є точкою перетину діаметральних осей кіл, наприклад $d_{iam}(\omega_1,\omega_2)$ і $d_{iam}(\omega_1,\omega_3)$.

20. Побудувати коло, по відношенню до якого кожне з трьох даних кіл $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ є діаметральним.

    Вказівка: якщо центри даних кіл належать одній прямій, то задача не має розв'язків; якщо ж центри кіл не належать одній прямій, а радикальний центр (точка перетину радикальних осей кіл, наприклад $l_{rad}(\omega_1,\omega_2)$ і $l_{rad}(\omega_1,\omega_3)$) цих кіл має від'ємний степінь відносно одного (і тому відносно кожного) з них, то центр шуканого кола є радикальним центром цих кіл.

Основні задачі на пучки кіл

Пучок кіл P заданий радикальною віссю l і колом $\omega\,(O;r)$ пучка. Всюди нижче A,B – точки перетину радикальної осі з даним колом у випадку *еліптичного* пучка; T – точка дотику радикальної осі з даним колом у випадку *параболічного* пучка; t – пряма, що проходить через центр даного кола пучка, перпендикулярно радикальній осі (лінія центрів пучка); S – точка перетину радикальної осі та лінії центрів пучка.

1. Побудувати «нульові» кола гіперболічного пучка.

   Вказівка: нехай SK – відрізок дотичної проведеної з точки S до даного кола ω. Тоді точки перетину S_1 та S_2 кола $\omega'\,(S;SK)$ з лінією центрів будуть нульовими колами гіперполічного пучка.

Побудувати:

2. коло пучка P, знаючи його центр K на лінії центрів пучка;

   Вказівка: якщо пучок еліптичний, то шуканим колом буде коло $\omega_x\,(K;KA) \equiv \omega_x\,(K;KB)$; якщо пучок параболічний, то шуканим колом буде коло $\omega_x\,(K;KT)$; якщо ж пучок гіперболічний, то шукане коло $\omega_x\,(K;r_x)$ може бути побудоване наступним чином: нехай SF – відрізок дотичної, проведеної з точки S до кола ω, а KF' – відрізок дотичної, проведеної з точки K до кола $\omega'\,(S;SF)$. Тоді шуканим колом буде коло $\omega_x\,(K;KF')$.

3. коло пучка P, що проходить через дану точку M;

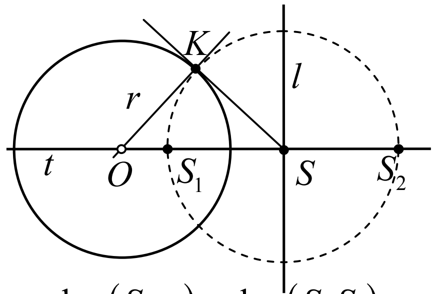
   Вказівка: якщо пучок еліптичний, то центром O_x шуканого кола $\omega_x\,(O_x;O_xM)$ буде така точка O_x, що є перетином $l_{rad}\,(A,B)$ (лінії центрів t) та наприклад $l_{rad}\,(A,M)$; якщо пучок параболічний, то центром O_x шуканого кола $\omega_x\,(O_x;O_xM)$ буде така точка O_x, що є перетином прямої OT (лінії центрів t) та $l_{rad}\,(T,M)$; якщо ж пучок гіперболічний, то центр O_x шуканого кола $\omega_x\,(O_x;O_xM)$ може бути побудований наступним чином: нехай SF – відрізок дотичної, проведеної з точки S до кола ω, $\omega' = \omega\,(S;SF)$. Тоді шуканий центр O_x є точкою перетину лінії центрів t та $l_{rad}\,(\omega';M)$.

4. ортогональну траєкторію пучка P (коло, що є ортогональним певному, а тому і довільному колу пучка);

   Вказівка: нехай K – довільна точка радикальної осі (зовнішня відносно кіл пучка), а KT – відрізок дотичної, проведеної з точки K до кола ω. Тоді коло $\omega'\,(K;KT)$ є ортогональною траєкторією пучка P.

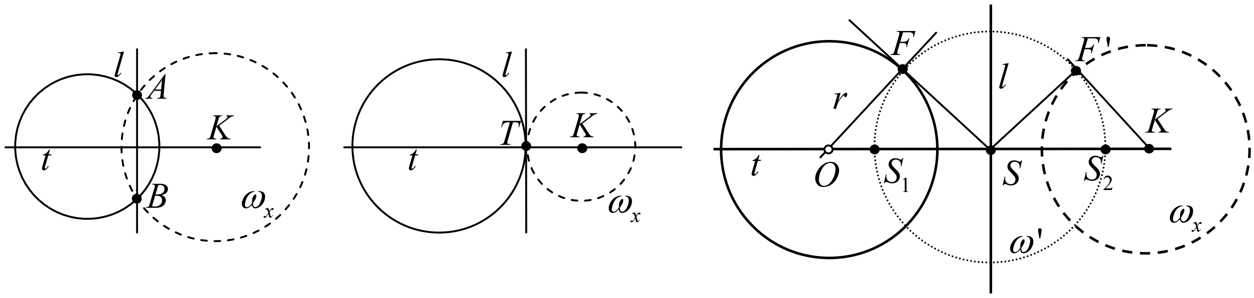
5. ортогональну траєкторію пучка P, що проходить через дану точку M.

   Вказівка: розв'язування задачі зводиться до побудови кола спряженого пучка, яке проходить через точку M.



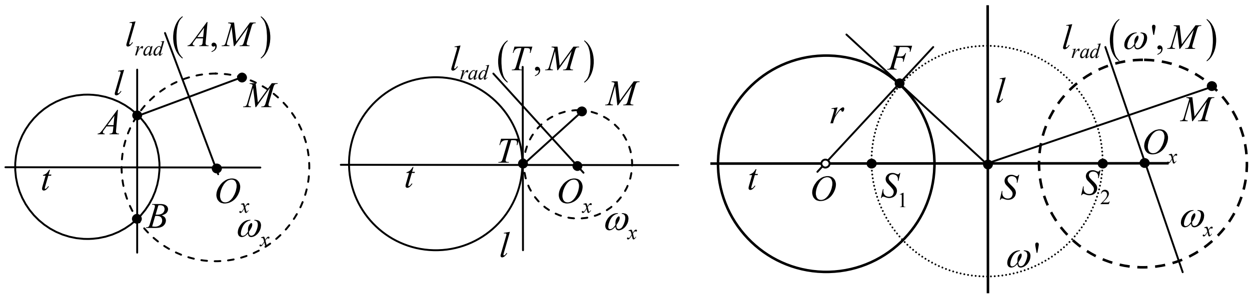
$$\deg(S,\omega)=\deg(S,S_i)$$

Рис 23: до задачі 1



еліптичний пучок *параболічний пучок* *гіперболічний пучок*

Рис 24: до задачі 2



еліптичний пучок *параболічний пучок* *гіперболічний пучок*

Рис 25: до задачі 3

Висновки

Результати проведених досліджень та аналіз навчально-методичної літератури із зазначених питань дозволяють зробити висновок, що застосування кіл нульового радіусу значно спрощує розв'язування низки задач на побудову кіл (з додатковими умовами) у порівнянні з традиційними підходом, заснованим на застосуванні пучків кіл та їх властивостей.

Зауважимо, що вказані спрощення при розв'язуванні наведеної низки задач, лише підтверджують доцільність та «потужність» методу, заснованого на використанні властивостей пучків кіл, дослідження граничних випадків якого й дозволило звернути увагу на можливе полегшення методики роботи над задачами вказаного типу.

На думку авторів дослідження в цьому напрямку можуть бути продовженні за рахунок розширення кола задач, що відносять до «основних» задач на зв'язки кіл та задач Аполонія «про дотики кіл». Крім того, цікавим здається дослідження питання про геометричне місце центрів кіл, що дотикаються двох даних кіл.

На нашу думку «геометрія кіл» є чудовим матеріалом для факультативних занять з математики, для самостійних пошуків та перших наукових досліджень учнів-членів МАН України.

Література

[1] *Адамар Ж.* Элементарная геометрия: [Пособие для высших педагогических учебных заведений и преподавателей средней школы] / Ж. Адамар – [3-е изд.]. – М.: Учпедгиз, 1948. – 608 с.

[2] *Адлер А.* Теория геометрических построений / А.Адлер; [пер. с нем. Г. М. Фихтенгольца]. – [3 изд.]. – Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.

[3] *Александров И. И.* Сборник геометрических задач на построение с решениями / И.И. Александров – [18 изд.]. – М.: Учпедгиз, 1950. – 176с.

[4] *Аргунов Б.И.* Геометрические построения на плоскости: [Пособие для студентов педагогических институтов] / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк – [2-е изд.]. – М.: Учпедгиз, 1957. – 264 с.

[5] *Балан В.Г.* Геометричні задачі на побудову на вступних іспитах: [Навч. пос.] / В.Г. Балан, В.І Лавренюк, Л.І. Шарова. – К.: Альфа, 2005. – 86 с.

[6] *Бевз Г.П.* Геометрія кіл: [методичні рекомендації] / Г.П. Бевз – Х.: Вид. група «Основа», 2004. – 112 с.

[7] *Кушнир И.А.* Геометрия. Теоремы и задачи: [Том 1. Планиметрия] / И.А. Кушнир - К.: Астарта, 1996. – 480с.

[8] *Литцман В.* Старое и новое о круге / В. Литцман; [Перев. с нем. В.С. Бермана]. – М.: Физматгиз, 1960. – 60 с.

[9] Методика розв'язування задач на побудову / [О.М. Астряб, О.С. Смогоржевський, М.Б. Гельфанд та інш.]; за ред. проф. О.М. Астряба та проф. О.С. Смогоржевського. – К.: Радянська школа, 1960. – 387 с.

[10] *Перепелкин Д.И.* Курс элементарной геометрии: [Учебник для педагогических институтов. Ч.1: Геометрия на плоскости] / Д.И.Перепелкин – М.; Л.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1949. – 348с.

[11] *Понарин Я.П.* Элементарная геометрия: [В 2 т. – Т1: Планиметрия, преобразование плоскости] / Я.П. Понарин – М.: МЦНМО, 2004. – 312с.

[12] *Яглом И.М.* Геометрические преобразования: [В 2 т. – Т.2: Линейные и круговые преобразования] / И.М. Яглом – М., ГИТТЛ, 1956. – 611 с.

УДК 378.1

Бірюкова В.В.

студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ

e-mail: che-rr-y@mail.ru

ПРОБЛЕМИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО МОНІТОРИНГУ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

Стаття присвячена аналізу проблем підготовки майбутніх вчителів математики до проведення моніторингу навчальних досягнень учнів. У статті запропоновано модель такої підготовки, яка базується на включенні у навчальний процес спеціальної дисципліни.

Ключові слова: *контроль, діагностика, педагогічний моніторинг, тестове завдання, компетентність.*

Зростання ролі освіти у соціальному і економічному розвитку суспільства, усвідомлення того, що високоякісна освіта і освічений фахівець виступають основою конкурентоспроможності, економічної та національної безпеки держави вимагає проведення реформ в освітній галузі. Перш за все, це відноситься до системи підготовки кадрів, підвищення якості підготовки майбутніх фахівців.

Різні аспекти функціонування системи підготовки до педагогічної діяльності досліджуються в працях провідних учених А. Алексюка, В. Афанасьєва, І. Беха, О. Глузмана, С. Гончаренка, Н. Дем‘яненко, І. Зязюна, та ін. Питання контролю і якості знань студентів аналізуються в роботах В. Бочарнікової, В. Вонсович, проблеми професійної діагностики розглядаються С. Архангельським, Л. Кравченко, А. Підласим, педагогічний моніторинг досліджується Л. Волошко, Н. Ларіною. Становлення та розвиток моніторингу якості освіти розглядають Н. Байдацька, Г. Єльнікова, А. Ісаєва, О. Локшина, Т. Лукіна, А. Майоров та ін.

У працях педагогів наукової школи А. Бєлкіна проаналізовано базові методологічні підходи до освітнього моніторингу, проте в практичній діяльності вчителів його грамотне застосування має поки що поодинокий характер.

Попри численну бібліографію бракує досліджень, зорієнтованих на вивчення професійної підготовки викладачів-предметників, зокрема підготовки майбутніх учителів математики до моніторингу навчальних досягнень учнів. Аналіз широкого кола джерел свідчить про те, що проблема професійної підготовки майбутніх учителів до моніторингу навчальних досягнень учнів не набула достатнього розвитку в науково-педагогічних дослідженнях.

Більшість учителів математики перевіряє рівень засвоєння матеріалу учнями, проводячи поточний та підсумковий контроль або здійснюючи моніторинг якості знань учнів з предмета. Зауважимо, однак, що нині гостро відчувається брак спеціальної підготовки викладачів до моніторингу навчальних досягнень учнів.

Стаття присвячена обґрунтуванню можливості упровадження моделі професійної підготовки майбутніх учителів математики до моніторингу навчальних досягнень учнів через спецкурс.

Проблема моніторингу навчальних досягнень учнів нині є актуальною та потребує нагального вирішення, однак досі немає чіткої дефініції явища.

Поняття «моніторинг» прийшло у педагогіку з екології та соціології. В екології моніторинг – це спостереження за довкіллям, оцінка й прогноз його стану у зв'язку з господарською діяльністю людини і з метою попередження небажаних відхилень за важливішими параметрами. У соціології моніторинг розглядається як збір інформації для вивчення громадської думки щодо якогось питання. Моніторинг в освіті тлумачиться як система збору, обробки, зберігання та поширення інформації про освітню систему (або її окремі елементи), що орієнтована на інформаційне забезпечення управління, дозволяє робити висновки про стан об'єкта в будь-який момент часу та дає прогноз його розвитку [2]; як «комплекс процедур щодо спостереження, поточного оцінювання перетворень керованого об'єкта і спрямування цих перетворень на досягнення заданих параметрів розвитку об'єкта» [3]; як узагальнене комплексне оцінювання ефективності функціонування всієї системи освіти на основі системного аналізу всіх факторів [5]; як процес безупинного науково обґрунтованого діагностико-прогностичного спостереження за станом розвитку педагогічного процесу з метою оптимального вибору освітніх цілей, завдань і засобів їх вирішення [4].

Використання термінів «моніторинг», «контроль», «діагностика» як синонімів пояснюється деяким перекриттям змісту цих понять, але все ж вони мають різне значення. Контроль розглядають як окрему функцію управління, спрямовану на організацію реалізації плану роботи і мети, моніторинг пов'язують з усіма ланками управління. Контроль більше має ситуативний характер і не тривалий у часі, застосовується під час відстеження об'єктів, що знаходяться у стані стабільного функціонування, моніторинг створює інформаційну систему, що постійно поповнюється, отже носить неперервний характер і є ефективним при дослідженні динамічних об'єктів, що постійно змінюються.

При порівнянні моніторингу і діагностики спостерігається діагностична спрямованість моніторингу, але моніторинг відрізняється від діагностики безперервністю процесу, технологічністю збору даних (тотальним оцінюванням), можливістю використання комп'ютерно-інформаційної системи для швидкого введення, накопичення і обробки первинних даних, що дозволяє оперативно налагодити зворотній зв'язок в системі управління.

Моніторинг і оцінювання – це споріднені поняття, проте між ними існує суттєва відмінність. Моніторинг передбачає систематичне збирання фактів про контекст, вхідні ресурси, процеси і результати системи освіти, оцінювання – застосування зібраних даних для формування оцінних суджень про ситуацію. Оцінювання є однією з основних складових моніторингових досліджень в педагогічному процесі. Отже, можна зробити висновок, що моніторинг – цілісний управлінський інструмент, до складу якого входять діагностика, дослідження, оцінювання і контроль, які в свою чергу знаходяться у постійному взаємозв'язку і проявляються залежно від завдань моніторингу.

Впровадження зовнішнього незалежного оцінювання в шкільну практику, участь України у світових моніторингових порівняльних дослідженнях з питань ефективності математичної підготовки, вивчення міжнародного досвіду і адаптації його до національних умов вимагають змін в технології оцінювання освітніх результатів та введення моніторингових досліджень навчальних досягнень учнів.

Дослідження проблеми потребувало визначення рівня обізнаності студентів та вчителів з моніторингом навчальних досягнень учнів. При анкетуванні студентів старших курсів Слов'янського педагогічного університету було з'ясовано, що 83% студентів п'ятого курсу та 52% четвертого знайомі з поняттям моніторингу і пов'язують його із перевіркою (28%) та збором інформації (21%) і хоча більшості респондентів (90%) доводилось використовувати тести для контролю діяльності учнів і психологічних вимірів під час педагогічної практики, вони мають поверхневі уявлення про основи теорії розробки тестів та обмежений досвід складання тестових завдань.

Процес професійної підготовки майбутніх учителів математики до моніторингу навчальних досягнень учнів являє собою низку тісно взаємопов'язаних між собою складників: компонентів, критеріїв, рівнів готовності до моніторингу та напрямів підготовки до нього.

Компонентами готовності до моніторингу навчальних досягнень учнів є вміння діагностувати, контролювати, прогнозувати й коригувати якості навчальних досягнень учнів. Критеріями готовності майбутніх учителів до моніторингу вважаємо теоретичні знання та практичні вміння. Під теоретичними знаннями будемо розуміти систему фактів, правил, висновків, закономірностей, ідей, теорій. Практичні вміння — це здатність на належному рівні виконувати певні дії, на доцільному рівні використовувати знання.

Передумовою реалізації моделі професійної підготовки майбутніх учителів до моніторингу навчальних досягнень учнів стало їх професійне спрямування, що реалізується в процесі фахової підготовки взагалі й у процесі вивчення спецдисципліни «Моніторинг навчальних досягнень» зокрема.

Умовами впровадження моделі професійної підготовки майбутніх учителів до моніторингу навчальних досягнень є наявність:
— навчальної програми спецкурсу «*Моніторинг навчальних досягнень*» та навчально-методичних рекомендацій для слухачів;
— комплексу засобів для оцінювання навчальних досягнень учнів з математики;
— комплексу засобів, призначених для моніторингу вхідного, поточного та вихідного контролю слухачів спецкурсу (навчально-методичний комплекс дисципліни «Моніторинг навчальних досягнень»).

Метою пропонованого спецкурсу є вивчення основних закономірностей використання моніторингу в навчальному процесі.

Основні завдання курсу «*Моніторинг навчальних досягнень*» такі:
— поглибити теоретичні знання про моніторинг;
— підготувати слухачів курсу до використання тестових випробувань під час проведення моніторингу якості знань учнів;
— сформувати вміння і навички проведення моніторингових тестових випробувань;
— сформувати вміння розробляти власні тестові завдання на основі математичних моделей;
— підготувати майбутніх учителів до застосування тестових випробувань із метою проведення моніторингу якості знань учнів та здійснення профорієнтаційної роботи за результатами проведених тестувань.

Курс складається з двох модулів: «Загальні питання моніторингу навчальних досягнень» та «Підготовка студентів (майбутніх учителів) до проведення моніторингу навчальних досягнень учнів».

Перший змістовий модуль спрямований на висвітлення таких питань:

— Історія становлення моніторингових досліджень. Етапи розвитку моніторингових досліджень.

— Змістовна сутність моніторингу. Понятійно-категоріальний апарат. Поняття моніторингу. Мета і завдання моніторингу. Суб’єкти та об’єкти моніторингу. Порівняльний аналіз педагогічного моніторингу, діагностики, контролю і оцінювання.

— Принципи моніторингових досліджень: принцип узгодженості, об‘єктивності, систематичності, безперервності та тривалості, своєчасності, перспективності, прогностичності, відкритості та оперативності рефлективності тощо.

— Функції моніторингу: аналітико-інформаційна, управлінська, діагностична, прогностична, корекційна, мотиваційна, розвиваюча, навчальна, виховна.

— Загальні та організаційні вимоги до проведення, етапи проведення моніторингу. *Підготовчий*: постановка мети; визначення об'єкта і напрямів дослідження; вибір критеріїв і інструментарію. *Практичний*: збір інформації; аналіз документації; моніторинг рівня навчальних досягнень учнів з усіх чи окремих навчальних дисциплін; анкетування, тестування; самоаналіз діяльності. *Аналітичний*: обробка отриманих результатів; систематизація інформації; аналіз даних; висновки ухвалення відповідного управлінського рівня; розробка рекомендацій, що коригують виконання планів, програм (за необхідності) та ін.; визначення подальших об'єктів моніторингу.

— Способи проведення моніторингу. Тестування. Анкетування. Опитування. Інтерв'ю. Відвідування занять (з фіксацією перебігу занять за уніфікованими протоколами та відеозаписами занять).

— Методичні особливості створення тестів. Основні етапи розробки тесту. Мета розробки і застосування тесту. Опис галузі знань (домену). Специфікація тесту (технологічна матриця). Форми тестових завдань. Створення та експертиза тестових завдань. Вибірка, компоновка , апробація текстових завдань. Дослідження валідності та надійності тестових завдань. Пілотування. Стандартизація. Нормування. Оснащення. Проведення і аналіз тестування.

— Проблеми, які виникають в процесі тестової перевірки знань.

Другий змістовий модуль включає елементи практичної підготовки до організації та проведення моніторингу. Відповідні заняття присвячені практиці конструювання студентами тестів, аналізу пропонованих викладачем і підготовлених самостійно студентами тестів, проведенню різноманітних тестувань. В якості завдання для самостійної роботи пропонується розробка банку тестових завдань за одним із напрямів за спеціальністю студента (для базової, старшої або вищої школи) для комп'ютерного тестування або для бланкового тестування. Додатково проводиться аналіз результатів. Окреслюються напрями застосування результатів моніторингу.

Завершується вивчення дисципліни модульним контролем.

Вивчення дисципліни буде сприяти формуванню таких компетенцій:
– чіткість уявлення про теоретичні засади педагогічного моніторингу навчальних досягнень в освіті;
– уміння, необхідні для планування та досягнення освітніх результатів певного рівня, створення та використання тестового інструментарію для оцінки рівня навчальних до навчальних досягнень;
– уміння самоосвітнього характеру, що забезпечують саморозвиток професійних компетентностей учителів математики та у сфері моніторингу;
– уміння визначати і вирішувати навчальні та наукові проблеми під час проектування, організації й проведення моніторингу навчальних досягнень учнів;
— уміння діагностувати, контролювати, прогнозувати та коригувати якість навчальних досягнень учнів.

Література

[1] *Биков В.Ю., Богачков Ю.М., Жук Ю.О.* Моніторинг рівня навчальних досягнень з використанням Інтернет-технологій. – К.: Педагогічна думка, 2008. – 128 с.

[2] *Вилмс Д.* Системы мониторинга и модель «вход-выход» // Директор школы. –1995. – №1. – С. 37-41.

[3] *Єльникова Г.В.* Основи адаптивного управління // Харків. – 2004.

[4] *Куликова Л.В.* Моніторинг якості освіти самоосвітньої діяльності учнів і вчителя / Л.В. Куликова // Управління школою : Науково-методичний журнал. – 2005. - №16/18. – С. 43–48

[5] *Локшина О.І.* Моніторинг рівнів досягнень компетентностей : інноваційні підходи // Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи : Бібліотека з освітньої політики / Під заг. ред. О.В. Овчарук. К.: «К.І.С.», 2004. – С. 26-33.

[6] *Майоров А.Н.* Теория и практика создания тестов для системы образования. (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования.) – М.: Народное образование, 2000. – 352 с.

[7] Моніторинг стандартів освіти / За ред. Альберта Тайджмана і Т. Невілла Послтвейта. — Львів: Літопис, 2003. – 328 с.

[8] *Приходько В.М.* Моніторингові дослідження якості освіти – нова навчальна і наукова дисципліна у післядипломній освіті // Вісник тестування і моніторингу в освіті. – 2009. – № 5. – с.19-27.

[9] *Рябова З.В.* Моніторинг розвитку навчальної діяльності учнів / З.В.Рябова // Школа. – 2006. – № 4. – С. 49-59.

УДК 378.1

Чумак О.О.

асистент кафедри вищої математики, Донбаська державна машинобудівна академія

e-mail: chumaklena@mail.ru

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАСТУПНОСТІ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ В СИСТЕМІ СТУПЕНЕВОЇ ВИЩОЇ ОСВІТИ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена проблемам наступності при вивченні математики в навчальному комплексі «технікум – ВНЗ III–IV рівня акредитації».

Ключові слова: *наступність, неперервність освіти, узагальнення, систематизація.*

У сучасному світі розвиток України визначається у загальному контексті Європейської інтеграції. В Україні, як і в інших розвинутих країнах світу, вища освіта визнана однією з провідних галузей розвитку суспільства. Пріоритетним напрямом державної політики в цій галузі є перехід до динамічної ступеневої системи вищої освіти. За таких умов актуальності набуває проблема наступності змісту як однієї з категорій неперервного навчання.

Проблемою наступності в освіті займалися психологи і педагоги Б. Г. Ананьєв, Ш. У. Ганелін, А. К. Бушля, П. Л. Гальперін, Н. Ф. Тализіна та багато інших. Грунтовні результати дослідження проблеми реалізації наступності знаходимо в працях Ю.К.Бабанського, В.Ф.Башаріна, В.П.Безпалька, А.П.Бєляєвої, П.М.Воловика, Б. С. Гершунського, С. М. Годніка, С. У. Гончаренка, Р. С. Гуревича, А.А.Киве-рялга, О.І.Коломок, Ю.А.Кустова, А.В.Литвина, М.І.Махмутова, Дідовик М.В. Але ще й досі недостатньо висвітленою залишається тема наступності вивчення окремих дисциплін, зокрема математики в системі «технікум – ВНЗ III–IV рівня акредитації». В сучасних умовах існує протиріччя між потребою реалізації наступності та методичним забезпеченням щодо використання отриманих раніше знань при подальшому вивченні того ж предмету.

Метою статті є:

- з'ясувати і проаналізувати стан проблеми у психолого-педагогічній теорії та практиці навчання,
- проаналізувати програми з математики ВНЗ I-IV рівня акредитації,

- проаналізувати досвід особистої практики, і на цій основі розробити і обґрунтувати деякі методичні рекомендації щодо забезпечення наступності на різних ступенях освіти.

Наступність є досить складним, системним за своїм змістом, функціями, ознаками загально педагогічним явищем. Аналіз літератури показав, що в багатьох випадках наступність визначається як деякий зв'язок. Але представляється цей зв'язок поверхнево, не виражає основних характерних особливостей наступності. Навіть часто цей зв'язок відображається у другорядних деталях, не торкаючись суті процесу навчання.

За визначенням [3] наступність являє собою зв'язок між явищами в процесі розвитку, коли нове, знімаючи старе, зберігає в собі деякі його елементи. Наступність є одним з проявів діалектики заперечення і переходу кількісних знань в якісні.

Послідовне здійснення наступності надає навчанню перспективний характер, при якому ведеться таке викладання матеріалу, що дозволяє вивчення кожної поточної теми будувати не тільки спираючись на минуле, але і з широким орієнтуванням на наступні теми. Отже, сутність принципу наступності при вивченні однієї й тієї ж дисципліни на різних ступенях освіти полягає у встановленні зв'язків між новими та раніше здобутими знаннями як елементами цілісної системи, забезпечує їх подальший розвиток та осмислення на новому, вищому рівні.

Навчальний комплекс «технікум – ВНЗ III–IV рівня акредитації» відносно нова структура в освіті. Зміст такого навчального комплексу передбачає на основі взаємодії створення найоптимальніших соціальних та психолого-педагогічних, кадрових, режимних та організаційних умов для всебічного розвитку особистості.

Навчально-виховний процес в такому комплексі має враховувати певні перехідні принципи як умову свого ефективного функціонування. Серед них виділяють наступність, комплексність, неперервність діяльності, варіативність, цілеспрямованість.

Специфіка ВНЗ I-II рівня носить двосторонній характер: з одного боку вони готують молодших спеціалістів, з іншого – їх специфіка визначається метою, яку переслідують ВНЗ III-IV рівня при створенні додаткового структурного навчального підрозділу (покращення якості контингенту студентів).

Технікуми і ВНЗ III- IV рівня відрізняються структурою і змістом навчання. В технікумі загальнотеоретичні, загальнотехнічні та спеціальні дисципліни вивчаються одночасно. Тобто такі умови більш сприятливі для взаємозв'язку загальної і професійної освіти. У ВНЗ III-IV рівня навчальні плани, як правило, мають лінійну структуру: загальнотеоретичні проблеми – загальноінженерна підготовка – спеціальні дисципліни. До загальнотеоретичних дисциплін належить і математика, яка має досить велике значення для сучасної молоді.

Система організованого навчання повинна озброїти студентів не тільки знаннями, але і засобами ефективного засвоєння цих знань. Тому формування у студентів вміння вчитись виступає в якості найважливішої задачі вузівського навчання.

З метою перевірки якості сформованості математичних знань студентів, нами було проведено спеціальне тестування в групах ДДМА, де навчаються студенти, що закінчили технікум. Завдання були підібрані таким чином , щоб за результатами їх виконання можна було судити про наявність у студентів різних видів знань та вмінь оперувати цими знаннями.

В результаті дослідження було виявлено, що вправи на вміння розпізнавати, класифікувати поняття, встановлювати зв'язки розв'язали 22,2% студентів, у інших студентів відсутня системність сформованих знань. До проведення цього тесту студенти майже 3 роки не вивчали математику, тому як наслідок має місце деградація математичних знань (студентів із задовільними знаннями з елементарної математики – 25%, з незадовільними – 75%). Виявилось, що студенти не вміють аналізувати умову, самостійно проводити міркування та робити математичні висновки. Аналіз показав, що знання студентів носять фрагментарний характер, не досягаючи необхідного степеня загальності. Навчання у технікумі спрямоване на вивчення великого обсягу матеріалу, а не на розвиток логічного мислення. А це досить негативно впливає на студентів, що бажають продовжити навчання на вищих ступенях освіти.

Наведемо приклади таких проблем та можливі шляхи їх розв'язання.

Табл. 1: Проблеми наступності у викладанні математики між технікумом та ВНЗ III-IV рівня.

Проблеми	**Шляхи подолання**
1. Зниження уваги до змісту курсу математики (зменшення часу вивчення матеріалу).	Розтягнути матеріал на більш тривалий строк, щоб великий обсяг матеріалу не вивчався за 3 триместри.
2. Недостатня техніка читання математичних текстів, умов задач. Невміння аналізувати головне, відрізняти суттєве від несуттєвого.	Пропонувати завдання на розуміння математичних термінів, аналізувати умови задач, розглядати вправи узагальнюючого характеру.

продовження **Табл. 1.**

Проблеми	**Шляхи подолання**
3. Невміння багатьох студентів самостійно працювати з літературою	Пропонувати студентам завдання по роботі з довідниками, готувати доповіді, реферати.
4. Формальні уявлення про математичні поняття: рівняння, корінь, спосіб перевірки правильності розв'язання рівняння (системи рівнянь).	Більше уваги приділяти формуванню понять невідомого, вірної чи невірної рівності, нерівності.
5. Недостатня математична грамотність студентів.	Викладачу слід частіше читати в голос математичні вирази, тренувати студентів в читанні.

Отже подолання цих проблем ми бачимо у спеціальним чином організованих перших заняттях з вищої математики для студентів, що вступили до академії після технікуму. Метою таких занять є актуалізація опорних знань з використанням вправ узагальнюючо – систематизуючого характеру, класифікаційних таблиць та схем. Такі вправи необхідно пропонувати студентам на кожному занятті.

Таким чином, для забезпечення наступності у навчанні доцільно:

- організувати перші і подальші заняття з вищої математики з використанням вправ на вміння розпізнавати, класифікувати поняття, вміння виділяти ієрархічну структуру та інші. Такі вправи повинні бути нормою кожного практичного заняття.
- У вправах на повторення неодмінно повинно з'являтись нове, відмирати старе, несуттєве у відповідності до логіки розвитку поняття.
- Викладач повинен перевіряти не тільки наповнення памяті студентів обсягом матеріалу, а і вміння оперувати цим матеріалом.

Література

[1] *Андрущенко В.* Модернізація вищої освіти України в контексті Болонського процесу // Освіта. – 2004. – №23, 12 – 19 травня, с.4-5.

[2] *Кыверялг А.А.* Сущность преемственности и ее реализация в обучении // Преемстенность в обучении учащихся предметам естественно – математического цикла в школе и среднем ПТУ. М., 1984., с. 9

[3] Педагогическая энциклопедия. Гл. ред. А.И. Каиров (глав. ред.), Ф.Н. Петров (глав. ред.) и др., т 3, М., «Советская энциклопедия», 1966.

УДК 303.222

Москальова О.І.

ст. викладач кафедри економіко-математичних дисциплін, СДПУ

e-mail: moi.olga61@mail.ru

КОРЕКЦІЯ НА ВГАДУВАННЯ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ БАЛІВ ЗА ФОРМУЛОЮ ДЛЯ ТЕСТІВ МНОЖИННОГО ВИБОРУ

Статтю присвячено проблемі оцінювання тестових завдань множинного вибору. Автором досліджено переваги та недоліки методів підрахунку балів за завдання множинного вибору та проаналізовано доцільність використання формульного методу для різних випадків.

Ключові слова: *тестові завдання множинного вибору, обчислення балів за формулою, тест на готовність.*

Постановка проблеми.

Рівень професійних знань фахівців є одним із основних показників, що визначають добробут населення. Тому першочерговим завданням нині є запровадження сучасних технологій навчання й оцінювання. Нові вимоги до якості знань потребують створення ефективної системи адекватного оцінювання студентських знань. Вірно розроблені та доречно застосовані методики оцінювання сприяють підвищенню ефективності навчання. Серед засобів об‘єктивного контролю найбільш науково обгрунтованим є метод тестування. Останнім часом у ВЗН набуло поширення письмове тестування, оскільки дозволяє ефективно вимірювати велику кількість навчальних результатів, легко підраховувати бали.

У другій половині XX ст. було розроблено й пройшло апробацію більше сорока різних форматів тестових завдань. Деякі з них підтвердили свої діагностичні властивості. У практиці масового педагогічного тестування найчастіше вживаними є тестові завдання множинного вибору, оскільки вони дають можливість перевіряти знання на різних рівнях засвоєння, неправильні варіанти відповідей дають діагностичну інформацію про рівень сформованості знань і вмінь.

Але у період, коли тести множинного вибору почали широко використовувати, вони зазнали критики на підставі того, що учасники тестування могли вгадувати правильні відповіді. Доведеним є той факт, що бали з тестів множинного вибору «завищені», оскільки бали з тестів, де потрібно надати коротку відповідь, виявляються значно нижчими.

Оскільки завдання множинного вибору відіграють важливу роль у тестуванні успішності, вивчення питання правильної системи виставлення оцінок та усунення чинників, які вносять помилки, є актуальним у світлі інтеграції освіти на сучасному етапі.

Аналіз основних досліджень і публікацій.

Питання створення та використання тестових завдань різних форматів широко висвітлено у сучасній науковій літературі. Проблемі аналізу методів підрахунку тестових балів та доцільності використання формульного методу для різних випадків присвячено праці В. Аванесова, І. Булах, А. Майорова, М. Мруги, Нормана Е. Громунда, Роберта Б. Фрарі та інших.

Постановка завдання.

Метою даної статті є аналіз процедури обчислення балів за спеціальною формулою «Правильний мінус неправильний» для тестів множинного вибору та дослідження доцільності її використання в педагогічному процесі з урахуванням сучасних тенденцій розвитку національних особливостей освіти.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Запитання множинного вибору складаються з основи, яка представляє проблемну ситуацію, та кількох варіантів вибору (альтернатив). Основою може бути запитання або незакінчене твердження. Альтернативи містять правильну відповідь і кілька правдоподібних невірних відповідей, які називають дистракторами. Функція останніх – збити з пантелику студентів, які не впевнені у відповіді. Запитання множинного вибору, як правило, містять чотири або п'ять варіантів вибору [2, с.86].

У практиці педагогічного тестування застосовують декілька підходів до підрахунку тестових балів за завдання множинного вибору. Традиційний та найчастіше вживаний – метод підрахунку кількості правильних відповідей. Формула підрахунку балів: $X = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i$. Даний метод простий у використанні, дає можливість швидкого «ручного» підрахунку балів, зручний при автоматизованому зчитуванні результатів шляхом сканування. Але поряд с перевагами має певні недоліки, основним з яких є неможливість корекції на вгадування [1, с.70].

Щоб зменшити неточність результатів тестів множинного вибору, зумовлену вірогідністю вгадування правильних відповідей учасниками тестування, для даних тестових завдань розроблено процедуру обчислення балів за формулою, яка знизила результати учасників тестування до рівня, який більше відповідав балам з тестів, що передбачають короткі відповіді на питання. Було зроблено припущення, що при використанні тестових завдань з чотирма варіантами відповіді учасники тестування або знають відповідь на питання, або просто обирають один із запропонованих варіантів, то можна очікувати, що правильно буде вгадана одна з чотирьох відповідей. Для того, щоб зменшити результат тестованого на величину кількості балів, які за припущенням він отримав завдяки вірному вгадуванню, загальний бал обчислюють відніманням частки неправильних відповідей від кількості правильних відповідей. Результатом таких міркувань стала формула:

$$X = R - \frac{W}{k-1},$$

де R – кількість правильних відповідей;
W – кількість неправильних відповідей;
k – кількість варіантів відповіді у кожному завданні.

Коли учасник тестування утримується від відповіді на завдання, воно не вважається ні вірним, ні невірним. Даний метод підрахунку балів за завдання множинного вибору отримав назву «Правильний мінус неправильний» [4, с.32-40].

Розглянемо, як діє формула на прикладі учасника, який із сорока завдань у тесті вірно виконав двадцять і невірно – дванадцять, а у кожному завданні надано п'ять варіантів відповідей. У такому випадку: $R = 20$; $W = 12$; $k = 5$; кількість пропущених завдань дорівнює 8.

$$X = R - \frac{W}{k-1} = 20 - \frac{12}{5-1} = 20 - \frac{12}{4} = 17.$$

Таким чином, загальний результат учасника було знижено на три бали. Припустимо, що у подібному тесті учасник з абсолютно нульовим рівнем компетенції дав відповіді на всі сорок запитань, користуючись виключно здогадкою. Якщо кожне завдання має чотири варіанти відповіді, можемо очікувати, що цей учасник дасть вірну відповідь на десять із сорока завдань, а тридцять відповідей будуть невірними. У цьому випадку розрахований за формулою бал буде дорівнювати:

$$X = 10 - \frac{30}{4-1} = 10 - \frac{30}{3} = 10 - 10 = 0.$$

Протягом деякого часу після впровадження обчислення балів за формулою, учасників тестування інструктували не використовувати здогадку, якщо вони не впевнені у правильності відповіді. Але експерти з психометрії поставили під сумнів таку практику, зазначивши, що учасники, які проігнорували інструкції та відповідали навздогад, могли отримати вищий бал за формулою, ніж ті учасники, які мали такий самий рівень знань, але дотримувалися інструкцій. Йдеться про випадки, коли учасник тестування може виключити один або більше з неправильних варіантів і вгадувати з тих варіантів, які залишилися [3, с.56].

Розглянемо ситуацію, коли учасник не знає відповіді на жодне з двадцяти чотирьох завдань, кожне з яких має п'ять варіантів відповідей, але може виключити по два невірних варіанта в кожному завданні. Вибравши навздогад один з трьох варіантів, які залишилися, очікується, що цей учасник має вірно вгадати третину відповідей (вісім відповідей вірно і шістнадцять – невірно). Обчислення за формулою скорегує бал учасника наступним чином:

$$X = R - \frac{W}{k-1} = 8 - \frac{16}{5-1} = 8 - \frac{16}{4} = 8 - 4 = 4.$$

Зрозуміло, що цей учасник тестування отримує чотири бали за здогадку.

Користування здогадкою із наведених прикладів буде несправедливим, якщо інші учасники дотримувалися інструкцій, які вимагали повністю утримуватися від відповіді навздогад. Тому сьогодні майже всі інструкції з тестів, бали з яких обчислюються за формулою, рекомендують утримуватися від «сліпого» вгадування, але радять учасникам відповідати навздогад, якщо вони можуть виключити один або декілька невірних варіантів.

Незважаючи на метод обчислення, учасників тестування потрібно чітко інформувати про стратегію надання відповідей, яка буде оптимальною для їх результатів. Учасники тестування мають заздалегідь знати методику розрахунку результатів тестування, оскільки це впливає на тактику поведінки особи під час тестування. Важливо, щоб учасники тестування усвідомлювали, що обчислення балів за формулою не призначене для того, щоб покарати вгадування, а щоб скоригувати бали з урахуванням можливості користування здогадкою.

Висновки.

Вивчення досвіду використання різних методів підрахунку балів за завдання множинного вибору дає підстави стверджувати, що обчислення балів за формулою «Правильний мінус неправильний» не підходить для поточних тестів. Якщо викладання було ефективним, а тест представляє раціональну вибірку того навчального матеріалу, що повинні знати студенти, малоймовірно, щоб багато студентів не знали відповіді на велику кількість питань. У такому випадку обчислення балів за формулою буде малоефективним через незначну кількість невиконаних завдань.

Але, обчислення балів за формулою при розрахунку результатів тестування є бажаним для тестів на готовність, результати яких надають діагностичну інформацію для узгодження й коригування можливостей студента з вимогами навчання. Перш ніж розпочати навчальний процес, викладачі мають перевірити наявність у студентів навичок, що є передумовами успішного навчання. Як показують дослідження, ефективним інструментом діагностики є тест на готовність, який пропонують студентам на початку навчального курсу. У цьому випадку використання формульного методу підрахунку балів забезпечує високу надійність тестування та об'єктивне оцінювання, дає змогу скоригувати «завищені» бали, отримані завдяки випадковому вгадуванню відповідей, що відбувається при обчисленні балів за кількістю правильних відповідей, надає можливість отримати діагностичну інформацію про рівень сформованості знань студентів. Отже, формульний метод «Правильний мінус неправильний» доцільно використовувати під час масового бланкового тестування на початку навчання.

Література

[1] *Булах І.Є., Мруга М.Р.* Створюємо якісний тест: Навч. Посіб. / Булах І.Є., Мруга М.Р. – К.: Майстер-клас, 2006. – 160 с.

[2] *Гронлунд Норман Е.* Оцінювання студентської успішності: Практ. посіб. – К.: Навчально-методичний центр «Консорціум із удосконалення менеджмент освіти в Україні», 2005. – 312 с.

[3] Основи педагогічного оцінювання. Частина ІІ. Практика: Навчально-методичні та інформаційно-довідкові матеріали для педагогічних працівників / За заг. ред. Ірини Булах – К.: Майстер-клас, 2005. – 56 с.

[4] *Фрарі Р.Б.* Обчислення балів за формулою для тестів множинного вибору (коригування вгадування / Р.Б. Фрарі // Вісник ТІМО: тестування і моніторінг в освіті: журнал. – 2008. – N9. – С.32-40

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ФІЗИКИ І АСТРОНОМІЇ В ЗОШ ТА ВНЗ

УДК 531/534 (076)

Овчаренко В.П.

доцент кафедры физики, СГПУ

e-mail: vp_ovcharenko@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОБЩЕГО КУРСА ФИЗИКИ

Объектом исследования является применение инновационных технологий при изучении общего курса физики. Эксперименты по использованию в учебном процесс таких технологий как модульная технология, технология кооперации, информационная технология способствовали существенному мовышению эффективности образовательного процесса.

Ключевые слова: *обучение, технологии, общая физика.*

Изменение целей, условий современного высшего образования требует научно детерминированного совершенствования педагогической технологии. Педагогическая технология представляет собой целостность рационально отобранного и научно обоснованного содержания и организационных форм, которые создают условия для мотивации. В педагогической технологии каждый элемент и этап учебно-воспитательного процесса обусловлены, нацелены на объективно диагностируемый результат.

В процессе изучения общего курса физики мы применяем различные технологии. Ведущее место занимает у нас технология модульного содержания процесса обучения. Смыслом модульной технологии является такое изменение организационных основ процесса обучения физики, которое обеспечивает условия для индивидуализации и дифференциации обучения. Структурной единицей технологии является модуль - относительно самостоятельная часть учебного процесса, которая интегрирует несколько близких по смыслу и фундаментальных по значению понятий, законов, принципов. Освоение модуля начинается с обзорно-установочной лекции. За ней должна следовать самостоятельная учебная работа, консультации, несколько практических, семинарских и лабораторных работ. Каждое такое занятие включает в себя три-четыре вида учебной работы: дискуссию по содержанию источников, анализ педагогических ситуаций, решение проблемно-педагогических задач, ролевую и деловую игру.

Модульная технология обучения предоставляет студентам возможность изучать курс физики по индивидуальному плану, досрочно сдавать зачеты по пройденным темам. Студент получает зачет по материалу конкретного модуля, если он во время собеседования продемонстрировал понимание основных идей модуля и аргументированное изложение их в письменной или устной форме. Таким образом, достоинством модульной технологии обучения является стимулирование самостоятельной работы студентов, возможности определять индивидуальный темп усвоения учебного материала, свободы выбора форм изучения информации. Она способствует раскрытию творческого потенциала преподавателя и студентов при совместном достижении целей [1]. Блочная технология обучения объединяет цели, планирование, содержание, формы и методы обучения, механизм его постоянного стимулирования и обновления. Она сопровождается выстроенной системой комплексного разноуровневого рейтингового контроля, который выводит качество поэтапной подготовки специалистов на заранее обозначенный уровень, обеспечивающий эффективность готовности студентов к профессиональной деятельности. Помимо блочной технологии в изучении физики широко используется технология развивающейся кооперации [2]. Идея развивающейся кооперации выступает в качестве технологической основы проектирования педагогических ситуаций. Способность к кооперации развивается у человека тогда, когда он сталкивается с необходимостью решения сверхзадач, не поддающихся индивидуальному решению. Это требует обращения к другому человеку и привлечению его к сотрудничеству. Важнейший пункт в технологии развивающейся кооперации это необходимость конструирования каждым участником совместной деятельности. Потребность в преобразовании форм кооперативной деятельности возникает благодаря необходимости в обобщении знаний, умений для получения интегративных частных результатов учебной работы. В технологии развивающейся кооперации постановка проблем, планирование, выполнение поставленных целей, оценивание действий проводится самим студентом, т.е. он становится субъектом собственной учебной деятельности.

Основными приемами данной технологии обучения являются [3]:

- индивидуальное, затем парное, групповое, коллективное выдвижение целей;
- коллективное планирование учебной работы;
- коллективная реализация плана;
- конструирование моделей учебного материала;

- конструирование собственной деятельности;
- самостоятельный подбор информации, учебного материала;
- игровые формы организации процесса обучения;
- взаимоконтроль в кооперации.

Для реализации этих приемов преподаватель проводит следующую работу. Опираясь на имеющиеся у студентов знания, он ставит учебную проблему и вводит в нее группу обучающихся. Этим достигается начальная познавательная активность студентов и первичная актуализация их внутренних целей.

Далее преподаватель предоставляет возможность для самостоятельной деятельности. Объединенные в творческие группы по 6 чел., студенты теперь уже самостоятельно, в процессе обучения уточняют цель работы, определяют предмет поиска, вырабатывают способ совместной деятельности, отрабатывают и отстаивают свои позиции, приходят к решению проблемы. Творческие группы создаются по функциональному принципу с учетом педагогической потребности. Группа формируется так, чтобы в ней был лидер, генератор идей, оппоненты и исследователи. Смена лидера происходит через каждые два-три практические занятия, что стимулирует развитие организаторских способностей у студентов. Творческие группы подвижны, т. е. студентам разрешается переходить из одной группы в другую, общаться с членами других групп. Заключительным этапом работы является общее обсуждение, в процессе которого преподаватель нацеливает студентов на доказательство истинности решений. Каждая группа активно отстаивает свой путь решения проблемы, свою позицию. В результате возникает дискуссия, в ходе которой от студентов требуется обоснование, логическая аргументация, подведение к решению поставленной задачи. Большую помощь при групповой работе дает использование информационных технологий. Обучающие программы и компьютерные модели, виртуальные лабораторные работы, создание мультимедийных презентаций как нельзя лучше подходят для совместной работы пар или групп. При этом каждый может выполнять как однотипные задачи, взаимно контролируя друг друга, так и отдельные этапы общей работы. При выполнении заданий в парах или группах не требуется одинакового уровня владения техническими средствами, а в процессе совместной работы происходит совершенствование практических навыков всех участников.

Все члены рабочей группы заинтересованы в общем результате, поэтому неизбежно и взаимообучение не только по предмету, но и по вопросам эффективного использования вычислительной техники и соответствующих информационных технологий.

Одной из форм обучения, стимулирующих студентов к творческой деятельности является написание и мультимедийная презентация рефератов сопровождающих изучение какой-либо темы курса физики. Здесь каждый из студентов имеет возможность самостоятельного выбора формы представления материала, компоновки и дизайна слайдов, имеет возможность использовать все доступные средства мультимедиа для того, чтобы сделать материал наиболее зрелищным.

Компьютерное тестирование дает возможность индивидуализировать и дифференцировать задания путем разноуровневых вопросов. К тому же тесты на компьютере позволяют вернуться к неотработанным вопросам и поработать над своими ошибками. Обучающие программы предоставляют практически безграничные возможности как студентам, так и преподавателям, поскольку содержат хорошо организованную информацию.

Результаты эксперимента, проведенного на первом курсе студентов специальности «физика и информатика» физико-математического факультета позволяют утверждать о высоком уровне перспективности применения таких технологий при подготовке студентов к профессионально-педагогической деятельности.

Таким образом, современные педагогические технологии в сочетании с современными информационными технологиями могут существенно повысить эффективность образовательного процесса, решить стоящие перед учебным заведением задачи подготовки всесторонне развитой, творчески свободной личности, прекрасного специалиста.

Литература

[1] *Соколов В.М.* Инновационные технологии в образовании: стимулы и препятствия.// Вестник ННГУ. выпуск 1(6), 2005.

[2] *Александров И.В., Афанасьева А.М., Сагитова Э.В., Строкина В.Р.* Современные педагогические технологии при изучении курса физики в техническом университете.// Инновации в образовании - журнал, Изд-во Совр.гуманит. ун-та. Москва. 2006, №1, С.127-131.

[3] *Ксензова Г.Ю.* Инновационные технологии обучения и воспитания школьников.// Учебное пособие. Москва. Педагогическое общество России, 2005, С.128.

УДК 372.853

Олійник Р.В., Агеєва Е.Р.

[1] *доцент кафедри фізики, СДПУ*

[2] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

e-mail: elmira.queen@mail.ru

ФОРМУВАННЯ СОЦІАЛЬНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СПОСОБОМ ГРУПОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ НА УРОКАХ ФІЗИКИ

На протязі багатьох років педагоги намагалися з'єднати навчання і виховання.Але фізика вважалась такою наукою,де важливим було отримання знань.Своєю статею ми намагаємося показати, що і на точних науках існує можливість виховувати школярів,робити їх соціально компетентними.

Ключові слова: *соціалька компетентність, групова робота.*

Проблема розвитку соціальної компетентності школярів - це важлива соціальна і психолого-педагогічна проблема. Її рішення зачіпає загальні питання суспільства і освіти, оскільки в умовах соціально-економічних змін перед освітою поставлено задачу не тільки дати випускникам певний рівень знань, умінь і навичок з основ наук, але й забезпечити здатність і готовність жити в сучасному надскладному суспільстві, досягати соціально-значимі цілі, ефективно взаємодіяти і вирішувати життєві проблеми [3].

Орієнтація сучасного суспільства на людину, на розкриття його соціальної сутності, на вирішення соціальних проблем повинна намітити в практиці шкільної освіти пріоритети виховання, якому поки відводиться другорядна роль. Школа покликана стати чинником розвитку соціальної компетентності особистості, що дозволяє жити в сучасному суспільстві. Тому я вибрала тему дослідження «Формування соціальної компетентності способом групової діяльності на уроках фізики».

У соціологічному словнику наводитися таке визначення: соціальна компетентність (від лат. Competens - відповідний, здібний) - здатність індивіда ефективно взаємодіяти з оточуючими його людьми в системі міжособистісних. відносин До складу соціально-психологічної компетентності входить уміння орієнтуватися в соціальних ситуаціях, правильно визначати особистісні особливості та емоційні стани інших людей, обирати адекватні способи поводження з ними і реалізовувати ці способи в процесі взаємодії. Особливу роль тут відіграє вміння поставити себе на місце іншого.

За ступенем складності розрізняють (див. напр. [1]) такі складові соціальної компетентності :
– *вираз*: здатність висловлюватися, виражати свої знання, думки і бажання;
– *сприймання*: здатність слухати, спостерігати за іншими членами групи, сприймати події і динаміку процесу в групі;
– *відкритість*: готовність сприймати стимули, здатність вислуховувати критику і сперечатися з іншими;
– *співпраця*: здатність усвідомлювати і сприймати можливості власних дій та відповідальність, вміння розуміти і пристосовуватися до дій інших;
– *формування*: здатність адаптуватися, налагоджувати контакти, знаходити своє місце в групі, висловлювати критику адекватно ситуації; послідовність у навчанні; вміння вести розмову, вести себе відповідно процесу динаміки розвитку групи;
– *ідентифікація*: здатність поставити себе на місце іншого і вирішувати конфлікти відповідно до ситуації, підтримувати баланс «близькість і дистанція», усвідомлювати власні можливості і межі.

Можна виділити (див напр. [4]) такі основні показники соціальної компетентності:
– співробітництво, робота в команді;
– здатність приймати власні рішення;
– здатність робити усвідомлений вибір;
– прагнення до усвідомлення власних потреб і цілей;
– соціальна цілісність, вміння визначити особистісну роль у суспільстві;
– наявність досвіду виконання різноманітних соціальних ролей;
– володіння банком прийомів ненасильницького вирішення конфліктів;
– розвиток особистісних якостей, саморегулювання .

У соціальній компетентності підлітків провідну роль відіграють відповідальність, емоційна саморегуляція, навички конструктивної взаємодії, адекватна самооцінка, узгоджена з потребою у досягненні, мотивація досягнення успіху, конструктивна поведінка в життєвих труднощах. У старшому шкільному віці принципове значення для соціальної компетентності мають соціальний інтелект, свідомість життя, побудова часової перспективи, сформованість мотивації досягнення успіху, рефлексивність, високий рівень самоповаги і його ідентичність, соціально значущі ціннісні орієнтації, відповідальність.

Психологічні складові соціальної компетентності проходять кілька етапів формування: початковий, нестійкий, стійкий.

Співвідношення рівнів з віковими складовими соціальної компетентності, вираженими у вимірюваних особистісних проявах, визначає системи взаємозв'язаних показників для кожного віку.

Дослідники проблеми розрізняють дві стратегії у розвитку соціальної компетентності школярів в освітньому середовищі: розвиваючу, яка передбачає створення умов, що стимулюють розвиток її базових складових, і формуючу, яка передбачає допомогу школярам у набутті соціальних навичок

Практична значимість мого дослідження полягає в тому, щоб на основі розглянутого теоретичного обґрунтування розробити уроки, що стимулюють розвиток у школярів соціальної компетентності; підвищують результативність освітнього процесу в аспекті соціальної адаптації особистості.

Існувала думка про те, що такі види компетентностей формуються в учнів на предметах гуманітарного напрямку. В своїй праці ми намагаємося показати те, що це можливо, і потрібно, реалізовувати на фізико-математичних дисциплінах.

Нами проаналізовані технології навчання, які сприяють розвитку соціальної компетентності, серед них відомі є:

– технологія співробітництва;
– технологія диференційованого навчання;
– ігрова технологія.

Означені технології передбачають обов'язкове застосування групових форм навчання. Вони використовуються для вирішення комплексних завдань, засвоєння та закріплення нового матеріалу, розвитку творчих здібностей, формування загально навчальних вмінь, дають можливість учням зрозуміти і вивчити навчальний матеріал з різних позицій. Інтерактивні технології виконують наступні функції: комутативну (освоєння діалектики спілкування), терапевтичну (подолання труднощів), діагностичну (самопізнання).

При груповій роботі школярі вчаться спільної діяльності у вирішенні пізнавальних завдань. Хтось добре проявив себе в аналізі навчального матеріалу, хтось відчуває складнощі у вирішенні прикладу або завдання, хтось ухиляється від роботи. Це відбувається при всіх. Даючи оцінку, роблячи зауваження окремим учням, вчитель розраховує, що на них будуть реагувати всі, припускає, що його вказівки, питання, пропозиції доходять до кожного. Ті учні, які зустрічають труднощі у вирішенні проблем, можуть вдатися до допомоги своїх товаришів. Вона будується з таким розрахунком, щоб кожен виконував вказівку вчителя, вступав у контакт з ним і класом, враховував його зауваження, реакції колективу і належним чином виходив зі сформованої ситуації. При такій організації колектив класу живе одними цілями. Важливо, що при груповій роботі застосовується діалог, який є не тільки засобом навчання і виховання, він ще й полігон для вправи мовної здібності учнів і умова засвоєння ними законів людського спілкування. Засвоюючи знання, виробляючи навички та вміння в певній науковій галузі, учень одночасно засвоює правила мовної поведінки і, зокрема, правила діалогу.

З урахуванням викладеного ми визначили за мету нашого дослідження розвиток соціальної компетентності учнів при вивченні фізики. Експериментальною базою був обраний 10 клас Макіївської ЗОШ № 99. За допомогою психологічних методик було визначено рівень розвитку компетентності учнів. Первинний контроль констатував у підлітків відставання у розвитку соціальної компетентності, особливо по субшкалам: «самостійність», «ставлення до своїх обов'язків», «інтерес до соціального життя».

Для підвищення рівня соціальної компетентності на уроках фізики ми здійснили наступне:

– після ознайомлення учнів з цілями та задачами майбутньої роботи провели бесіди та пояснення, що сприяли психологічній підготовці учнів, адаптували перехід від індивідуальної діяльності до групової.

Для поліпшення роботи в групі ми рекомендували засвоїти пам'ятку:

1) уважно вислухай і зрозумій думки товариша по групі;
2) якщо не зрозумів, запитай ще раз;
3) висловлюй свої думки групі коротко і чітко;
4) якщо не згоден з відповіддю товариша обгрунтуй, чому;
5) якщо не згодні з тобою, встанови, чому;
6) якщо довели невірність твоїх поглядів, визнай свою помилку;
7) пам'ятай: вирішення проблеми залежить від кожного члена групи;

– для навчального процесу ми обрали розділ «Молекулярна фізика» (див. напр. [2]). В календарно-тематичне планування внесли зміни, а саме проаналізували можливість формування соціальної компетентності при вивченні понять та законів фізики, при виборі прийомів та методів роботи передбачили ті, що сприяють її розвитку: мотивацію досягнень учнів, адекватну самооцінку, емоційну саморегуляцію, конструктивну взаємодію, відповідальність, організованість;

– при створенні сценаріїв конспектів уроків розробили відповідний зміст та особливо діяльність, ґрунтуючись на групову роботу.

Наведемо приклад фрагментів повторювально-узагальнюючого уроку-гри за темою: **«Молекулярна фізика: термодинаміка.**

Мета уроку: за допомогою гри «Сходження на пік Знань» повторити, узагальнити знання учнів з даної теми; продовжити формування інтелектуальних здібностей учнів при вирішенні якісних завдань; формувати соціальну компетентність (через груповий засіб спілкування); навчати учнів засобів самоконтролю; дати спробу відчути кожному учню потенціал в здобутті знань.

Обладнання: карта сходження, два стартових прапорця, малюнки з прислів'ями, фізичне доміно (два примірники), набір магнітів, три ракетки з написами «кг», «м», «с».

Хід уроку:

Етапи уроку	**Зміст діяльності вчителя під час етапу уроку**	**Діяльність учнів**	**Що формуємо в учнях.**
1. Організаційний момент	Привітавшись з учнями вчитель наочно перевіряє готовність класу до уроку		
2. Мотивація навчальної діяльності та повідомлення завдань уроку	Діти ми з Вами непогано попрацювали при вивченні теми. Тепер Вам необхідно одержанні знання систематизувати й скоригувати. Сьогодні ми з Вами проведемо фізичну гру. Зараз Ви за бажанням поділіться на 2 команди, виберіть капітана команди, але так, щоб в команді були і сильні і слабкі учні.	Об'єднуються в групи Обирають головного представника групи.	Формування вмінь свідомо себе оцінювати, здатності усвідомлювати і сприймати свої можливості і недоліки.
3. Цільова установка	Щоб робота вам приносила задоволення, щоб кожен з вас зміг реалізувати себе у певній діяльності давайте повторимо пам'ятку, якої бажано дотримуватися на протязі не тільки уроку, а й усього життя.	Повторюють пам'ятку.	Формування навичок і вмінь співпрацювати в групі, мотивацію досягнень учнів.
4. Організація самоконтролю	Зараз нам з Вами потрібно накреслити таблицю самоконтролю й заповнити перший ряд Я гадаю, що я знаю на ... Я знаю на ... Оцінка ведучого	Креслять в зошиті таблицю і заповнюють перший ряд.	Формування вмінь свідомо себе оцінювати.
5. Ознайомлення з правилами гри	Вчитель оголошує правила гри	Слідкують за правилами гри.	Формування здібностей сприймати інформацію.

6. Гра	Привал 1 «Кросворд». (На дошці намальований кросворд)	Розгадують кросворд.	Формування самостійності, формування культури спілкування вмінь сприймати інші точки зору і визначення єдиної правильної відповіді
	Привал 2 «Ромашка». (Ромашка має 8 пелюсток з завданнями, кожній команді по 4 завдання).	Відповідають на питання.	Формування самостійності, творчого мислення.
	Привал 3 «Увага». Якщо я піднімаю ракетку зі знаком «м», то всі повинні встати, демонструючи свою «довжину»; якщо ракетка зі знаком «с», то всі повинні швидко скинути руку і як би подивитися на свої ручний годинник; якщо ракетка зі знаком «кг», то всі повинні сісти або сидіти тому що маса є мірою інертності тіла. (Команда, яка була менш уважною, отримує штрафне очко).	Слідкують за словами вчителя і виконують його вказівки.	Формування здібностей сприймати інформацію,бути уважними.
	Привал 4 «Веселе питання - серйозна відповідь». Учні пригадують оповідання і пояснюють дії героїв використовуючи закони фізики.	Обмінюючись думками відповідають на запитання.	Формування комунікативних навичок, вміння висловлювати свої думки, та доводити їх; не боятися знаходити власні рішення у різних учбових, а також і життєвих ситуаціях.
	Привал 5 «Сюрприз - невдача». Після викидання кубика, оголошують помічники, що через погані погодних умов: очікується снігопад, схід снігових лавин і сильний вітер, командам необхідно повернутися назад, на стільки переходів, скільки вказує цифра на грані кубика.	Кидають кубики.	Формування вмінь сприймати невдачу, не зациклюватися на неї, вміння знаходити вихід з кожної ситуації.

	Привал 6 «Фізичне доміно». Користуючись принципом гри в доміно, складіть правильні формули. Тут враховується правильність і швидкість виконання.	Грають у фізичне доміно.	Формування соціальної компетентності: відповідальність, володіння засобами спілкування між собою і навичками конструктивної взаємодії; здатності робити усвідомлений вибір.
	Привал 7 «Відпочиваємо. Підводимо підсумки».	Заповнюють таблиці самоконтролю і таблицю «Ставлення до уроку»	Формування вмінь адекватно оцінювати себе, інших.
7. Домашнє завдання	Оцінюється робота учнів, робляться записи у журналі та учнівських щоденниках, задається домашнє завдання.	Записують домашнє завдання	Формування сумлінного ставлення до своїх обов'язків

Висновки

Таким чином, формування соціальної компетенції людини є актуальною проблемою психології та педагогіки, вирішення якої має важливе значення як для кожної конкретної людини, так і для суспільства в цілому. Як ми бачимо, існує можливість формувати соціальну компетентність школярів на уроках фізики, і вважаємо за потрібне продовжувати роботу в даному напрямку.

Література

[1] *Иванов Д.И.* Компетентности и компетентностный подход в современном образования//воспитание.образование.педагогика — 2007.

[2] *Коршак Е.В., Ляшенко О.Я.,Савченко В.Ф.* Фізика, 10 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. — 2010.

[3] *Пряникова Е.В.* Социальная компетентность школьников: смыслы и практики — 2007.

[4] *Шаронова С.А.* Компетентностній подход и стандарты в образовании/ Социальніе исследования. — 2008.

УДК 372.853

Олійник Р.В., Нелюб М.В.

[1] *доцент кафедри фізики, СДПУ*

[2] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

e-mail: pochta26021989@mail.ru

ПСИХОДИДАКТИЧНІ ПІДХОДИ У НАВЧАННІ ФІЗИКИ

Стаття розкриває поняття психодидактики та демонструє результати використання методологічних підходів на уроках фізики в ЗОШ. Також наведені приклади вивчення теми «Газові закони» за допомогою різних підходів.

Ключові слова: *психодидактика, методологічний підхід,стилі мислення.*

Вступ

В процесі розвитку педагогіки та педагогічної психології було узагальнено і запропоновано безліч теорій і концепцій навчання, які сформульовані у вигляді наукової галузі, яка отримала назву «Дидактика». Форми організації, принципи і методи навчання відпрацьовані теоретично настільки широко й досконало, що здавалось, всі проблеми навчання вирішені і процес навчання повинен йти легко, досягаючи поставлених цілей. Насправді його реальний перебіг далеко не завжди відповідає побудованим моделям та теоріям, результати залишають бажати кращого.

Значна частина вчителів продовжують працювати «традиційними методами», які не завжди відповідають вимогам педагогічної науки. Як правило процес шкільного навчання має спрощений характер: вчитель переказує учням зміст параграфа підручника, ті слухають, запам'ятовують та інколи готують завдання вдома; на наступному уроці йде опитування двох-трьох учнів, далі викладається новий параграф, і все повторюється. Така діяльність педагога неефективна.

Чому існує настільки різке протиріччя між педагогічною наукою та практичним шкільним навчанням?

Історично склалося, що психологічні та дидактичні теорії навчання розвивались незалежно один від одного. Як результат, виникли дві серйозні проблеми: проблема взаємозв'язку цих теорій і проблема доведення їх до шкільної практики. Вирішення їх ускладнюється не бездоганністю методологічного апарата дидактики.

Багато психологічних та дидактичних явищ не визначено і в різних першоджерелах називаються довільно. Ряд таких явищ поза категорією педагогічної науки, або віднесені до тієї чи іншої категорії суб'єктивно. Куди, наприклад, можна віднести поняття «проблемне навчання», або «програмоване навчання» (або інших позицій)? До методів або принципів? Від рішення даного питання залежить характер їх аналізу та, головне, використання в навчальному процесі.

Потреба в об'єднанні психологічного і дидактичного знання в єдину систему впливу на особистість підкреслювалась неодноразово в працях педагогів та психологів. Ідея розробки спеціальної області наукового знання, яка займає межу між педагогікою і психологією і названа «психодидактикою», була наголошена в 1981 році Ю.К. Бабанським, І.Д. Звєрєвим, Т.В. Кудрявцевим та іншими. Розробку структури, змісту та функцій нової області знання здійснили Крутський О.М., професор кафедри методики викладання фізики Барнаульского ДПУ та Косихіна О.С., аспірантка цього ж вузу, та інші відомі науковці.

Основна частина

Психодидактика – область психолого-педагогічного знання, яка бере на себе функції здійснення взаємозв'язку психологічних і дидактичних концепцій навчання та впровадження їх в шкільну практику шляхом розробки психодидактичних технологій, доведених до рівня роздаткового дидактичного матеріалу, підготовленого для кожної теми конкретного навчального предмету [2].

Психодидактика виділяє наступну систему підходів: проблемний, програмований, дискретний, системно-функціональний, системно-структурний, системно-логічний, індивідуально-диференційований, комунікативний, ігровий, межпредметний, історико-бібліографічний, демонстраційно-технічний, задачний, модельний.

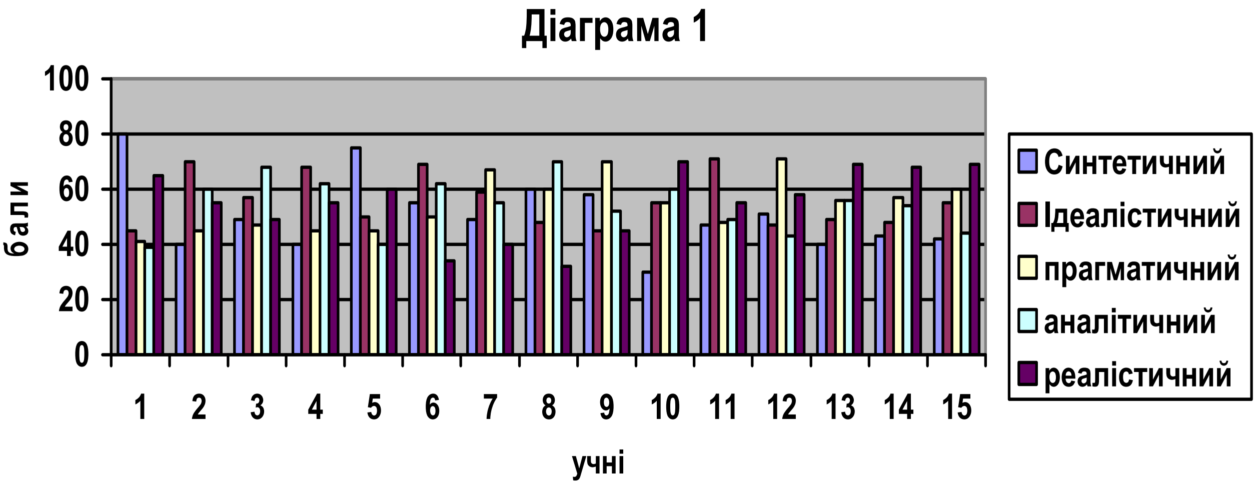
Метою нашого дослідження ми визначили застосування психодидактичних підходів на уроках фізики та оцінку їх ефективності при вивченні молекулярної фізики у 10 класі ЗОШ. Для досягнення даної мети був обраний клас Новодонецької ЗОШ №16 м.Добропілля.

Спочатку за допомогою психологічних методик було визначено стиль мислення учнів та їх зацікавленість у вивченні фізики. Наведемо результати, отримані при діагностиці учнів та оцінки домінуючого стилю мислення.

Продемонструємо робоче портфоліо учениці та динаміку її зміни до та після експерименту.

Більмак Тетяна	Стиль мислення (до) $\Sigma = 270$ балів	Стиль мислення (після) $\Sigma = 270$ балів	Зацікавленість предметом (10-ти бальна шкала)		Підсумковий бал за I та II семестр	
			до	після	I	II
10 клас	Синтетичний 80 Ідеалістичний 45 Прагматичний 41 Аналітичний 39 Реалістичний 65	Синтетичний 78 Ідеалістичний 47 Прагматичний 41 Аналітичний 45 Реалістичний 59	7	9	10	11

Зведення отриманих даних у комплексну діаграму дає можливість проаналізувати клас в цілому.



Ці дані були покладені в основу вибору психодидактичних підходів, які потрібно використовувати для всіх учнів разом та під час роботи з кожним. Ґрунтуючись на індивідуально-диференційованому підході до навчання, ми поєднували різні підходи психодидактики для досягнення ефективних результатів у навчанні та вихованні учнів. Так первинне викладання матеріалу, найчастіше, відбувалося на підході, який сприймався більшістю школярів, схильних до нього за відповідним стилем мислення. Надалі, вивчення та закріплення ґрунтувалося на інших підходах у відповідності особистостей.

Така методика демонструвала нам активність, зацікавленість та посильність учнів у навчальній, особливо самостійній, пізнавальній діяльності.

Продемонструємо практику нашої роботи на прикладі вивчення газових законів. Наведемо матеріали застосування системно-функціонального та історико-бібліографічного підходів при вивченні теми.

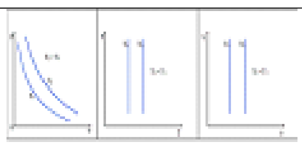
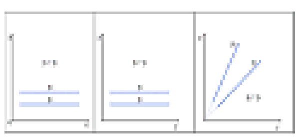
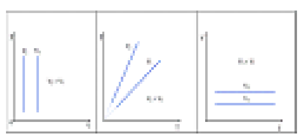
Найбільшу складність для учнів складає засвоєння фізичних величин і законів. Дослідженнями в шкільній практиці встановлено, що незнання саме цих елементів призводить до нерозуміння теорії, що вивчається. Тому дуже важливо для процесу вивчення фізики побудувати технологію системного засвоєння фізичних величин і законів.

При послідовному способі вивчення матеріалу, елементи знання, які мають однакове функціональне значення, зустрічаються багато разів, але розташовані в різних розділах учбового предмету. Їх вивчення розділено великими проміжками часу. Учні не можуть самостійно побачити спільність функцій окремих елементів і аналогічність структури знання. Тому, використовуючи системно-функціональний підхід, який ґрунтується на планах узагальненого характеру, можна навчити учнів характеризувати закон, фізичну величину, явище та інші за допомогою вже розроблених заздалегідь планів [3].

Нагадаємо, системно-функціональний підхід ефективний для дітей з аналітичним стилем мислення. Представникам даного стилю характерно систематичне, всебічне розглядання питання, проблеми, процесу або об'єкту на базі прихованої або явно сформованої теорії. Аналітиків відрізняє логічна, методична, ретельна (з акцентом на деталі) і обережна манера вирішення проблем.

- системно-функціональний підхід:

Табл. 1: Характеристики газових законів (див. напр. [4])

Знання про закон	Закон 1	Закон 2	Закон 3
Назва	Закон Бойля-Маріотта (ізотермічний)	Закон Гей-Люсака (ізобарний)	Закон Шарля (ізохорний)
Формулювання закону	За постійної температури тиск даної маси ідеального газу обернено пропорційний його об'єму	За постійного тиску об'єм даної маси ідеального газу прямо пропорційний його абсолютній температурі	За постійного об'єму тиск даної маси ідеального газу прямо пропорційний його абсолютній температурі
Формула	$T = const$ $P_1/P_2 = V_2/V_1$ $P_1V_1 = P_2V_2$ $PV = const$	$P = const$ $T_1/T_2 = V_2/V_1$ $V/T = const$	$V = const$ $T_2/T_1 = P_1/P_2$ $P/T = const$
Залежність між якими величинами встановлює закон	Закони виражають кількісну залежність між двома параметрами газу за фіксованого значення третього параметра		
Графічне зображення			

Границі застосування	Справедливі тільки для ідеальних газів
Застосування на практиці	В побуті, в промисловості, техніці

Історико-бібліографічний підхід забезпечує пошук нових закономірностей та додаток до основного змісту матеріалу підручника відомостями, почерпнутими з різних літературних джерел. Його психологічна мета - стимулювання інтересу до науки, її історії та перспективам розвитку, породження позитивних емоцій. Даний підхід краще сприймається учнями, у яких переважає реалістичний стиль мислення. В своїх відповідях на уроці такі учні спираються на факти, відомості та історію, сприймають матеріал емпірично, а не теоретично.

- історико-бібліографічний підхід:

– вчитель повідомляє учням про дату і місце відкриття закону Бойля-Маріотта;
– розповідає про хід експериментів (за можливістю супроводжує демонстраціями);
– учні готують доповіді про два інших закони.
– розповідь учнів наступного характеру:
«... Наступним був відкритий закон, що описує розширення газу при його нагріванні. Проблема тут полягала в наступному. До початку відповідних досліджень у натуралістів не було температурної шкали, а без неї, зрозуміло, необхідні вимірювання температури немислимі. Цікаво, що вимірювання стали проводити спостерігаючи за розширенням ртуті в скляній трубці. Те, що вибір упав на ртуть, мабуть, випадково, але вибір виявився вдалим. Якби замість ртуті взяли воду, все було б набагато гірше. Ви, ймовірно, знаєте, що вода при охолодженні поводиться зовсім не так, як інші рідини. При охолодженні до 4-х градусів за шкалою Цельсія вона стискається, а далі починає знову розширюватися.

Пошук названої залежності вівся багатьма дослідниками, але перші задовільні результати отримав в 1802 р. англійський хімік і фізик Джон Дальтон. Досліди він проводив з киснем, азотом, воднем і вуглекислим газом. На свій подив Дальтон виявив, що при нагріванні всі гази вели себе однаково. Але свої результати Дальтон сформулював виключно обережно: «Загалом я не бачу достатньої причини, що заважає нам зробити висновок, що всі пружні гази при одному і тому ж тиску однаково розширюються при нагріванні».

У 1802 р. незалежно від Дальтона той же закон відкрив французький хімік і фізик Жозеф Луї Гей-Люссак . . . » — [1].

Висновки

Обираючи той чи інший підхід, ми поліпшуємо процес навчання учням з відповідним стилем мислення. Інші учні, які важче сприймають матеріал в даній формі, отримують можливість на цій основі розвивати стилі мислення, в невластивому для них напрямку.

Якщо на початку вивчення теми ми спостерігали домінування одного із стилів мислення учнів, а інші стилі ігнорувались, або входили до зони невизначеності, то з часом у багатьох відбулися зміни, щодо розвитку інших раніше менш значимих стилів.

Засвоївши підходи психодидактики, учні можуть переносити отримане методологічне знання на процедуру вивчення наступних тем курсу фізики та інших навчальних предметів.

Як показують досліди педагогів, для озброєння учнів зазначеними методологічними знаннями необхідно 1,5 – 2 роки. Найбільш ефективно навчання відбувається тоді, коли воно починається одночасно с початком вивчення фізики (тобто з сьомого класу). В цьому випадку до дев'ятого класу учні вже оволодіють методологічними знаннями і значну частину роботи зможуть виконувати самостійно з мінімальними витратами інтелектуальних зусиль, що дуже важливо для підвищення зацікавленості предметом. При цьому звільняється час для виконання робіт, що пов'язані з експериментом, творчістю, розв'язуванням задач.

Данні методологічні підходи розроблені з користю для учнів та вчителів. Впроваджуючи описані технології можливо слідкувати за досягненнями учнів, більше часу приділяти кожному учню індивідуально, а головне спостерігати наскільки результативна навчально-виховна робота при вивченні предмету фізики.

Література

[1] *Євлахова О.М., Бондаренко М.В.* Фізика, 10. Рівень стандарту – 2010.

[2] *Крутский А.Н.* Психодидактика среднего образования. – Барнаул: БГПУ – 2008.

[3] *Крутский А.Н., Косыхина О.С.* Психодидактика:новые направления в преподавании физики. Лекция 4. Системно-функциональный подход к усвоению физических законов//«Физика». – 2005.

[4] *Коршак Е.В.,О.Я.Ляшенко, В.Ф.Савченко.* Фізика, 10 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. – 2010.

УДК 372.853

Мізенко О.М.

студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ

e-mail: men2010ua@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ ВИКЛАДАННІ ФІЗИКИ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ ПЕРШОГО РІВНЯ АКРЕДИТАЦІЇ

Стаття присвячена проблемі застосування комп'ютерних технологій у навчально-виховному процесі з фізики. В ній представлені результати дослідження впливу комп'ютерних технологій на якість знань та рівень навчальних досягнень студентів ВНЗ першого рівня акредитації.

Ключові слова: *інноваційний підхід до процесу навчання, технології навчання фізики, методичні системи навчання, розвиток комп'ютерних технологій навчання, гіпермедійне подання інформації, комп'ютерне моделювання, віртуальна фізична лабораторія, програмно-педагогічний засіб.*

Вступ

Освіта – основа розвитку людини, суспільства, держави. XXI століття висуває до освіти нові вимоги. Відповідні завдання окреслено Національною доктриною розвитку освіти в XXI столітті. Успішне їх виконання передбачає розробку та освоєння нових навчальних програм, удосконалення методів навчання, використання у навчальному процесі новітніх досягнень педагогічної науки і сучасних педагогічних технологій, зокрема технологій навчання з фізики і астрономії. Це обумовлює необхідність підготовки висококваліфікованих учителів фізики і астрономії з аналітичним мисленням, знанням широкого спектру сучасних педагогічних технологій, практичним досвідом їх упровадження в діяльність реального навчання [1, 2].

Кожна навчальна дисципліна має специфічні особливості, які дають змогу певним чином сприяти формуванню творчої активності студентів. Щодо фізики – це експериментальний метод пізнання на заняттях, у позааудиторній роботі, лабораторні роботи конструкторського характеру, заняття фізико-технічних гуртків, лабораторні роботи дослідницького характеру, метод моделювання, використання статистичного методу під час вивчення фізичних теорій, активний діалог, аналіз, синтез, індукція, дедукція, розкриття на заняттях фізичних знань для прискорення науково-технічного процесу ознайомлення студентів з найглобальнішими проблемами людства й розкриття ролі фізичної науки та їхнього розв'язування. Найкращим помічником у цьому є комп'ютер.

Метою статті є аналіз розвитку комп'ютерних технологій навчання, їх сучасних можливостей та шляхів використання в процесі вивчення фізики.

Систематичні дослідження в галузі використання комп'ютерних технологій в освіті проводяться вже більше сорока років. Система освіти завжди була відкрита для впровадження в навчальний процес комп'ютерних технологій навчання, що базуються на програмних продуктах самого широкого призначення. Разом із тим ці програмні засоби ніколи не забезпечували всіх потреб педагогів.

З 90-х років XX ст. почався новий етап використання комп'ютерної техніки в навчанні, зокрема, фізики, на якому її застосування відбувалося в двох пріоритетних напрямках. Перший напрямок передбачав використання комп'ютерної техніки як нового навчального технічного засобу у межах існуючої системи навчання. Другий напрямок передбачав реформування всієї системи освіти на підставі того, що потенційні можливості комп'ютерів значно перевищують можливості їх використання у рамках існуючої системи навчання. Це спричинило зміну технічних основ системи освіти, змісту, методів навчання фізики та появу гіпермедійного подання інформації.

Гіпермедійне подання інформації передбачає використання мультимедійної інформаційної навчальної системи – зібрання текстової інформації, графічних зображень, відеороліків, звукових кліпів, присвячених певному питанню чи темі, а також гіпертексту. Гіпертекст – це особлива форма організації, подання та засвоєння текстового матеріалу, що передбачає урахування безлічі взаємозв'язків між його елементами [3].

На сучасному етапі в навчальних закладах успішно використовуються різні програмні комплекси – як відносно прості, так і складні. В наукових центрах і навчальних закладах США, Канади, Західної Європи, Австралії, Японії, Росії, України та ряду інших країн була розроблена велика кількість спеціалізованих комп'ютерних систем саме для потреб освіти, орієнтованих на підтримку різних сторін навчально-виховного процесу.

І.Г. Захарова [4] наводить класифікацію програмних засобів інформаційних технологій навчання з позицій дидактики та можливі шляхи їх інтеграції в навчально-виховний процес, що на сьогодні використовується в світовій практиці.

На сучасному етапі в нашій країні цілим рядом дослідників і, зокрема, нами проводиться пошук раціональних методик використання комп'ютерних технологій в процесі вивчення фізики. Одні з існуючих методик передбачають фрагментарне використання комп'ютера, інші – проведення занять, на яких надання нового матеріалу та контроль за його засвоєнням проводиться комп'ютером.

На підставі аналізу літературних джерел [5, 6, 7 та ін.], власного педагогічного досвіду та досліджень, ми схильні підтримувати таку існуючу думку: найбільш ефективними системами навчання є ті, де основною фігурою тривалого навчального процесу є викладач. Він передає студентам основний обсяг інформації, організує навчальний процес, керує ним та формуванням особистості студента.

Основна частина

Сучасний викладач займається різними видами професійної діяльності: викладацькою, виховною, науковою, методичною, управлінською. Залежно від того або іншого виду діяльності існують різні можливості використовувати комп'ютерні або інформаційні технології, що дають можливість отримувати, передавати, систематизувати, обробляти інформацію, а також здійснювати комунікацію між колегами, студентами, їх батьками і так далі.

Щоб іти в ногу з часом, викладач повинен володіти основами інформаційних технологій, мати уявлення про найбільш поширену в даний час операційну систему Windows, уміти працювати в поширених комп'ютерних програмах, зокрема, Microsoft Word, Excel, PowerPoint і низкою інших спеціалізованих програм, пов'язаних з предметною діяльністю викладача, користуватися Інтернетом, а також уміти використовувати знання студентів про комп'ютер, котрі останні отримують на заняттях з інформатики.

Добре відомо, що курс фізики включає розділи, вивчення і розуміння яких вимагає розвиненого образного мислення, уміння аналізувати, порівнювати. Насамперед мова йде про такі розділи, як «Молекулярна фізика», деякі розділи «Електромагнетизму», «Ядерна фізика», «Оптика» і ін. Багато явищ в умовах фізичного кабінету не можуть бути продемонстровані. Наприклад, явища мікросвіту, або процеси, що швидко протікають, або досліди із приладами, відсутніми в кабінеті. В результаті студенти зазнають труднощі їхнього вивчення, оскільки не в змозі їх уявити. Комп'ютер може не лише створити модель таких явищ, а й дозволити змінювати умови протікання процесу, «прокрутити» із оптимальною для засвоєння швидкістю. Для глибокого розуміння студентами явищ, процесів, описаних в даних розділах викладачу необхідно використовувати персональний комп'ютер, з'єднаний з необхідним фізичним устаткуванням, проектором, мультимедійною дошкою, телевізором.

Демонстрацію фізичних явищ, процесів зручно і доцільно здійснювати за допомогою комп'ютерних програм навчального призначення. Відповідно до правил використання комп'ютерних програм у навчальних закладах, комп'ютерна програма навчального призначення – це комп'ютерна програма, яка є засобом навчання, що зберігається на цифрових або аналогових носіях даних і відтворюється на електронному обладнанні [11]. Класифікації комп'ютерних навчаючих програм розробляли Б.С. Гершунський, Дж. Скандура (J. M. Scandura, 1983), Дж. Чемберс и Дж. Шпрехер (J. A. Chambers, J. W. Sprecher, 1983), Т. О'Ши (T. O'Shea et a1., 1984) та інші.

Сьогодні існує багато вітчизняних і зарубіжних програм з фізики. Аналіз наукових статей показав, що найбільш уживаними є такі програмні продукти:

Жива Фізика (російська версія, розробка американської фірми MSC. Working Knowledge). «Жива фізика» являє собою середовище, у якому студенти і школярі можуть проводити моделювання фізичних експериментів. За допомогою представленого в «лабораторній шафі» устаткування й матеріалів можливе моделювання різноманітних процесів з таких тем як механіка, електрика й магнетизм. Сучасний обчислювальний апарат, засоби анімації, численні допоміжні функції роблять «живу фізику» зручним і потужним інструментом викладання фізики у школах. Програму супроводжує довідковий посібник для вчителя, що містить усі необхідні відомості щодо встановлювання та інструментарію програми, про способи розробки та проведення експериментів. Програма «жива фізика» дозволяє вивчати шкільний і вузівський курси фізики, засвоювати основні фізичні концепції, зробити більш наочними абстрактні ідеї й теоретичні побудови (такі як, наприклад, напруженість електростатичного або магнітного поля), при цьому немає необхідності використовувати складне в налагодженні, громіздке, дороге, а іноді й навіть небезпечне устаткування.

«Активна фізика». Програмно-методичний комплекс (ПМК) «Активна фізика» білоруської фірми Pi-logic призначений для формування, контролю й корекції знань, умінь і навичок шляхом їхнього активного застосування в різних ситуаціях. Розрахований на використання під час уроків, у позакласній і домашній роботі. Забезпечує підвищення ефективності навчання завдяки активізації й індивідуалізації роботи учнів.

Фізика 7-11 класи (виробник АТЗТ «Квазар - Мікро Техно»). В основу розробки навчального програмного забезпечення (НПЗ) з фізики покладено досягнення та специфічні можливості нових інформаційних технологій (НІТ): гіпертекстові технології, машинна графіка, мультимедіа, системи штучного інтелекту. Крім цього НПЗ містить конструктор уроків, що дає можливість учителю творчо підійти до підготовки уроку, розширити коло педагогічних засобів, які він використовує.

«Бібліотека електроних наочностей Фізика 7-9, 10-11» (виробник АТЗТ «Квазар - Мікро Техно») для загальноосвітніх навчальних закладів. Педагогічно-програмний засіб (ППЗ) містить малюнки, відео, анімацію з усіх тем шкільного курсу фізики. Може доповнювати програмно-методичний комплекс «Фізика 7-9, 10-11» або використовуватися самостійно.

«Віртуальна фізична лабораторія Фізика 7-9, 10-11» (виробник АТЗТ «Квазар - Мікро Техно») для загальноосвітніх навчальних закладів. ППЗ містить лабораторні роботи й лабораторний практикум. Кожній роботі передують інструкція, відео, що супроводжує експеримент, необхідні дидактичні матеріали, а також контрольні питання для самоперевірки і закріплення теми. Значно розширює можливості програмного комплексу «Фізика 7-9, 10-11». Тобто вибір програмних продуктів на сьогоднішній день достатній. Майбутній вчитель фізики повинен вміло використовувати готові ПМК, здійснювати пошук і аналіз нових цифрових ресурсів, тим самим бути обізнаним, сучасним, затребуваним.

Застосування комп'ютера і вищезазначених педагогічних програмних засобів вирішує ще низку проблем, що завжди існували у викладанні фізики.

Вивчення фізики важко уявити без лабораторних робіт. На жаль, оснащення фізичного кабінету не завжди дозволяє провести усі лабораторні роботи, передбачені програмою, не дозволяє запроваджувати нові роботи, що вимагають складнішого устаткування. Саме комп'ютер з відповідним програмним забезпеченням дозволить проводити досить складні лабораторні роботи. У них учень може на свій розсуд змінювати вихідні параметри дослідів, спостерігати, як змінюється в результаті явище, аналізувати побачене, робити відповідні висновки.

Вивчення пристроїв і принципу дії різних фізичних приладів - невід'ємна частина уроків фізики. Зазвичай, вивчаючи той або інший прилад, учитель демонструє його, розповідає принцип дії, використовуючи при цьому модель або схему. Але часто учні зазнають труднощів, намагаючись уявити весь ланцюг фізичних процесів, що забезпечують роботу даного приладу. Спеціальні комп'ютерні програми дозволяють «зібрати» прилад із окремих деталей, відтворити в динаміці з оптимальною швидкістю процеси, що лежать в основі його принципу дії. При цьому можливе багатократне «прокручування» відповідної мультиплікації.

Безумовно, комп'ютер можна застосовувати і на уроках інших типів: при розв'язанні задач, де потрібно виконувати багато обчислень, будувати графіки, при самостійному вивченні нового матеріалу. Необхідно також відзначити, що використання комп'ютерів на уроках фізики перетворює їх на справжній творчий процес, дозволяє здійснити принципи розвиваючого навчання розвиває образне мислення, а на його основі – логічне.

Розробка комп'ютерних уроків вимагає особливої підготовки. Вважаємо, що до таких уроків потрібно писати сценарії, органічно «вплітаючи» в них і справжній експеримент, і віртуальний (реалізований на екрані монітора). Особливо хочеться відзначити, що моделювання різних явищ ні в якому разі не замінює «живих» дослідів, та в поєднанні з ними дозволяє на більш високому рівні пояснити зміст того чи іншого вивчає мого матеріалу Такі уроки викликають в учнів справжній інтерес, примушують працювати всіх і якість знань при цьому помітно зростає.

Використання комп'ютерних технологій навчання дає можливість не тільки підвищити зацікавленість студентів до навчання, але й забезпечити підвищення його якості, зменшити витрати часу на проведення унаочнення навчального матеріалу та контроль знань і умінь учнів. Доведенням цього твердження є результати проведеного нами педагогічного експерименту.

Для визначення ефективності навчання шляхом використання ОТ при вивченні фізики нами був проведений експеримент в групах 1М10 та 2М10 Слов'янського авіаційного коледжу.
Експеримент характеризують наступні ознаки:

1. Експеримент проводився з одного предмету – фізики.

2. Експериментальний об'єкт, в якому розкриваються переваги запропонованого методу, був обраний для вивчення нового матеріалу.

3. Експеримент проводився в групах 1М10 та 2М10.

Ці групи обрані з таких причин:

– студенти достатньо володіють фізикою;

– обидві групии знаходяться на одному рівні по знаннях та всебічному розвитку;

– в обох групах викладає фізику один і той же викладач;

4. Результати експерименту порівнювались з результатами звичайної роботи, яка проводилась тим самим викладачем в контрольній групі (2М10).

5. Ми проводили експеримент на протязі часу, який був запланований на вивчення розділу «Електромагнетизм».

В експериментальному навчанні нами була висунута така гіпотеза: навчання за допомогою комп'ютера дозволяє покращити рівень вмінь, знань навичок, а також сприяє формуванню логічного мислення.

Для визначення рівня успішності з фізики перед початком експерименту в групах 1М10 та 2М10 були проведені перевірочні роботи та тести. За результатами тестування, письмової роботи ми зробили висновок про те, що групи знаходяться на однаковому рівні засвоєння знань, вмінь та навичок з фізики. Тоді на основі цього для експерименту була обрана група 1М10, а група 2М10 виступила у ролі контрольної групи.

Студенти експериментальної групи вивчали розділ «Електромагнетизм» за допомогою комп'ютерного моделювання, а студенти контрольної – за традиційною схемою.

Після вивчення розділу показники успішності контрольної групи залишились практично незмінними, а ось результати експериментальної групи значно покращились.

Навчання з використанням навчальних комп'ютерних програм, як показав експеримент, викликало в студентів інтерес, стимулюючи працювати всіх, навіть слабо підготовлених. Якість знань при цьому відчутно зросла: поняття засвоюються краще, студенти чітко визначають суттєві ознаки явищ.

Результати експерименту повністю підтвердили всі гіпотези та положення, що були висунуті перед його проведенням. Використання ОТ інтенсифікує вивчення теоретичного матеріалу, за рахунок чого залишається певний вільний час, який можна використати для набуття ряду практичних умінь та навичок. А головне, що якість знань і успішність при цьому відчутно зростають.

Між відомим педагогічним досвідом і створенням послідовної системи формування пізнавального інтересу студентів до вивчення фізики за допомогою сучасних інформаційних технологій - шлях великий. На цьому шляху належить розв'язати багато великих і малих педагогічних проблем. Ось деякі з них: забезпечення активності всіх студентів групи, різних за характерами, рівнем підготовки та інтересами, визначення місця, яке повинна займати творча активність студентів з використанням ПК у системі інших нетворчих видів робіт (тренувальні вправи, пояснення тощо), принципів, яких слід дотримувати при підборі творчих завдань, для виконання яких студенти користуються сучасними інформаційними технологіями. Цілком зрозуміло, що розв'язання цих проблем і створення науково обгрунтованої системи творчого розвитку студентів неможливе без спільних зусиль викладачів і вчених. У цілому будь-який творчий педагог, мабуть, давно поділяє думку про необхідність використання комп'ютерних технологій у процесі вивчення фізики. Очевидно, всім теоретично зрозуміло, що комп'ютер є сьогодні найважливішим інструментом викладання не тільки фізики.

Висновки

На основі досвіду використання ПК можна зробити такі висновки й рекомендації:

1. Використання комп'ютера істотно активізує і певною мірою полегшує сприйняття основ фізики.

2. Є доцільним посилення спецкурсу «Фізика» циклом лабораторних робіт на комп'ютерах для поглибленого розуміння фізичних понять.

3. Прискорене сприйняття дисципліни за допомогою комп'ютерних технологій не збільшить обсяг годин, виділених для вивчення фізики.

4. Використання інформаційних технологій у процесі вивчення фізики не тільки поглиблює і поліпшує процес навчання фізики, але й істотно впливає на закріплення навичок користувача ЕОМ.

5. Застосування комп'ютерних технологій дає змогу вдосконалити методи й форми навчання, активізувати та індивідуалізувати його.

Література

[1] Національна доктрина розвитку освіти // Освіта 2002. – №26. – С.2–4.

[2] Державна національна програма «Освіта» («Україна XXI століття»). – К.: Райдуга, 1994. – 61 с.

[3] *Horn R.E.* Mapping Hypertext. – Lexington: Lexington Institute, 1989. – 250 p.

[4] *Захарова И.Г.* Информационные технологии в образовании: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 192 с.

[5] *Лещинський О.П.* Розвиток змісту шкільного курсу фізики у Великій Британії, Німеччині та США (XIX – XX ст.): Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – Черкаси, 2004. – 435 с.

[6] *Василинчук А.* Урок «Дифракція світла на щілині» з використанням навчально-комп'ютерної моделі // Фізика та астрономія в школі. – 2005. – №6. – С. 7–12.

[7] *Мансуров А.Н.* Видеокомпьютерная технология обучения: задачи, возможности, техническая реализация // Физика в школе. – 1998. – №5. – С. 35–38.

[8] Использование ЭВМ в высшей школе: Сборник научных трудов НИИ проблем высшей школы. – М.: НИИ ВШ, 1986. – 154с.

[9] *Машбиц Е.И.* Психологические основы управлення учебной деятельностью: Методическое пособие. – К.: Вища школа, 1987. – 223 с.

[10] *Оленюк І.В.* Особливості технології управління навчально–пізнавальною діяльністю студентів в умовах особистісно орієнтованого навчання // Наукові записки: Збірник наукових статей Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова / укл. П.В. Дмитренко, Л.Л. Макаренко, В.Д. Сиротюк. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. – Вип. 53. – С. 256–65.

[11] Про затвердження Правил використання комп'ютерних програм у навчальних закладах [Електронний ресурс] : Наказ Міністерства освіти і науки України 02.12.2004 N 903 / Зареєстровано в Міністерстві юстиції України 17 січня 2005 р. за N 44/10324. – Режим доступу : http://zakon.nau.ua/doc/?code=z0044-05

УДК 372.853

Переволоцька Я.С.

студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ

e-mail: cosaya@mail.ru

АСПЕКТИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ ЛЮДИНИ ПРИ ВИВЧЕННІ ФІЗИКИ В 10-МУ КЛАСІ

Вивчення феномена людини шляхом включення матеріалу о фізичних аспектах життєдіяльності людини в розділи програми курсу Фізика-10 допоможе розв'язати проблему самопізнання людини в точних науках.

Ключові слова: *фізика, людина, життедіяльність, самопізнання.*

Вступ

Основним недоліком існуючої до останніх десятиліть XX століття природничо-наукової картини світу-віддаленість її від людини. Розглядається виключно будова і еволюція косної речовини. Жива речовина або не розглядається зовсім, або їй відводиться роль деякій зникаюче малій частині космічного цілого. Маючи на увазі класичну науку Лауреат Нобелевської премії І.Пригожин пише: «Трагедія сучасного розуму» розгадавшему таємницю всесвіту «є в тому, що одну загадку він замінив іншою загадкою - загадкою самого себе»[1].

На думку В.І. Вернадського, суть необхідних змін в науковому світогляді – доповнення природничо-наукової картини світу, заснованої на даних фізико – математичних наук, уявленнями про живу речовину. Останнє є таким же повноправним і найважливішим компонентом матеріального світу, як і «косна» речовина. Необхідно, вважає В.І.Вернадський, включення людської діяльності в контекст природничих процесів, розглядання її в якості природничого, космічного фактора. Тому так важливо в наш час вивчення комплексної проблеми людини, звернення до аналізу її сутності, біології і генетики, психофізіологічних можливостей, вивчення зв'язків цих факторів з різними планетарно – космічними процесами тощо.

Таким чином проблеми формування світобачення, гуманізації і гуманітаризації освіти і самопізнання людини тісно зв'язані. Точні науки, особливо фізика, мають для рішення цих проблем невичерпні можливості.
Про відчуженість людини від світу природи писали багато вчених: Ж.Моно, І. Вернадський, Б. Паскаль тощо. Але суть складається з того, що феномен життя і людина, як вища, розумна форма його прояву «нібито випадають з природничо-наукової картини світобудови або вже стають зникаюче малою його частиною».[2]

Про необхідність введення елементів життєдіяльності людини в викладанні фізики неодноразово писали автори підручників і методичних посібників: Дж.Б.Меріон, Є.А. Бєздєнєжний, І.С. Брікман, Л.А. Арцимович та інші. Однак в багатьох сучасних підручниках з фізики прикладів, які пояснюють основні аспекти життєдіяльності людини взагалі немає.

Основна частина

Аналіз програми з фізики для середніх шкіл з загальної фізики, методичної і учбової літератури показує, що проблемі самопізнанню людини приділяється дуже мало уваги. Хоча багато процесів життєдіяльності людини можуть бути об'єктом вивчення в фізиці. Бо без самопізнання неможливо розв'язувати проблеми самовдосконалення, самоактуалізації.Таким чином, актуальність теми дослідження не викликає сумнівів.

Під час аналізу методичної літератури, шкільних підручників і передового досвіду вчителів нами було виділено чотири форми використання біофізичного матеріалу, які ми представили у вигляді діаграми (див. рис. 1).

Звісно, такий розподіл біофізичного матеріалу вельми умовний. Він відображає форми використання матеріалу біофізичного змісту, які склалися у практиці викладання фізики.

Рис. 1: Форми біофізичного матеріалу

Також було проведено анкетування вчителів фізики м.Соледар і м. Артемівськ з метою виявлення основних причин, які заважають вчителям у своїй практиці використовувати приклади зв'язані з життєдіяльністю людини (рис.2).

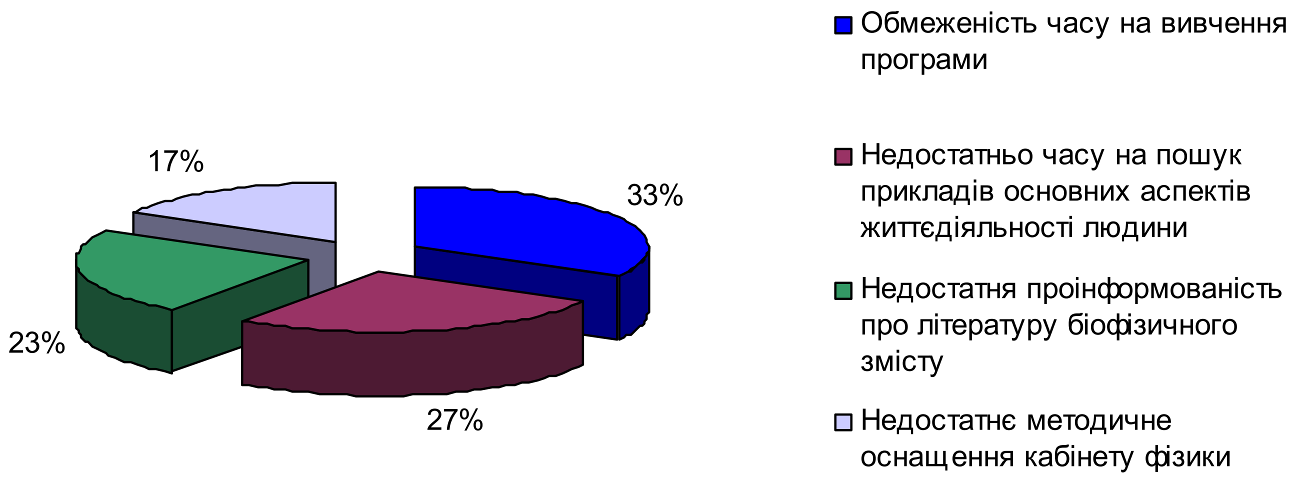


Рис. 2: Труднощі, які заважають вчителям використовувати приклади на уроках фізики

З метою поліпшення роботи вчителів–фізиків у 10х класах ми пропонуємо до деяких питань календарно-тематичного планування матеріал відповідної тематики.

Нами були розроблені фрагменти планів-конспектів на допомогу вчителю та учню, які будуть сприяти всебічному розвитку особистості.

Тема		Зміст біологічних знань про людину, пов'язаних з фізичним матеріалом	Мета уроку
1	**І. Кінематика** Механічний рух та його види. Основна задача механіки та способи її розв'язання в кінематиці.	Механічні можливості живого організму.	*Пояснити основні можливості живого організму*
2	Фізичне тіло й матеріальна точка. Система відліку.	Механічні параметри людини	*Збагатити знання учнів про основні показники життєдіяльності людини.*
3	Відносність механічного руху. Траєкторія руху.	Розв'язати задачі на знаходження траєкторії руху тіла.	*Навчитися визначати траєкторію руху.*
4	Рівномірний прямолінійний рух. Шлях і переміщення. Швидкість руху.	Гранична швидкість. Швидкості бігу.	*Навести приклади максимальної швидкості вільного падіння людини; визначити на скільки швидко може бігти людина.*
5	Рівноприскорений рух. Прискорення	Реакція живих організмів на рух з прискоренням	*Розвивати знання про абіотичні фактори навколишнього середовища і вміння оцінювати їх дію на людський організм.*
6	Швидкість тіла та пройдений шлях під час рівноприскореного руху. Графік руху.	*«ВИЗНАЧЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ ШВИДКОСТІ РУХУ»*	*Навчитися визначати швидкість об'єкта, який рівномірно рухається.*
7	***Лабораторна робота №1*** «Визначення прискорення тіла під час рівноприскореного руху»	Розв'язати задачі	*Навчитися визначати фізичні величини під час рівноприскореного руху тіла.*
8	Вільне падіння тіл. Прискорення вільного падіння.	Прискорення вільного падіння-характеристика гравітаційного поля-фактор життя.	*Формувати знання про фізичні характеристики середовища існування людини.*
9	Рівномірний рух матеріальної точки по колу. Період і обертова частота. Кутова швидкість.	Реакція людського організму на рух з доцентровим прискоренням.	*Збагачувати знання учнів про показники нормальних умов життя на Землі та їх зміни в процесі людської діяльності.*
10	Розв'язування задач.	Рух падаючих тіл.	*Навчитися науково обґрунтовувати рух падаючих тіл (парашутисту).*
11	ТО. Залік (письмовий) за темою **«Кінематика»**	Розв'язати задачі	*Оцінити знання, уміння та навички з вивченої теми.*

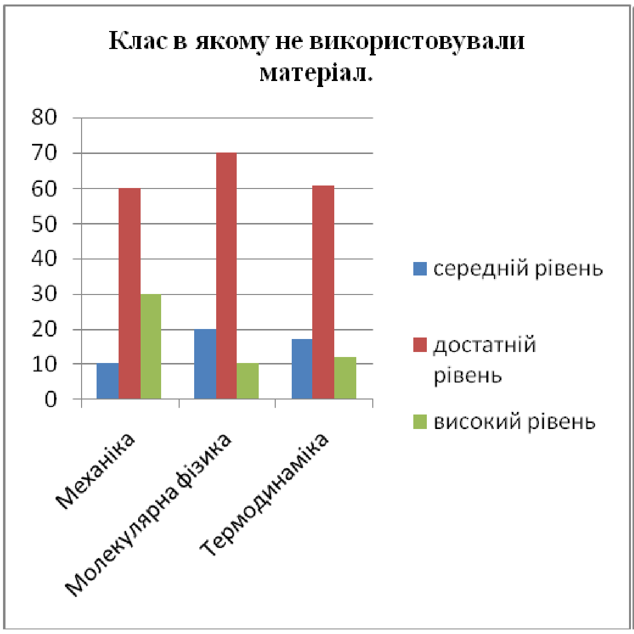
Детальніший зміст матеріалів представлений в методичному посібнику.

Даний методичний матеріал дозволить вчителю в своїй діяльності використовувати матеріал, зв'язаний з основними аспектами життєдіяльності людини, і не відчувати при цьому труднощів у пошуку і його відборі для конкретного заняття.

Проблема самопізнання людини в точних науках може розв'язуватися різними засобами. Можливе вивчення феномена людини шляхом включення матеріалу о фізичних аспектах життєдіяльності людини в різні розділи програми курсу Фізика-10 в якості прикладів застосування вивченого матеріалу.

Фрагменти розробленої таблиці розміщені вище. В ній йде перелік тем за програмою та приклади фізичних аспектів життєдіяльності людини, які можна використовувати на уроках.

Фрагменти підібраних матеріалів були нами запропоновані вчителям ЗОШ м. Соледар і м. Артемівськ. На думку вчителів даний матеріал є ефективним та доцільним у вихованні учнів, викликає зацікавленість дітей до вивчення фізики. Так, наприклад,в ході уроку в 10-му класі за темою: «Вага і невагомість» розглядалась реакція людського організму на стан невагомості. У учнів виникло багато запитань до вчителя такі як: коли настає невагомість,як організм людини переносить невагомість,чи можна усунути порушення вестибулярного апарату під час невагомості чи ускладнює стан невагомості процес роботи на космічному кораблі тощо. Деякі учні пропонували підготувати доповідь з цієї теми та цікавились додатковою літературою з цього запитання.



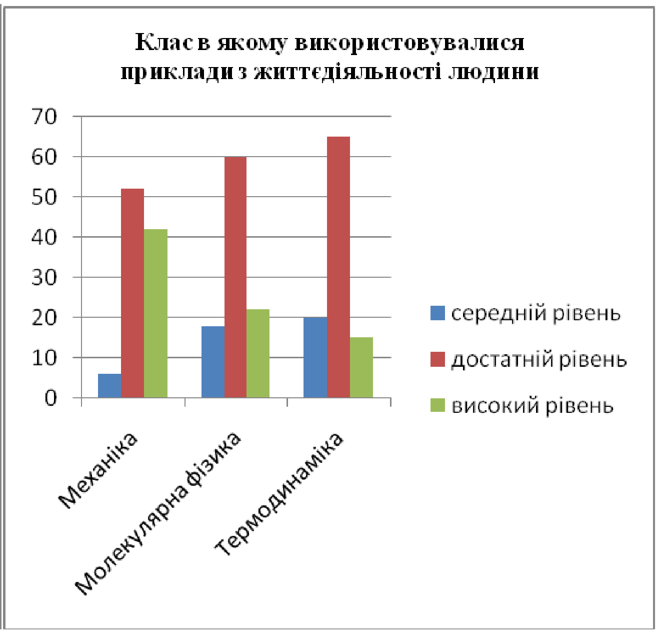


Рис. 3: Результати дослідження

Для того щоб переконатися, що підібраний нами матеріал має якусь користь було проведене дослідження ефективності засвоєння тем з курсу фізики-10. Результати цього дослідження представлені на рис. 3

Висновки

Підсумковий контроль показав, що учні, яким пропонувався зміст біологічних знань про людину, пов'язаних з фізичним матеріалом, показали вищій рівень досягнень. Ці результати є добрим доказом того, що вивчення основних аспектів життєдіяльності людини при викладанні фізики є необхідним елементом учбової діяльності роботи вчителя і самостійної роботи учня. Дані методичні матеріали розвивають у учнів пізнавальний інтерес до предмету і розширюють коло їх знань про роль фізичних явищ і процесів в життєдіяльності людини. Вони сприяють більш глибшему засвоєнню фундаментальних природничо-наукових понять, законів, теорій, формуванню наукового світогляду.

Література

[1] *Прігожин І., Стінгерс І.* Порядок із хаосу: новий діалог людини з природою. – М.: Прогрес, 1986.

[2] *Казначєев В.П.* // Вчення В.І. Вернадського про біосферу та ноосферу – Новосибірськ.: Наука. Сиб.від., 1989.

[3] *Вернадський В.І.* //Проблеми біогеохімії.- М.:Наука, 1980.

[4] *Мєріон Дж.Б.*// Загальна фізика з біологічними прикладами. – М.: Висшая школа, 1986.

[5] *Шарко В.Д.* // Екологічне виховання учнів під час вивчення фізики. – К.: Радянська школа, 1990. [*Посібник для вчителів*]

[6] *Бездєнєжний Е.А., І.С. Брікман*// Фізика в живій природі і медицині. – К.: Радянська школа,1976.

ЗМІСТ

Інформатика та методика її викладання 102

Методика викладання математики в ЗОШ та ВНЗ .. 132

`При підготовці статті необхідно дотримуватись наступних вимог:`

1. Рукописи подаються в одному примірнику, надруковані українською або російською мовою на одній стороні аркуша через один інтервал з широкими полями, старанно вичитані і розмічені. Примірник повинен бути оформлений відповідно до зазначених нижче вимог з обов'язковим підписом автора (усіх авторів) статті.

2. Стаття повинна включати:

    (a) прізвище та ініціали автора (авторів) та назва установи, де виконана робота;

    (b) назву статті (якщо заголовок статті довгий, то подати також його короткий варіант, не більше 40 знаків);

    (c) індекс УДК; анотацію (до 5 рядків);

    (d) короткий вступ: постановку задачі, одержані результати;

    (e) формулювання одержаних автором нових результатів і повне їх доведення, які раніше ніде не були опубліковані або подані до розгляду в інший журнал;

3. До (друкованого варіанту) статті обов'язково додається електронний варіант, підготовлений у форматі LaTeX (*.tex) (та його копія у форматі PDF) з використанням стильового файлу (znpfizmatsdpu.sty) журналу та макетного файлу (exampleznp.tex) з дотриманням встановлених параметрів (preambulaznp.tex).

4. Адреса для листування: 84116, м. Слов'янськ, Донецька обл., вул. Г.Батюка, 19, Деканат фізико-математичного факультету СДПУ;

    e-mail: znpfizmatsdpu@ukr.net, телефони: (06262) 3-26-59.

5. У випадку авторського колективу вказати прізвище та e-mail того з авторів, з ким редколегія може вести листування.

6. Файли прикладу оформлення статей та вимоги можна завантажити за адресою http://www.slavdpu.dn.ua:8080/znpFizmat2011.zip.

7. Статті, підготовлені в порушення зазначених вимог, до розгляду редакційною колегією журналу НЕ приймаються.

8. Статті до другого випуску (2012 рік) приймаються до 1 квітня 2012 року.